Biblioteca estense universitaria
Largo S. Agostino 337
I-41121 Modena MO
Tel ++39 + 59 222248
Fax ++39 +59 230195
b-este@beniculturali.it

bibliotecaestense.beniculturali.it

alfa.t.8.21

Euclidis Elementorum libri 1-13 ; Phalaridis epistula 122

Ms., 14.-15. sec.

Img: BEU, 2013

Terms of use
Using texts and images of the Estense Library is free - within the CC license terms - only for personal, private and non commercial use.
In the case of a non commercial, public use, their source must be cited, linking to the homepage of this site.
For any different purposes, or for getting higher resolution images, please follow the guidelines in the Reproductions page of the website, and/or write to b-este.urp@beniculturali.it.
Creative Commons License
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Italy License
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.en

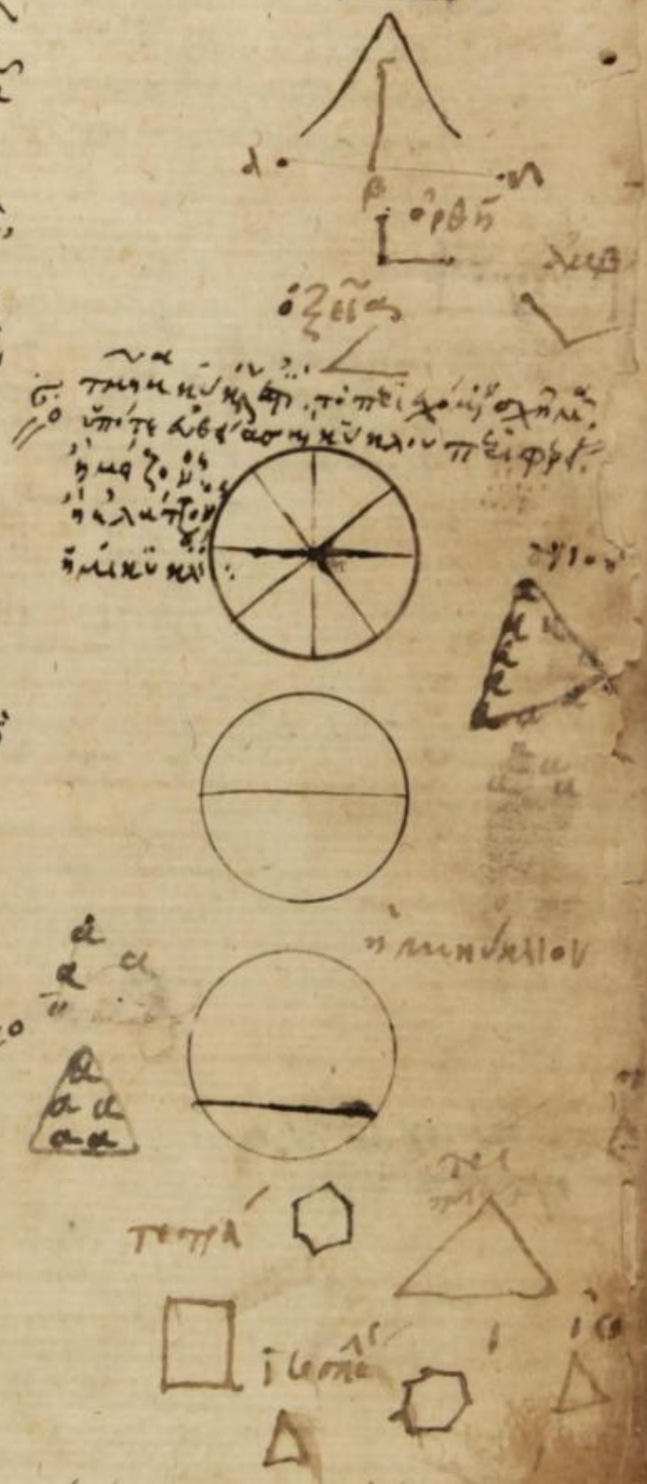
α. T. 8. 21.
(Gr. 142)

ιωμβφγυλθ
ιζγλφηαθ

ιωμβφγυλθ
ιζγλφηαθ

B.E.

Γραμμῆς ἐστὶν οὐ μέρος οὐθὲν πρὸς ὃ μῆκος ἀσύμμετρόν ἐστι μήκει δυνάμει μόνον. Γραμμὴ δὲ ῥητὴ πρὸς ἄλλην γραμμὴν λέγεται, ὅταν αἱ γραμμαὶ σύμμετροι ὦσι μήκει καὶ δυνάμει μόνον. ἐὰν δὲ ἡ δυνάμει μόνον, ὁ μῆκος καὶ πάτος μόνον ἔχει. ἐὰν δὲ μήκει μόνον, πάτος οὐδέν. ἐὰν δὲ μηδὲ πάτος ἔχῃ, ἀφή ἐστιν, ἄπορ ἐξ οὗ τῶν ἐφ' ἑαυτὴν λέγεται. ἐὰν δὲ δύο ῥηταὶ γραμμαὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι ὦσιν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δυνάμει μόνον σύμμετρος παρὰ ῥητὴν λεγομένην καὶ καλουμένην μήκει καὶ δυνάμει σύμμετρος. ὅταν δὲ αἱ παραβαλλόμεναι παραλληλόγραμμα ἀσύμμετρα ὦσι μήκει, αἱ δὲ δυνάμει σύμμετροι ὦσιν, ῥητὴ ἑκατέρα τῶν παραβαλλομένων καλεῖται. ὅταν δὲ αἱ παραβαλλόμεναι παραλληλόγραμμα σύμμετρα ὦσι μήκει καὶ δυνάμει, καὶ ἑκάστη τῶν παραβαλλομένων ῥητὴ καὶ ἡ παραβάλλουσα ῥητὴ καὶ ἐν ἐπιπέδῳ δυνάμει μόνον σύμμετρος τῇ παραβαλλομένῃ. ὅταν δὲ ἡ παραβάλλουσα τῶν παραβαλλομένων δυνάμενον παρὰ ῥητὴν ἐλλείπῃ παραλληλόγραμμον τετραγώνῳ ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῇ ἀφ' ἧς παραβέβληται, καὶ ἡ παραβάλλουσα ῥητὴ καὶ ἐν ἐπιπέδῳ δυνάμει μόνον σύμμετρος τῇ παραβαλλομένῃ. ὅταν δὲ ἡ παραβάλλουσα τῶν παραβαλλομένων δυνάμενον παρὰ ῥητὴν ἐλλείπῃ παραλληλόγραμμον τετραγώνῳ ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῇ ἀφ' ἧς παραβέβληται, καὶ ἡ παραβάλλουσα ῥητὴ καὶ ἐν ἐπιπέδῳ δυνάμει μόνον σύμμετρος τῇ παραβαλλομένῃ. ὅταν δὲ ἡ παραβάλλουσα τῶν παραβαλλομένων δυνάμενον παρὰ ῥητὴν ἐλλείπῃ παραλληλόγραμμον τετραγώνῳ ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῇ ἀφ' ἧς παραβέβληται, καὶ ἡ παραβάλλουσα ῥητὴ καὶ ἐν ἐπιπέδῳ δυνάμει μόνον σύμμετρος τῇ παραβαλλομένῃ.



ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενον, ὧν αἱ δύο μείζονες τὴν δύναμιν ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ καὶ ἀπὸ ὀρθῶν γωνιῶν συνεστῶσαι, ἀλλ' οὐκ ἴσαι αὐτὸ δὲ οὐκ ἔστι τετράγωνον· ἐπὶ πλεῖον γὰρ ἐστὶ μακρὸν ἢ πλατύ.

ῥόμβος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενον, ἰσοπλεύρων μέν, οὐκ ὀρθογωνίων δέ· οὔτε γὰρ ἰσογώνιόν ἐστιν οὔτε ὀρθογώνιον.

ῥόμβοειδὲς δὲ ἐστὶ τὰ ἀπέναντι πλευρὰ καὶ γωνίας ἴσα ἀλλήλοις ἔχοντα, οὔτε ἰσόπλευρον ὄντα οὔτε ὀρθογώνιον· τὸ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρον, τραπέζια καλείσθω.

πάντα δὲ τὰ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα σχήματα ἐπίπεδα ὑπὸ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα καλείσθω τραπέζια.

ἀνάλογον μεγέθη ἐστὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε δευτέρου καὶ τετάρτου κατὰ πᾶν εἶδος πολλαπλασιασμοῦ ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ἢ ἅμα ἴσα ᾖ ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ἑκάτερα ἑκατέρων τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων λαμβανόμενα καθ' ὁποιανοῦν ἀντίστροφον τάξιν.

λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητά ποτε σχέσις.

ὁμόλογα μεγέθη λέγεται τὰ ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις καὶ τὰ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες πολλαπλασιασθεῖσαι ἐφ' ἑαυτὰς ποιῶσί τινα.

ὑποκεῖσθαι δὲ τὸ ἐκ τῶν ἡγουμένων ὅρων ἡγούμενον καὶ τὸ ἐκ τῶν ἑπομένων ἑπόμενον.

ἐν ἀναλογίᾳ δὲ ὄντων τριῶν ὅρων ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον τὸν λόγον ἔχειν λέγεται τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τε λόγου τοῦ ἐν τῷ πρώτῳ πρὸς τὸν δεύτερον καὶ τοῦ λόγου τοῦ ἐν τῷ δευτέρῳ πρὸς τὸν τρίτον.

ἐν ἀναλογίᾳ δὲ ὄντων τεσσάρων ὅρων ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τέταρτον τὸν λόγον ἔχειν λέγεται τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τε λόγου τοῦ ἐν τῷ πρώτῳ πρὸς τὸν δεύτερον καὶ τοῦ λόγου τοῦ ἐν τῷ δευτέρῳ πρὸς τὸν τρίτον καὶ τοῦ λόγου τοῦ ἐν τῷ τρίτῳ πρὸς τὸν τέταρτον.

ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ πλειόνων ὅρων ἡ ὑποκειμένη ἐστὶν ἀκολουθία.

ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

ἀντιστρόφως δὲ λαμβανομένων λόγων καὶ ἀντιστρόφως λέγεται ἀνάλογον εἶναι τὰ μεγέθη, ὅταν ἡγούμενον μὲν ἡγουμένου ἀντιστρόφως λαμβανόμενον ἑπόμενον δὲ ἑπομένου ἀντιστρόφως λαμβανόμενον ἀνάλογον ᾖ.

ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

διελόντι λόγος ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, καθ' ἣν τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου μεῖζόν ἐστιν, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

συνθέντι λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

ἀναστρέψαντι λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου ὑπεροχῆς, καθ' ἣν τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου μεῖζόν ἐστιν, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

διὰ ἴσου ἐστὶ λαβεῖν, ὅταν ᾖ ὁσαδηποτοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔσται ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον τῶν πρώτων καὶ τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον τῶν δευτέρων.

ἐν ταραγμένῃ δὲ ἀναλογίᾳ ὄντων τριῶν ὅρων ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον τὸν λόγον ἔχειν λέγεται τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τε λόγου τοῦ ἐν τῷ πρώτῳ πρὸς τὸν δεύτερον καὶ τοῦ λόγου τοῦ ἐν τῷ δευτέρῳ πρὸς τὸν τρίτον καὶ τοῦ λόγου τοῦ ἐν τῷ τρίτῳ πρὸς τὸν τέταρτον.

ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ πλειόνων ὅρων ἡ ὑποκειμένη ἐστὶν ἀκολουθία.

τριῶν ὄντων ὅρων ἐν ἀναλογίᾳ ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον τὸν λόγον ἔχειν λέγεται τὸν διπλασίονα τοῦ λόγου τοῦ ἐν τῷ πρώτῳ πρὸς τὸν δεύτερον.

τετραγώνου δὲ ὄντος ἐπιπέδου καὶ ἡ πλευρὰ αὐτοῦ ἐστὶ μία τις εὐθεῖα τῶν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

ἑτερόμηκες δὲ ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενον, ὧν αἱ δύο μείζονες τὴν δύναμιν ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ καὶ ἀπὸ ὀρθῶν γωνιῶν συνεστῶσαι, ἀλλ' οὐκ ἴσαι αὐτὸ δὲ οὐκ ἔστι τετράγωνον· ἐπὶ πλεῖον γὰρ ἐστὶ μακρὸν ἢ πλατύ.

τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μέν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν μίαν γωνίαν. ἀμβλυγώνιον δέ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν μίαν. ὀξυγώνιον δέ, τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστι τὸ ἰσόπλευρον ὂν καὶ ὀρθογώνιον. ἑτερόμηκες δέ, τὸ ὀρθογώνιον μὲν οὐκ ἰσόπλευρον δέ. ῥόμβος δέ, τὸ ἰσόπλευρον μὲν οὐκ ὀρθογώνιον δέ. ῥομβοειδὲς δέ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν οὔτε ὀρθογώνιον. τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω· τραπέζια γὰρ ἐστὶ τὰ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς παραλλήλους ἀλλήλαις ἔχοντα.

παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

αἰτήσασθαι δεῖ γραμμὴν ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν. καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι. καὶ πᾶσαν γωνίαν ὀρθὴν ἴσην εἶναι ἀλλήλαις. καὶ παντὸς χωρίου δοθέντος ἐπιπέδου ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιπέδους ἴσους ἀλλήλοις εἶναι. καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας ἐπιπέδους ἐμπίπτουσα εὐθεῖα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπίπτειν ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.

τρία σημεῖα μὴ ἐπ' εὐθείας κείμενα τρίγωνον περιέχειν.

τετράπλευρον σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ τεσσάρων εὐθειῶν ἴσων περιέχεσθαι.

τετράπλευρον σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ τεσσάρων εὐθειῶν περιέχεσθαι.

πολύπλευρα σχήματα ἐπίπεδα ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιέχεσθαι.

κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἡ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

καλεῖται δὲ τὸ σημεῖον κέντρον τοῦ κύκλου.

διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

ἡμικύκλιον ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφερείας τοῦ κύκλου. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό ἐστι καὶ τοῦ κύκλου.

τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ περιφερείας κύκλου ἢ μείζονος ἢ ἐλάσσονος ἡμικυκλίου.

εὐθύγραμμα σχήματα ἐστὶ τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

τριπλεύρου δὲ σχήματος ἰσόπλευρον μὲν ἐστὶ τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

ἔτι δὲ τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μέν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

τετραπλεύρων δὲ σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστι τὸ ἰσόπλευρόν τε ὂν καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δὲ τὸ ὀρθογώνιον μὲν οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δὲ τὸ ἰσόπλευρον μὲν οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν οὔτε ὀρθογώνιον. τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω.

παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

αἰτήσασθαι δεῖ γραμμὴν ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν. καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι. καὶ πᾶσαν γωνίαν ὀρθὴν ἴσην εἶναι ἀλλήλαις. καὶ παντὸς χωρίου δοθέντος ἐπιπέδου ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιπέδους ἴσους ἀλλήλοις εἶναι. καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας ἐπιπέδους ἐμπίπτουσα εὐθεῖα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπίπτειν ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.

τρία σημεῖα μὴ ἐπ' εὐθείας κείμενα τρίγωνον περιέχειν.

τετράπλευρον σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ τεσσάρων εὐθειῶν ἴσων περιέχεσθαι.

τετράπλευρον σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ τεσσάρων εὐθειῶν περιέχεσθαι.

πολύπλευρα σχήματα ἐπίπεδα ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιέχεσθαι.

κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἡ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

καλεῖται δὲ τὸ σημεῖον κέντρον τοῦ κύκλου.

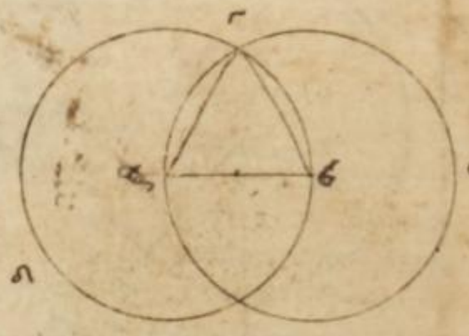
διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

ἡμικύκλιον ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφερείας τοῦ κύκλου. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό ἐστι καὶ τοῦ κύκλου.

τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ περιφερείας κύκλου ἢ μείζονος ἢ ἐλάσσονος ἡμικυκλίου.

εὐθύγραμμα σχήματα ἐστὶ τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

τριπλεύρου δὲ σχήματος ἰσόπλευρον μέν ἐστι

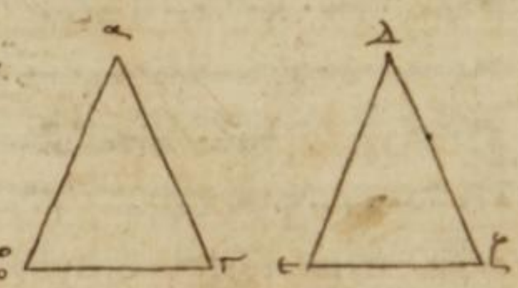


ἐκατέρα ἄρα τῶν γωνιῶν τῶν πρὸς τῷ Α ἑκατέρας τῶν πρὸς τῷ Δ ἐστὶν ἴση.

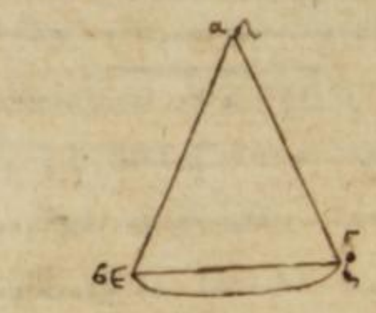
θεώρημα λ'.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ μία πλευρὰ μιᾷ πλευρᾷ ἴση, ἤτοι ἡ πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴ προσβαλλοῦσα τοῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ ἡ ὑποτείνουσα μία τῶν ἴσας γωνίας, καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ ἡ λοιπὴ γωνία τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴση ἔσται.

Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ αἱ δύο γωνίαι αἱ πρὸς τοῖς Β, Γ ἴσαι ἀλλήλαις ἔστωσαν, καὶ μία πλευρὰ μιᾷ πλευρᾷ ἴση, πρότερον ἡ πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴ προσβαλλοῦσα τοῖς ἴσαις γωνίαις ἡ ΒΓ· λέγω ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΔΒ, καὶ ἡ λοιπὴ γωνία ἡ πρὸς τῷ Α τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση ἔσται.



Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ κείσθω τῇ ΔΓ ἴση ἡ ΒΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ.



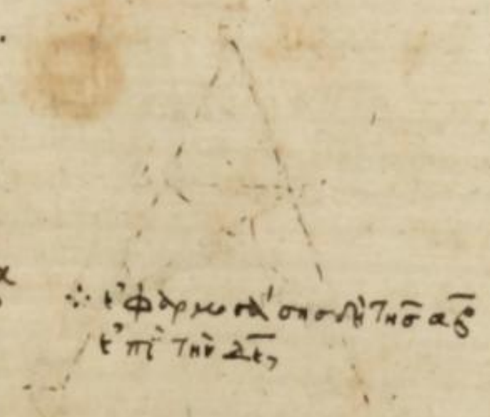
Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΒΖ τῇ ΓΑ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΒΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΑ ἴση, βάσις ἄρα ἡ ΕΖ βάσει τῇ ΔΑ ἴση ἔσται, καὶ τὸ ΕΒΖ τρίγωνον τῷ ΔΓΑ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΑΓ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΖΒ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΖΒ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ· ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ΑΓ ὅλῃ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα γωνία ἡ πρὸς τῷ Α τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση ἐστίν.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν αἱ πρὸς ταῖς ΑΒ, ΔΓ πλευραῖς γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὑποκείσθωσαν, καὶ πρότερον ἡ πρὸς τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση· λέγω πάλιν ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται, ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΔΒ, καὶ ἡ λοιπὴ γωνία ἡ πρὸς τῷ Β τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση ἔσται.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ κείσθω τῇ ΔΓ ἴση ἡ ΒΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ. καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΒΖ τῇ ΓΑ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΒΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΑ ἴση, βάσις ἄρα ἡ ΕΖ βάσει τῇ ΔΑ ἴση ἔσται, καὶ τὸ ΕΒΖ τρίγωνον τῷ ΔΓΑ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΑΓ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΖΒ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΖΒ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ· ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ΑΓ ὅλῃ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα γωνία ἡ πρὸς τῷ Α τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση ἐστίν.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ μία πλευρὰ μιᾷ πλευρᾷ ἴση, ἤτοι ἡ πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴ προσβαλλοῦσα τοῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ ἡ ὑποτείνουσα μία τῶν ἴσας γωνίας, καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ ἡ λοιπὴ γωνία τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴση ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

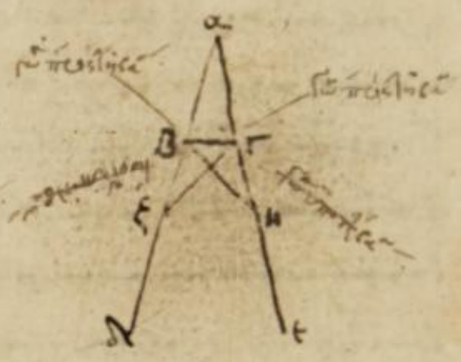
Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ μία πλευρὰ μιᾷ πλευρᾷ ἴση, ἤτοι ἡ πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴ προσβαλλοῦσα τοῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ ἡ ὑποτείνουσα μία τῶν ἴσας γωνίας, καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ ἡ λοιπὴ γωνία τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴση ἔσται.

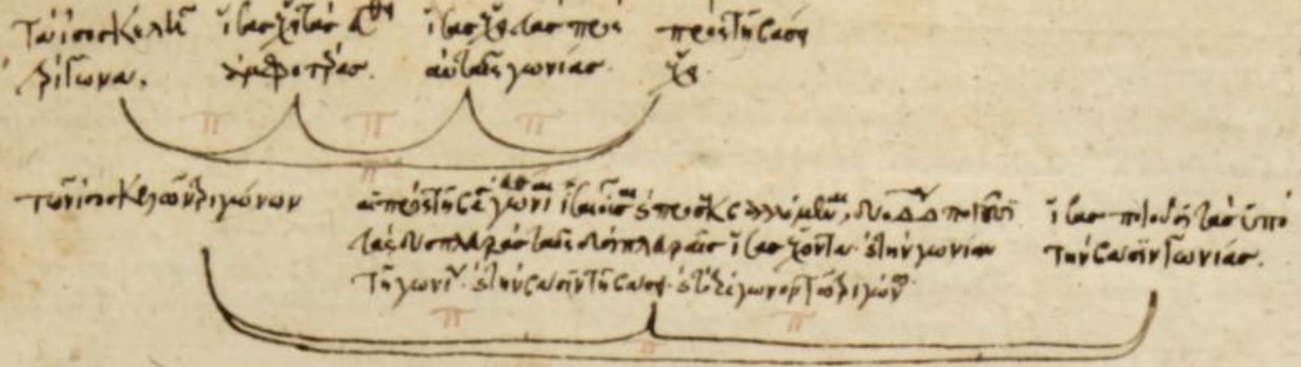


ὀρθογωνίου, τοῦ ΑΒΓΔ, ἴσον ἔστω. καὶ αὐλοπαιτῶν
ταῖς ΑΒ, ΒΓ παραβολαῖς ἴσαι ἴσαι τε καὶ ὅμοιαι αἱ ΑΕΒ, ΒΖΓ. ὅτι δὲ
αἱ εἰρημέναι παραβολαὶ ὅμοιαί τε καὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, οὕτως
δείξομεν. ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ
τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον. καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α
σημείου ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον. τοῦ δὲ ΑΒ εὐθείας, ἐπὶ τὴν ΔΒ
ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Β. διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΒ.
τὴν δὲ ΑΓ εὐθεῖαν ἐφαρμόσει καὶ ἐπ' εὐθείας, ἐπὶ τὴν ΔΓ,
διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΓ τῇ ΔΓ. τὸ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Γ. ἐπὶ τὴν ΒΓ
δὲ ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΕΒ παραβολή, ἐπὶ τὴν ΔΖΒ παραβολήν,
διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΒ, καὶ τὴν ΑΓ τῇ ΔΓ, καὶ τὴν ΒΓ τῇ ΒΓ.
καὶ τὸ μὲν Α ἐπὶ τὸ Δ, τὸ δὲ Β ἐπὶ τὸ Β, τὸ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Γ. καὶ ἡ
ΑΒ ἄρα τομὴ ἐπὶ τὴν ΔΒ τομὴν ἐφαρμόσει. διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν
ΑΓ τῇ ΔΓ. καὶ ἐπὶ τὴν ΔΓ ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΓ τομή. καὶ ἔτι
διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΒ. καὶ ἐπὶ τὴν ΔΒ ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΒ
τομή. ἐπὶ ταὐτὰ ἄρα τὰ ΑΒ, ΒΓ τμήματα τοῖς ΔΒ, ΒΓ τμήμασιν
ἐφαρμόσει. καὶ ἴσα αὐτοῖς ἔσται. ἐπὶ μὲν γὰρ τὸ Α, τὸ Δ ἐφαρμόσει. ἐπὶ δὲ
τὸ Γ, τὸ Β τὸ Γ. καὶ ἐπὶ τὸ Β, τὸ Β. καὶ τὸ ΑΓ ἄρα τμῆμα τὸ ΔΒ
τμῆμα ἐφαρμόσει. καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται. ἐπὶ μὲν γὰρ τὸ Α, τὸ Δ
ἐφαρμόσει. ἐπὶ δὲ τὸ Γ, τὸ Β. καὶ ἐπὶ τὸ Β, τὸ Γ. καὶ ἡ ΑΒ ἄρα
τομὴ τὴν ΔΒ τομὴν ἐφαρμόσει. καὶ ἴσον αὐτῇ ἔσται. καὶ ἡ ΑΓ ἄρα
τομὴ τὴν ΔΓ τομὴν ἐφαρμόσει. καὶ ἴσον αὐτῇ ἔσται. καὶ ἔτι ἡ ΑΕΒ
παραβολὴ τὴν ΔΖΒ παραβολὴν ἐφαρμόσει. καὶ ἴσον αὐτῇ ἔσται. ἐπὶ μὲν γὰρ
τὸ Α, τὸ Δ ἐφαρμόσει. ἐπὶ δὲ τὸ Β, τὸ Β. καὶ ἐπὶ τὸ Γ, τὸ Γ. καὶ ἡ ΑΕΒ
ἄρα παραβολὴ τὴν ΔΖΒ παραβολὴν ἐφαρμόσει. καὶ ἴσον αὐτῇ ἔσται.
ἴσαι ἄρα καὶ ὅμοιαι αἱ ΑΕΒ, ΒΖΓ παραβολαὶ ἴσαι τε καὶ ὅμοιαι
ἀλλήλαις εἰσίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι: +

Δεύτερον.

Ε΄.

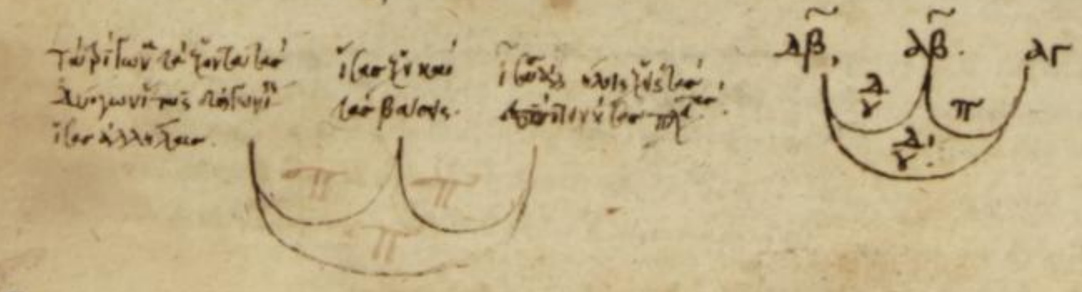




ἐὰν τρίγωνα ἰσοσκελῆ στῶσιν ἐπὶ κοινῆς βάσεως τῆς αὐτῆς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη μὴ τὰς αὐτὰς ἔχοντα γωνίας πρὸς ταῖς κορυφαῖς ταῖς πρὸς τῇ κοινῇ βάσει, ἐκβαλλομένων τῶν ἴσων πλευρῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἐπὶ μὲν τῆς ἐκτὸς γωνίας ἔσται μείζων ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς βάσεως, ἐπὶ δὲ τῆς ἐντὸς ἔσται ἐλάττων.

ἔστω τρίγωνα ἰσοσκελῆ τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ κοινῆς τῆς ΒΓ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη μὴ τὰς αὐτὰς ἔχοντα γωνίας πρὸς ταῖς κορυφαῖς ταῖς πρὸς τῇ κοινῇ βάσει, ἐκβεβλήσθωσαν δὲ αἱ ΑΒ, ΑΓ ἐπὶ τὰ Δ, Ε· λέγω, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ἐκτὸς γωνίας ἐστὶν μείζων ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΔΒΓ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐντὸς ἐλάττων ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ.

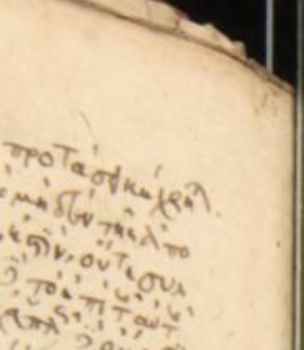
εἰλήφθω γὰρ τοῦ μὲν ΔΒ μείζων ἡ ΔΖ, τοῦ δὲ ΔΓ ἐλάττων ἡ ΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΗ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΑΔ οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΑΗ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΑΔ οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΑΗ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΔΗ οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΑΗ, ἀλλὰ ἡ ΑΔ τῇ ΑΖ ἐστὶν ἴση, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΔΗ οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΑΗ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΖ τῆς ΑΗ, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΔΖ τῆς ΔΗ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΖΗ· αἱ ἄρα ΔΖ, ΖΗ τῶν ΔΗ, ΗΖ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ ΔΖ, ΖΗ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴσαι· ἐκατέρα γὰρ τῶν ΑΖ, ΑΔ ἐκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΑΓ ἐστὶν ἴση· καὶ αἱ ΔΗ, ΗΖ ἄρα τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴσαι· μείζων ἄρα ἡ ΔΒ τῆς ΔΓ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΒΓ μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ ΒΓ, καὶ ἐκτὸς γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΔΒΓ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ. μείζων δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΔΒΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῆς ὑπὸ ΔΒΓ. ἀλλὰ μὴν καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν αὐτῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

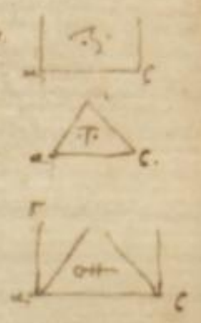


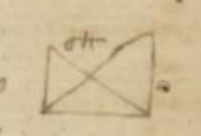
ἐὰν τρίγωνα ἰσοσκελῆ στῶσιν ἐπὶ κοινῆς βάσεως τῆς αὐτῆς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη μὴ τὰς αὐτὰς ἔχοντα γωνίας πρὸς ταῖς κορυφαῖς ταῖς πρὸς τῇ κοινῇ βάσει, ἐκβαλλομένων τῶν ἴσων πλευρῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἐπὶ μὲν τῆς ἐκτὸς γωνίας ἔσται μείζων ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς βάσεως, ἐπὶ δὲ τῆς ἐντὸς ἔσται ἐλάττων.

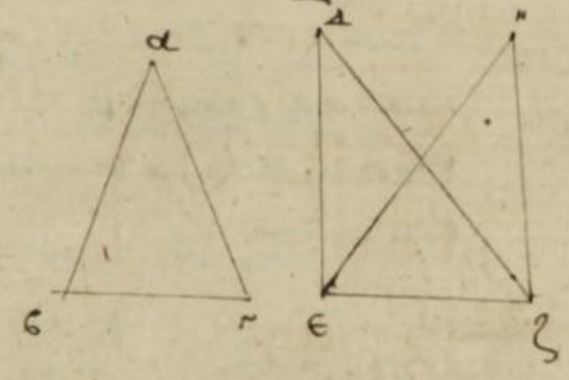
ε

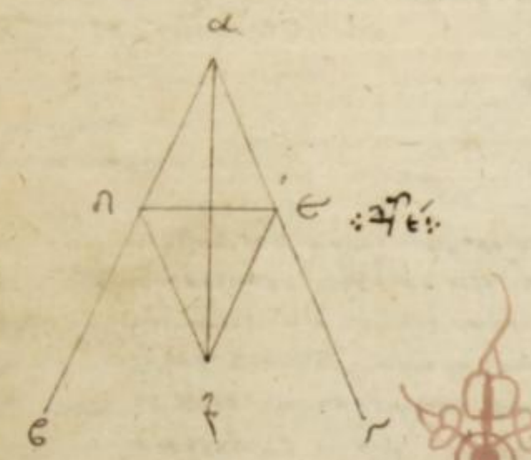
Γ
Δ
α
β









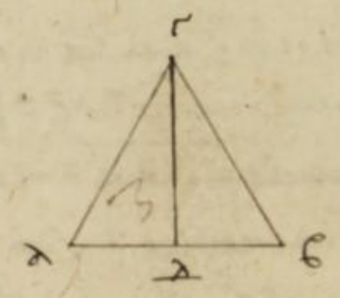


ἰσοσκελὲς ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ. κοινὴ δὴ ἡ ΑΔ· δύο δὴ αἱ ΒΑ, ΑΔ ταῖς ΓΑ, ΑΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΒ βάσει τῇ ΔΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ ἴση ἐστίν· αἱ ἄρα ὀρθογώνιοι αἱ ὑπὸ ΒΑΔ, ΓΑΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρόβλημα λ'.

Τὴν ὀθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Ἔστω ἡ ὀθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.



συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΑΒ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓ· καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία δίχα τῇ ΓΔ εὐθείᾳ· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ εὐθεῖα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημεῖον· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ δυσὶ ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν· ἡ ἄρα ΑΒ εὐθεῖα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Πρόβλημα λα'.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον ἐφ' οὗ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ· καὶ κείσθω τῷ ΑΔ ἴση ἡ ΑΕ· καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΖΔΕ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΑ· λέγω ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Α πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΑΖ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΖ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΖ δυσὶ ταῖς ΕΑ, ΑΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΕΖ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΖ ἴση ἐστίν· καί εἰσιν ἐφεξῆς· ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔΑΖ, ΕΑΖ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Πρόβλημα λβ'.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ δύο πλευρῶν ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ὦσιν, ἔχωσι δὲ καὶ τὰς βάσεις ἴσας, καὶ τὰς γωνίας ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένας ἴσας ἕξουσιν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· ἔστω δὲ καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση.

ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ, τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ· ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΑΓ, ΒΓ εὐθεῖαι ἐπὶ τὰς ΔΖ, ΕΖ· ἴσην γὰρ πάλιν τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ διὰ τὸ αὐτό· ἀλλὰ καὶ τὸ Γ ἐπὶ τὸ Ζ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐφαρμόσει καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρόβλημα λγ'.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δυσὶ γωνίαις ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ὦσιν, ἔχωσι δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξουσιν ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ· ἔστω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΓ· λέγω ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ἥ τε ΑΒ τῇ ΔΕ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΔΖ, καὶ ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ.

Πρόβλημα λδ'.

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ· λέγω ὅτι τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου χωρίου αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.

ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΓΔΒ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΔΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΒ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση ἐστίν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἴση ἐστίν· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΔ γωνίαι ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΓΔΒ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΓΔΒ ἴσαι εἰσὶ ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΔ· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΔ ἄρα ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΔ ἴσαι εἰσίν· ἴση ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΑΓΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΑΒ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ· τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει· ἴση γὰρ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ καὶ κοινὴ ἡ ΒΓ· δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΔΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν· καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΓΔΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρόβλημα λε'.

Τὰ παραλληλόγραμμα χωρία τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΖ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ.

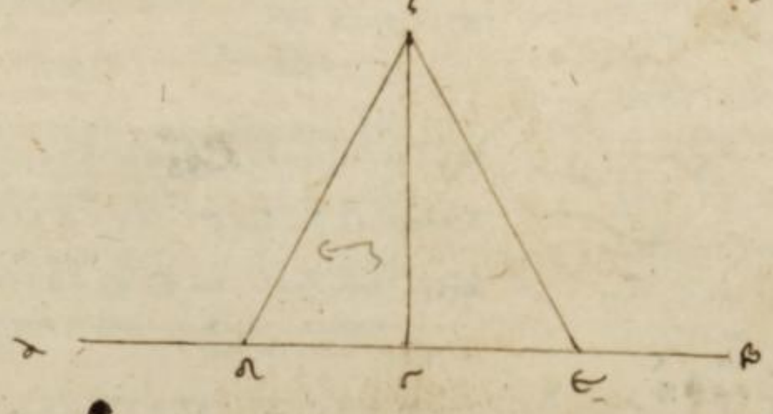
ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΕ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ ὅλῃ τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ δυσὶ ταῖς ΔΖ, ΖΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΖΓ ἴση ἐστὶν ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΔΓ ἴση ἐστίν· καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΓΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΗΖΓ τραπεζίῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΒΓ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρόβλημα λς'.

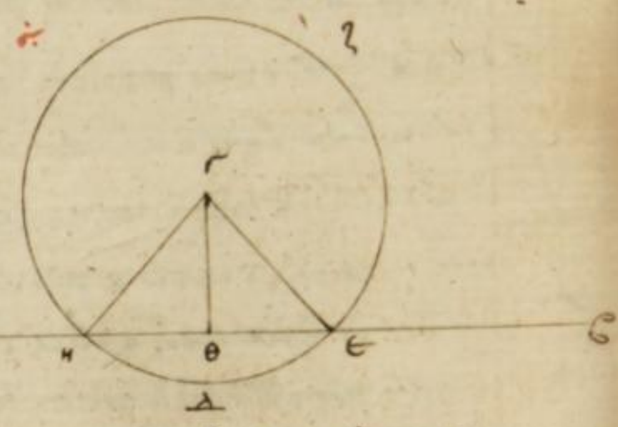
Τὰ παραλληλόγραμμα χωρία τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

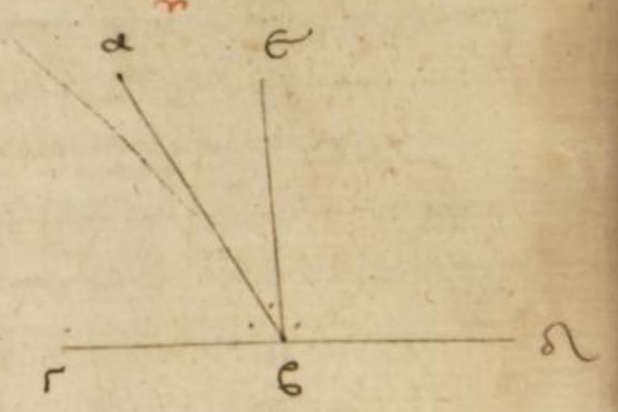
Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΖΗ ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΗ, ΑΘ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ παραλληλογράμμῳ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΓΘ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΗ, ἀλλὰ ἡ ΖΗ τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΓΕ· ὅλη ἄρα ἡ ΒΕ ὅλῃ τῇ ΓΘ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση· δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΕ δυσὶ ταῖς ΔΓ, ΓΘ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΘ ἴση ἐστὶν ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· βάσις ἄρα ἡ ΑΕ βάσει τῇ ΔΘ ἴση ἐστίν· καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΔΓΘ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΓΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΖΗΘ τραπεζίῳ ἴσον ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΒΓ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΖΗΘ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

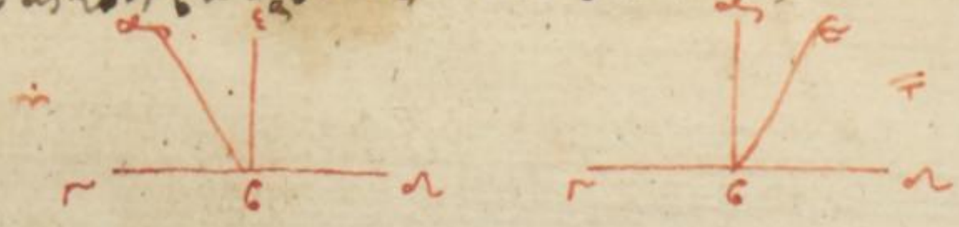

λ
Γ
Ε
β

Γ



Δ Η Θ Ε ζ

Γ Β Δ

αὐτῶν τὰ ΓΖ, ΖΒ ὀρθὰς γωνίας. καὶ αὐτῶν κοινὸν τὸ ΖΔ. αἱ ΓΖ, ΖΔ τῇ ΒΖ, ΖΔ ἴσας εἰσὶν ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΖΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΔ ἴση ἐστὶν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ βάσις ἡ ΓΔ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἔσται· καὶ τὸ ΓΖΔ τρίγωνον τῷ ΒΖΔ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΔΖ ἐστίν· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΑΖ ἐπὶ τὴν ΓΔΒ ἐφέστηκε καὶ τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΓΔΖ, ΖΔΒ ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΔΖ, ΖΔΒ γωνιῶν ἐστίν· ἡ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΖΔ ἐπὶ τὴν ΓΔΒ εὐθεῖαν κάθετός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



φιβουνάκι.

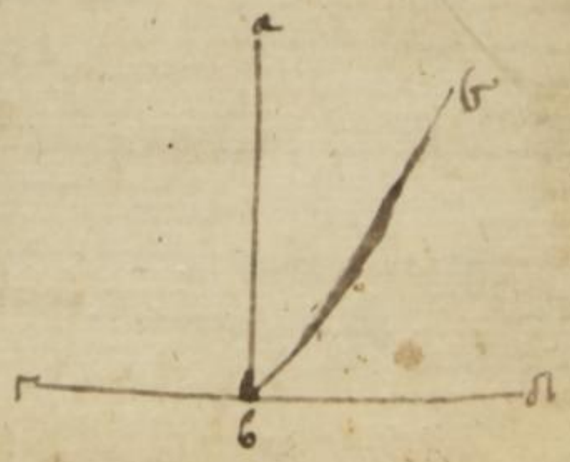
ιγ'. Ἐὰν εὐθεῖα γωνίας ἐπιζευγνύουσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν.

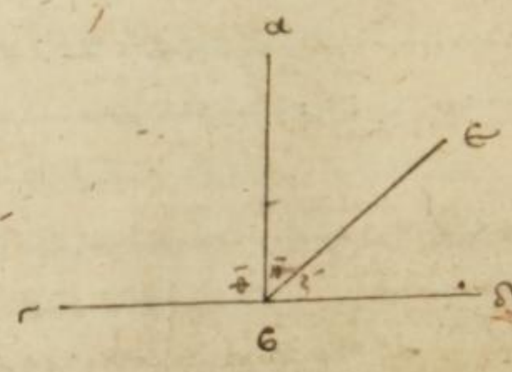
Εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΖ γωνίας τὰς ὑπὸ ΓΖΑ, ΑΖΒ ἐφεξῆς ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω· λέγω ὅτι ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΖΑ, ΑΖΒ ἐστίν. ἀπὸ γὰρ τοῦ Ζ σημείου τῇ ΓΔΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΔ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΖΔ γωνία τῇ ΒΖΔ ἴση ἐστίν, ἐπεὶ καὶ ἡ ΓΖΑ τῇ ΑΖΒ ἴση ἐστίν, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΖΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΖΒ ἴση ἐστίν· καὶ ἐπεὶ ἴσων γωνιῶν τῶν ὑπὸ ΓΖΔ, ΑΖΒ κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΖΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΖΔ, ΔΖΑ τῇ ὑπὸ ΒΖΔ, ΔΖΑ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΖΔ, ΔΖΑ τῇ ὑπὸ ΑΖΔ ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ γάρ· καὶ αἱ ὑπὸ ΒΖΔ, ΔΖΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΖΔ ἴσαι εἰσίν· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΔ τῆς ὑπὸ ΔΖΒ· ἀλλὰ καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐπὶ τὴν ΓΔΒ εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς ἀνασταθήσεται ἡ ΖΑ· ἐπὶ τὴν ΓΔΒ ἄρα ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἀνασταθήσεται ἡ ΖΑ· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΖΑ, ΑΖΒ ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

φιβουνάκι.

ιδ'. Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις ἡ ἑτέρα τῇ ἑτέρᾳ.

Πρός τινι γὰρ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ, ΒΔ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιείτωσαν· λέγω ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ ΓΒ ἡ ΒΔ. εἰ γὰρ μή ἐστι τῇ ΓΒ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ, ἔστω τῇ ΓΒ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΕ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΒ ἐπὶ τὴν ΓΒΕ εὐθεῖαν ἐφέστηκε, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ τῇ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ, ΓΒΑ τῇ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ, ΓΒΑ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΓΒΑ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΕ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστὶν ἴση, μείζων ἡ ἐλάττονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ ΓΒ ἡ ΒΕ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΒΔ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ τῇ ΓΒ ἡ ΒΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



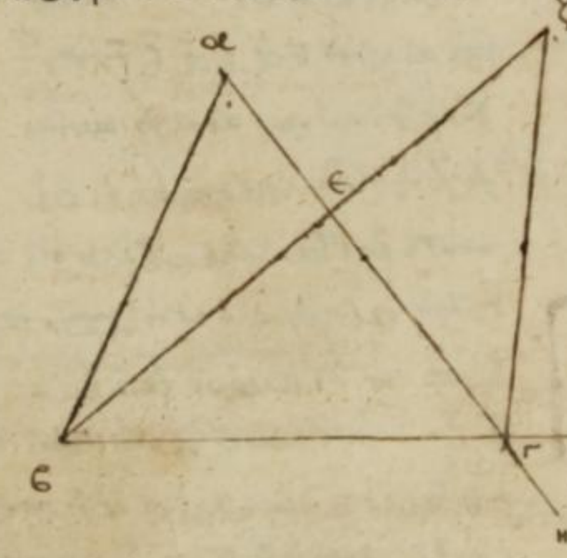

α
ε
ζ
Γ
δ

α
Γ
ζ
δ
κ
η
Ω

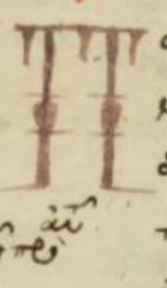
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τοῦ ὅλου μερῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ.

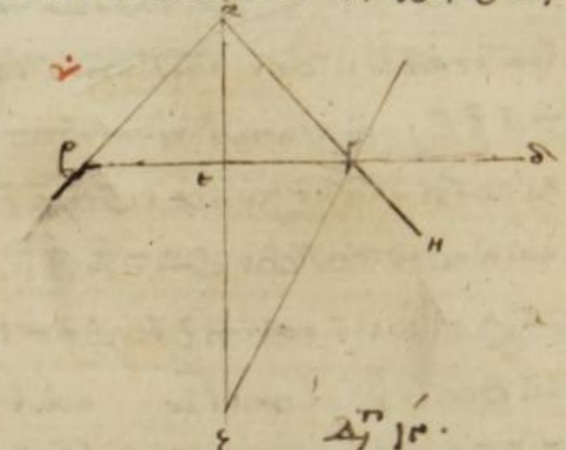
Τετμήσθω γὰρ ἡ ΓΒ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΓΑ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΖ, καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ, καὶ διήχθω ἡ ΖΕ ἐπὶ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ διήχθω ἡ ΕΘ ἐπὶ τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΘ, καὶ διήχθω ἡ ΖΘ ἐπὶ τὸ Λ, καὶ διὰ τοῦ Δ τῇ ΓΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΜ, καὶ διὰ τοῦ Β τῇ ΓΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΝ.

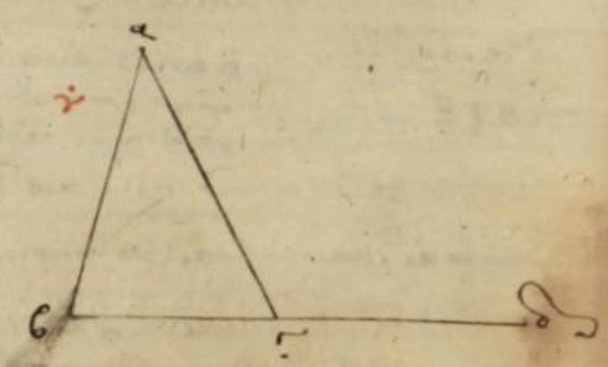


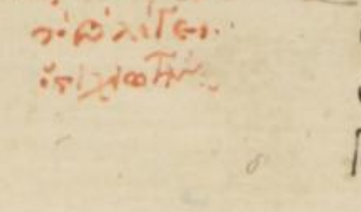
Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΖ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΕΒ. καὶ ἡ ΓΖ ἄρα τῇ ΕΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΖΓΒΕ, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΕ τῇ ΓΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΖΕ, ἀλλὰ τῇ μὲν ΓΒ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΕ, τῇ δὲ ΖΕ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΘ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΓΕ τῇ ΖΘ. ἀλλὰ τῇ μὲν ΓΕ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ, τῇ δὲ ΖΘ ἴση ἐστὶν ἡ ΘΚ· καὶ ἡ ΕΒ ἄρα τῇ ΘΚ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΕ τῇ ΕΒ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΓΘ τῇ ΕΚ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΘ τῇ ΘΚ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΖΛ τῇ ΛΚ. καὶ



γωνία ἴση τῇ πρὸς τῷ Γ τρι-
γώνῳ. καὶ ἑκατέρου μείζων ἔσται,
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. :+ :θεώρημα :+
Αἱ τοῦ παντὸς ἀμβλυγωνίου πολυγώνου αἱ πολυπλασίονες τῶν
μεταλαμβανόμενων. ἔστω παντὸς πολυγώνου τοῦ ΑΒΓ. λέγω
ὅτι αἱ τοῦ ΑΒΓ πολυγώνου αἱ πολυπλασίονες τῶν μεταλαμβανομένων.
εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓ τὸ κέντρον τὸ Δ,
καὶ ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ΑΒΓ
ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΕ, μείζων
δὴ τοῦ ἐντὸς, καὶ τοῦ λοιποῦ
τοῦ ὑπὸ ΑΓΒ. κοινὴ προσκείσθω
ἡ ὑπὸ ΑΓΒ. αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΓΑ
ΑΓΒ τῶν ὑπὸ ΑΓΒ ΒΓΑ, μείζονές εἰσιν. αἱ δὲ
ΑΓΑ ΑΓΒ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΒ ΒΓΑ,
δυσὶν ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν.
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ
αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΒ, δυσὶν ὀρθῶν
ἐλάσσονές εἰσιν. καὶ
ἔτι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ ΒΑΓ ΑΓΒ, τοῦ
ἄρα τριγώνου αἱ δυσὶν ὀρθαῖς
δυσὶν ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν.
τοῦτο μεταλαμβανόμενον ὅπερ ἐδεῖ δεῖξαι. :+ δεῖξαι :+
τοῦ πολυγώνου μείζων πλευρὰ τοῦ μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.
ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, μείζονα δὲ ἔχον τὴν ΑΓ πλευρὰν τῆς
ΑΒ. λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ.
ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ, κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ. καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ.

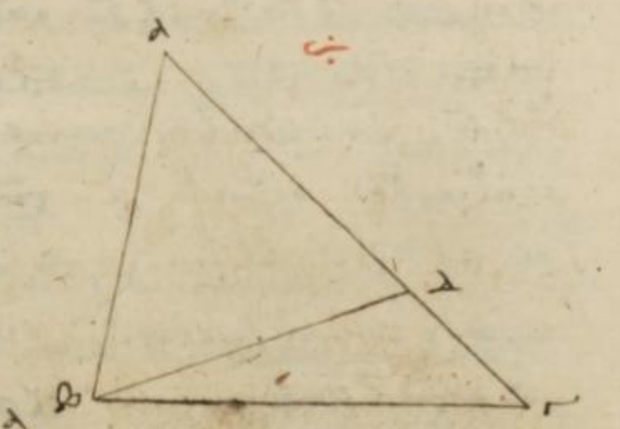




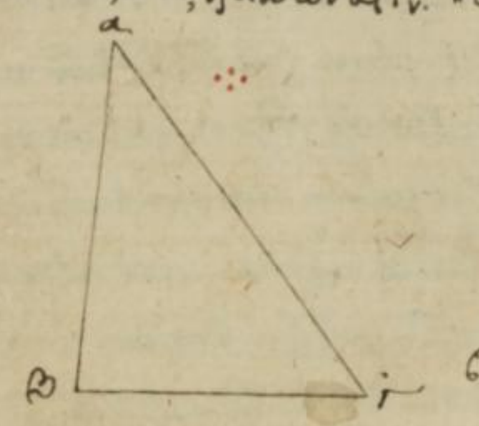


καὶ ἐπεὶ τοῦ ΒΓΔ τριγώνου μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ, ἴση δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ,
μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ. καὶ ἐπὶ τῆς ΑΔ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ
τῆς ὑπὸ ΑΓΒ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστίν. πολλῷ ἄρα
ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ μείζων ἐστίν. τοῦ ἄρα πολυγώνου μείζων πλευρὰ
τοῦ μείζονα γωνίαν ὑποτείνει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

τῶν ΓΔ ἑκατέρου. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΖ παραλληλόγραμον τῷ ΖΓ παραλληλογράμμῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΖΒ. ὅλον ἄρα τὸ ΑΒ ὅλῳ τῷ ΔΓ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΑΒ τῷ ΕΖ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΕΖ ἄρα τῷ ΔΓ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΖΓ. ὅλον ἄρα τὸ ΕΓ ὅλῳ τῷ ΔΒ ἐστὶν ἴσον. τὸ ΕΓ ἄρα τοῦ ΔΒ μεῖζόν ἐστιν. ἀλλὰ τὸ ΕΓ τοῦ ΑΒ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τοῦ ΔΒ μεῖζόν ἐστιν. τοῦ ΔΒ ἄρα τὸ ΑΒ μεῖζόν ἐστιν. τοῦ δὲ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΓ· καὶ τὸ ΔΓ ἄρα τοῦ ΔΒ μεῖζόν ἐστιν. τοῦ ΔΒ ἄρα τὸ ΔΓ μεῖζόν ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ✣ θεωρημα ✣



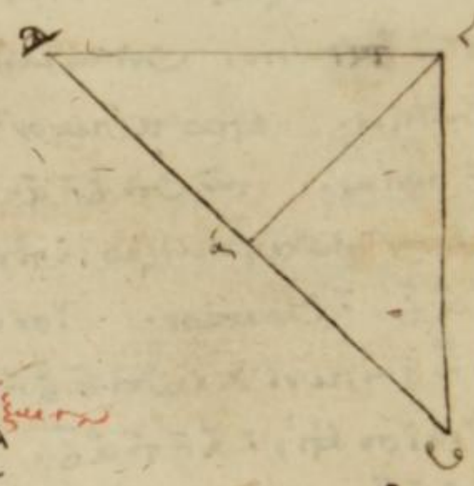
Παντὸς τετραπλεύρου. τῶν τὴν μείζονα γωνίαν ἐμβαλλουσῶν, ἑκατέρα, ἑκατέρας. ἔστω τετράπλευρον τὸ ΑΒΓΔ. μείζονα δὲ ἔστω τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν. τῆς δὲ ὑπὸ ΔΓΒ. λέγω ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ πλευρᾶς τῆς ΑΔ μείζων ἐστίν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΒΔ, ἐπὶ λάσσονος. ἴσον μείνουσι δὴ αἱ ΓΒ ΓΔ τῇ ΓΒ ἴσον τε καὶ παράλληλον ἡ ΓΕ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΕΓΒ τρίγωνον τῷ ΔΓΒ τριγώνῳ, ἴση δὲ ἡ ΓΕ τῇ ΓΒ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΒ τῇ ΔΒ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΓΒ, μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΕ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. ἀλλὰ τῇ μὲν ὑπὸ ΑΒΕ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ· ἐκτὸς γάρ· τῇ δὲ ὑπὸ ΔΓΒ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΔΕ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ ἄρα τῆς ὑπὸ ΓΔΕ μείζων ἐστίν. ἡ ὑπὸ ΑΕΔ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΔΕ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΑΔΕ, μείζων δὲ πλευρὰ ἡ ΑΔ τῆς ΑΕ, ἐπὶ ἐλάσσονος. ἴση γὰρ ἡ ΑΔ τῇ ΑΓ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῆς ΑΕ μείζων ἐστίν. ἡ ΑΕ ἄρα τῆς ΑΓ ἐλάσσων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΑΕΒ, μείζων δὲ πλευρὰ ἡ ΑΕ τῆς ΑΒ, ἐπὶ ἐλάσσονος. ἴση γὰρ ἡ ΑΕ τῇ ΑΓ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῆς ΑΒ μείζων ἐστίν. ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΑΓ ἐλάσσων ἐστίν. ὅπου οὖν ἴσον ἐστίν. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ. ἡ ΑΓ ἄρα τῆς ΑΒ μείζων ἐστὶ καὶ τῆς ΑΔ. πάντοι ἄρα τὸ κατὰ τὴν μείζονα γωνίαν ἐμβάλλον τμῆμα μείζων ἐστὶ πλευρᾶς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ✣ θεωρημα ✣



Παντὸς τετραπλεύρου. τῶν τὴν μείζονα γωνίαν ἐμβαλλουσῶν, ἑκατέρα, ἑκατέρας. ἔστω τετράπλευρον τὸ ΑΒΓΔ. μείζονα δὲ ἔστω τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν. τῆς δὲ ὑπὸ ΔΓΒ. λέγω ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ πλευρᾶς τῆς ΑΔ μείζων ἐστίν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΒΔ, ἐπὶ λάσσονος. ἴσον μείνουσι δὴ αἱ ΓΒ ΓΔ τῇ ΓΒ ἴσον τε καὶ παράλληλον ἡ ΓΕ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΕΓΒ τρίγωνον τῷ ΔΓΒ τριγώνῳ, ἴση δὲ ἡ ΓΕ τῇ ΓΒ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΒ τῇ ΔΒ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΓΒ, μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΕ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. ἀλλὰ τῇ μὲν ὑπὸ ΑΒΕ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ· ἐκτὸς γάρ· τῇ δὲ ὑπὸ ΔΓΒ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΔΕ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ ἄρα τῆς ὑπὸ ΓΔΕ μείζων ἐστίν. ἡ ὑπὸ ΑΕΔ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΔΕ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΑΔΕ, μείζων δὲ πλευρὰ ἡ ΑΔ τῆς ΑΕ, ἐπὶ ἐλάσσονος. ἴση γὰρ ἡ ΑΔ τῇ ΑΓ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῆς ΑΕ μείζων ἐστίν. ἡ ΑΕ ἄρα τῆς ΑΓ ἐλάσσων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΑΕΒ, μείζων δὲ πλευρὰ ἡ ΑΕ τῆς ΑΒ, ἐπὶ ἐλάσσονος. ἴση γὰρ ἡ ΑΕ τῇ ΑΓ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῆς ΑΒ μείζων ἐστίν. ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΑΓ ἐλάσσων ἐστίν. ὅπου οὖν ἴσον ἐστίν. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ. ἡ ΑΓ ἄρα τῆς ΑΒ μείζων ἐστὶ καὶ τῆς ΑΔ. πάντοι ἄρα τὸ κατὰ τὴν μείζονα γωνίαν ἐμβάλλον τμῆμα μείζων ἐστὶ πλευρᾶς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ✣ θεωρημα ✣

Παντὸς τετραπλεύρου. αἱ δύο πλευραὶ τῶν λοιπῶν τριῶν μείζονές εἰσι παντῇ μεταλαμβανόμεναι. ἔστω γὰρ τετράπλευρον τὸ ΑΒΓΔ. λέγω ὅτι τοῦ ΑΒΓ τετραπλεύρου, αἱ δύο πλευραὶ τῶν λοιπῶν τριῶν μείζονές εἰσι παντῇ μεταλαμβανόμεναι.

μεταλαμβανόμενα. αἱ μὲν ΒΑ ΑΓ. τῶν ΓΒ. αἱ δὲ ΑΔ ΔΓ, τῶν ΓΑ. αἱ δὲ ΒΓ ΓΑ τῶν ΑΒ. πλὴν ἐπὶ τῶν ἀμβλειῶν. καὶ μείζων ἡ μὲν ΒΑ τῆς ΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΑΔ. ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. τῇ ὑπὸ ΑΓΔ. ~~ἡ δὲ ὑπὸ ΒΓΑ γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΓΔ μείζων ἄρα~~ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ. τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. τῶν ὑπὸ ΒΓΑ ἄρα μείζων ἐστὶ τὸ ΑΒΓ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΔ μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ ΒΑ. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΓΑ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΒΔ. ἀλλὰ τῇ μὲν ὑπὸ ΔΓΑ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΔΑ. τῇ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῆς ὑπὸ ΑΓΔ. ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. μείζων ἄρα ἡ ΑΓ τῆς ΑΔ. ἀλλ' ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ.

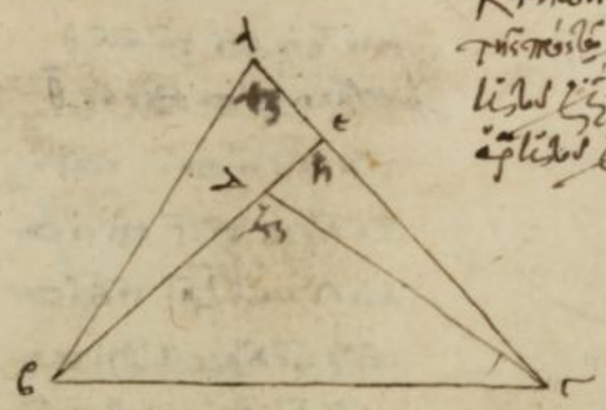


μά

θεώρημα

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. λέγω ὅτι αἱ δύο πλευραὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν. αἱ μὲν ΒΑ ΑΓ τῆς ΒΓ. αἱ δὲ ΓΒ ΒΑ τῆς ΑΓ. αἱ δὲ ΒΓ ΓΑ τῆς ΑΒ. Διήχθω γὰρ ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον. καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ. ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ. ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἄρα γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ. ἡ δὲ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἄρα γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΓΔ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΓΓ μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ ΒΓ. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΓΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΔΒ. ἀλλὰ τῇ μὲν ὑπὸ ΔΓΒ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. τῇ δὲ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΑΓΔ. ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. μείζων ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΒΑ. ἀλλ' ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΑΓ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ΒΓ τῶν ΒΑ ΑΓ. λοιπὸν ἄρα αἱ ΒΑ ΑΓ τῆς ΒΓ μείζονές εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ μὲν ΓΒ ΒΑ τῆς ΑΓ μείζονές εἰσιν. αἱ δὲ ΒΓ ΓΑ τῆς ΑΒ. παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν. παντὸς μεταλαμβανόμενα ἁπλῶς ὅτι δύο πλευραὶ τοῦ ὁποιουοῦν τριγώνου τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν.

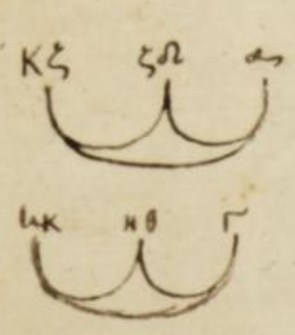
εἰσὶ δύο. τῶν ἄρα ΒΓ, ΓΔ τετραγώνου αἱ ΑΓ, ΓΔ παραλληλόγραμοι αἱ ΑΘ, ΘΓ. ἀλλὰ τῶν ΒΓ μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. καὶ τῶν ΑΘ ἄρα μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. πάλιν ἐπεὶ τῶν ΓΕ, ΕΔ τετραγώνου αἱ ΑΓ, ΓΔ παραλληλόγραμοι αἱ ΖΕ, ΕΘ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, τῶν ΖΕ μείζων ἐστὶ δύο εἰσὶν ἄρα καὶ τῶν ΑΘ μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. ἀλλὰ τῶν ΑΘ μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. καὶ τῶν ΒΓ ἄρα μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. τῶν ΑΓ, ΓΔ ἄρα τετραγώνων τὸ ΑΓ παραλληλόγραμον τοῦ λοιποῦ μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. πάλιν ἐπεὶ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων τὸ ΑΓ παραλληλόγραμον τοῦ λοιποῦ μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. καὶ τῶν ΑΓ ἄρα μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. τῶν ΑΓ, ΓΔ ἄρα τετραγώνων τὸ ΑΓ παραλληλόγραμον τοῦ λοιποῦ μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. ἐὰν ἄρα τετραγώνου παραλληλογράμου παρὰ διάμετρον τοῦ τετραγώνου παραλληλόγραμα παραβληθῇ ἴσα ἀλλήλοις καὶ ὅμοια τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενα, τὸ μεταξὺ τῆς τε διαμέτρου καὶ τῆς κοινῆς γωνίας τῶν παραλληλογράμων τετράγωνον ὂν τοῦ ἡμίσεος τοῦ τετραγώνου μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. καὶ τῶν ἐφ' ἑκάτερα τὰ μεταξὺ τῆς τε διαμέτρου καὶ τῆς κοινῆς γωνίας τῶν παραλληλογράμων τετραγώνων τὸ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ λοιποῦ μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



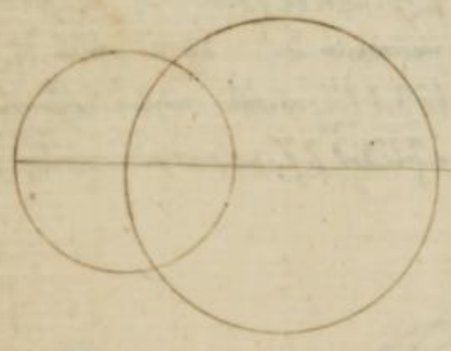
Τοῦ δοθέντος εὐθυγράμμου τριγώνου τὸ δοθὲν παραλληλόγραμον ἴσον παραλληλογράμῳ δοθέντι τριγώνῳ ὑπερβάλλον εἴδει ὁμοίῳ δοθέντι παραλληλογράμῳ.

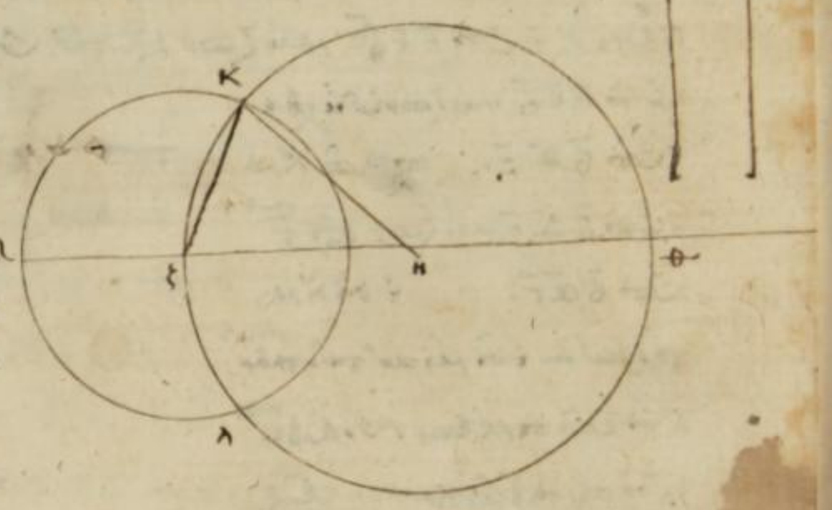
Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, τὸ δὲ δοθὲν παραλληλόγραμον ᾧ δεῖ τὸ παραλληλόγραμον ἴσον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ὑπερβάλλον εἴδει ὁμοίῳ τῷ ΔΕ. δεῖ δὴ τὸ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμον παραβαλεῖν παρὰ τὴν ΒΓ εὐθεῖαν ὑπερβάλλον εἴδει ὁμοίῳ τῷ ΔΕ παραλληλογράμῳ.

Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ, καὶ ἀναγεγράφθω ἐπὶ τῆς ΖΓ τῷ ΔΕ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΖΗΘΓ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΒΓ τριγώνου τὸ ΑΓΘ παραλληλόγραμον τοῦ λοιποῦ μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. ἐὰν ἄρα τετραγώνου παραλληλογράμου παρὰ διάμετρον τοῦ τετραγώνου παραλληλόγραμα παραβληθῇ ἴσα ἀλλήλοις καὶ ὅμοια τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενα, τὸ μεταξὺ τῆς τε διαμέτρου καὶ τῆς κοινῆς γωνίας τῶν παραλληλογράμων τετράγωνον ὂν τοῦ ἡμίσεος τοῦ τετραγώνου μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. καὶ τῶν ἐφ' ἑκάτερα τὰ μεταξὺ τῆς τε διαμέτρου καὶ τῆς κοινῆς γωνίας τῶν παραλληλογράμων τετραγώνων τὸ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ λοιποῦ μείζων ἐστὶ δύο εἰσί. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

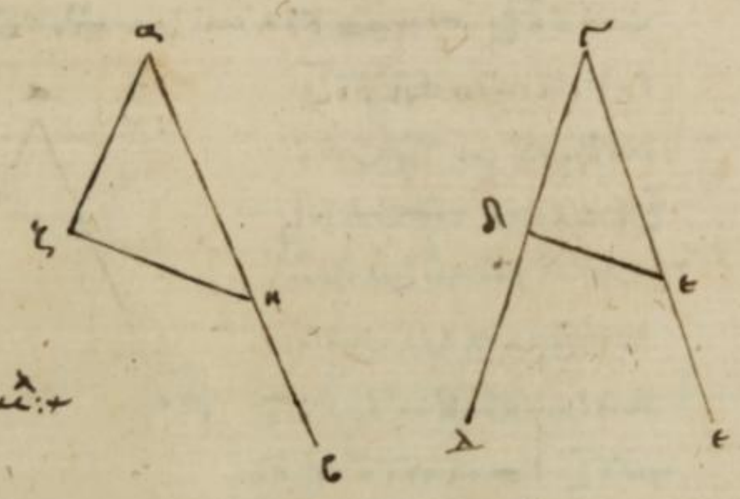


τῶν Γ. αἱ ΛΓ τῶν Βδ. καὶ ὅλη αἱ ΒΓ, τῶν Αε. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων τῶν ΑΓ τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΛΓ. ὑπεροχὴ ἄρα τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ. καὶ ΛΓ ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΑΛ. ΑΓ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΛ. ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΛ. ΑΓ. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΛ. ΑΓ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΛ πρὸς τὴν ΑΔ οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΑΓ. καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΑΔ. ΑΓ ἡμικύκλου ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΔ. ΑΓ ἐφάπτεται τοῦ κύκλου. ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ ἄκρου τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι εὐθεῖαι ἐκβληθῶσιν. καὶ ἀπὸ τοῦ ἄκρου τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι εὐθεῖαι ἐκβληθῶσιν. καὶ ἀπὸ τοῦ ἄκρου τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι εὐθεῖαι ἐκβληθῶσιν. καὶ ἀπὸ τοῦ ἄκρου τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι εὐθεῖαι ἐκβληθῶσιν. καὶ ἀπὸ τοῦ ἄκρου τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι εὐθεῖαι ἐκβληθῶσιν. καὶ ἀπὸ τοῦ ἄκρου τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι εὐθεῖαι ἐκβληθῶσιν.

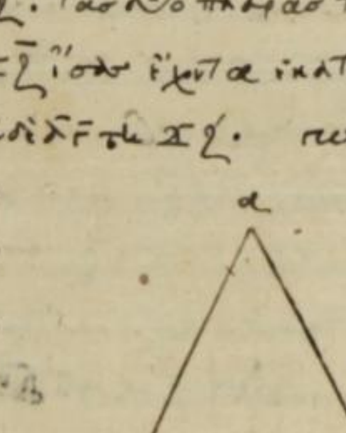


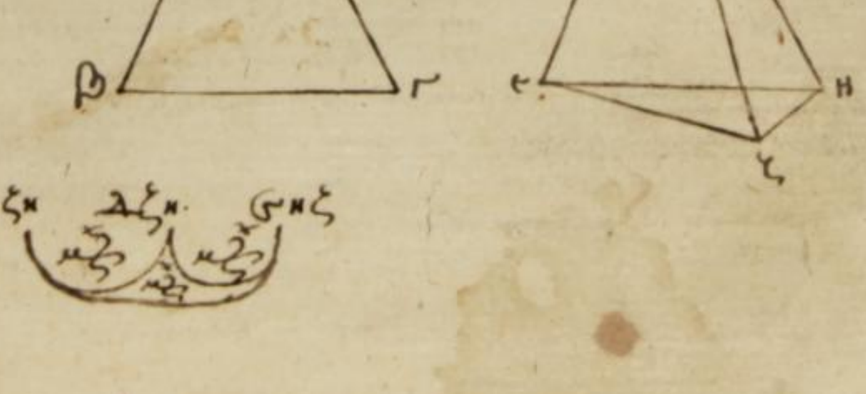


τῶν λοιπῶν πλευρῶν ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα βάσις βάσει τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

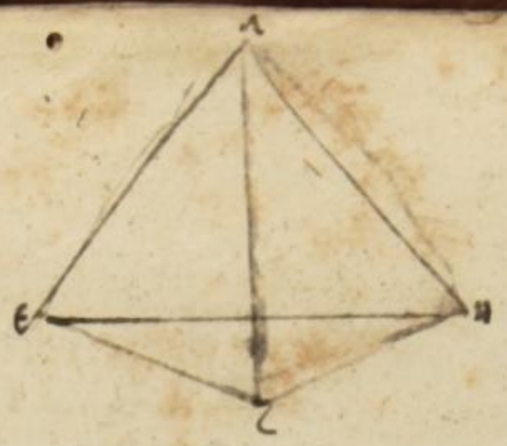


Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην ἴσην καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει· καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

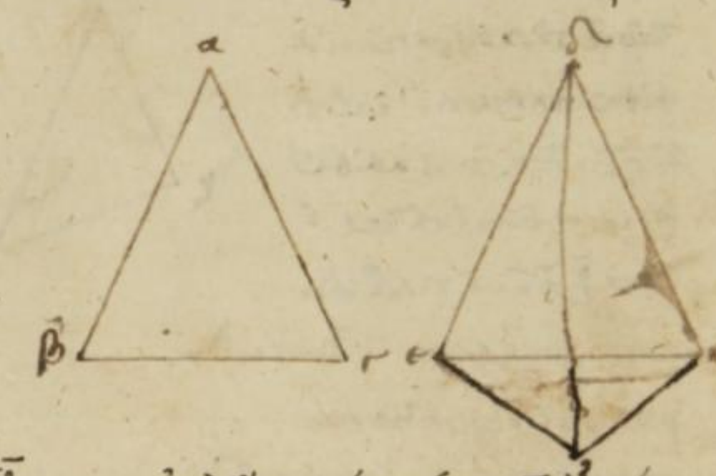




Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις προσκειμένην ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴσην.

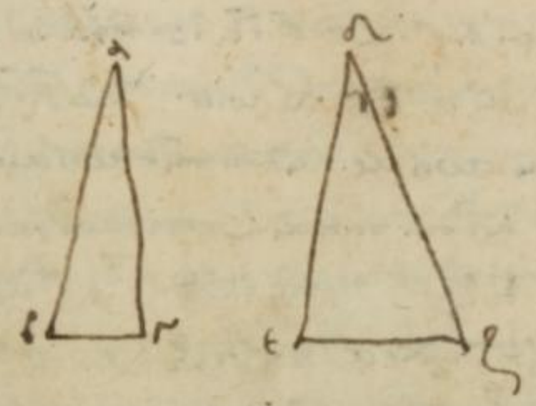


ὑπὸ βαγ πωνί λ τῆσ ὑπὸ ιαζ πωνίσ· οὐκ ἄρα καὶ
ἡ βθ πρὸσ τὴν λε. καὶ ἐπεὶ ἡ βγ τῇ αγ, κοινὴ δὲ ἡ
γθ, δύο δὴ αἱ βγ γθ δυσὶ ταῖσ αγ γθ, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ βγθ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ αγθ ἴση ἐστίν· βάσισ ἄρα ἡ βθ βάσει τῇ θα ἐστὶν ἴση
καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ αζ τῇ ζγ, ἴση δὲ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αζθ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γζθ, δύο δὴ αἱ αζ ζθ δυσὶ ταῖσ γζ ζθ, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αζθ γωνία τῆσ ὑπὸ γζθ. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ αζθ
ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ βζθ· καὶ ἡ ὑπὸ βζθ ἄρα μείζων ἐστὶ τῆσ ὑπὸ γζθ. ἐπὶ
δὲ τῆσ μὲν ὑπὸ βζγ γωνίας μείζων ἐστὶν ἡ βθ εὐθεῖα τῆσ βγ, ἐπὶ δὲ τῆσ
ὑπὸ γζθ ἐλάσσων ἡ γθ τῆσ γβ. μείζων ἄρα καὶ ἡ βθ τῆσ γθ.



ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. τὴν δὲ
γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην·
καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει ἡ ὅτι περὶ τὴν ἑτέραν τῶν ἴσων
εὐθειῶν. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ,
ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ καὶ
τὴν περὶ τὴν ἑτέραν τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην. καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει ἡ ὅτι περὶ τὴν ἑτέραν τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.
δύο δὴ τρίγωνα τὰ αβγ, δεζ δύο πλευρὰς ταῖς δεζ, εζ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν αβ, τῇ δε· τὴν δὲ αγ, τῇ δζ. βάσιν δὲ τὴν βγ, βάσιν

τῶν ΓΖ μείζων ἐστίν. λέγω ὅτι καὶ πυρ̣ὶ λ ὑπὸ ΒΑΓ, πυρὶ
τὴν ὑπὸ ΕΔΖ μείζων ἐστίν. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ ἐλάσσων.
ἴση μὲν οὖν οὐκ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πυρὶ, τὴν ὑπὸ ΕΔΖ. ἴσον γὰρ ἂν ἦν καὶ
βάσιν τὴν ΒΓ, βάσει τῇ ΕΖ. οὐκ ἔστιν δέ. οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
πυρὶ λ τὴν ὑπὸ ΕΔΖ. οὐδὲ μὴν ἐλάττων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ
ΕΔΖ. εἰ γὰρ ἐλάσσων ἐστὶ, δέδεικται καὶ βάσιν τὴν ΒΓ. βάσεως τῆς ΕΖ. οὐ
κεῖται δέ. οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πυρὶ λ τὴν ὑπὸ ΕΔΖ.
εἰλήφαμεν δὲ οὐδὲ ἴσην αὐτῇ. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πυρὶ λ τὴν
ὑπὸ ΕΔΖ. τὰ ἄρα συκείμενα τῶν λ πλευρῶν τὰ
λοιπὰ πλευρὰ τοῖς λοιποῖς πλευροῖς ἴσα ἕξει
καὶ μείζονα λ ἕξει. τὰ ὑπὸ τὰς ἴσας
λίθους περιεχόμενα,
ὅπερ ἔδει δεῖξαι +
ἀν λ τέ γωνα τὰ λ
γωνίᾳ τοῖς λοιπῶν γωνίας σ
ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. καὶ μία πλευρὰ μιᾷ πλευρᾷ ἴση.
ἤτοι τὴν πρὸς τοῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑπὸ τεινούσῃ μιᾷ τῶν
ἴσων γωνιῶν, καὶ τοῖς λοιποῖς πλευραῖς τοῖς λοιποῖς πλευραῖς ἴσας
ἕξει καὶ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.
ἔστω ἀν λ τέ γωνα τὰ ΑΒΓ λ ΔΕΖ. τοῦ ΑΒΓ α
ΒΓ α. λοιπὰ τοίνυν τὰ ΑΒ ΖΔ, ἴσας ἕξουσα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ
τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ, τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ.
ἐχέτω δὴ καὶ πρὸς τῇ ΑΒ πλευρᾷ μιᾷ λ, πλευρὰ ἴση. ἔστω πρότερον τὴν πρὸς
τοῖς ἴσαις γωνίαις τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ. λέγω ὅτι καὶ τοῖς λοιποῖς
πλευραῖς τοῖς λοιποῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ.



+ τουτ ἐστιν +

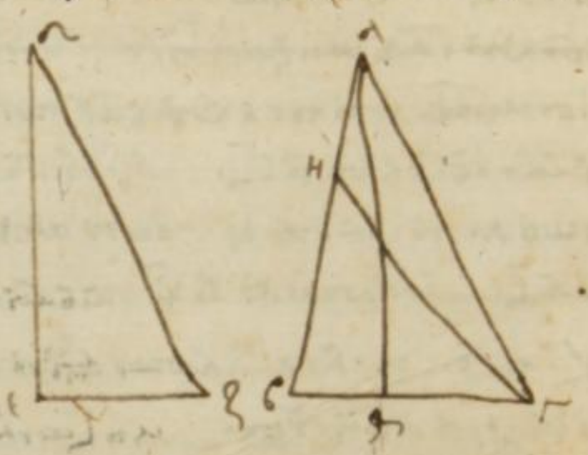
+ ἔνθεν δεῖν: +

13

ὠ τῶν ΑΒ τῇ ΔΕ καὶ
τὴν ΔΕ τῇ ΔΖ ἴσον
καὶ ἔτι ἐλάσσω

τὴν μὲν ΑΘ τῇ ΗΓ· τὴν δὲ ΑΓ, τὴν ΔΖ·
τὴν δὲ ΘΓ τῇ ΖΕ· καὶ ἔτι ἡ ΔΕ
τῇ ΔΖ· τὸ ΔΗΓ, μεῖζον
αὐτοῦ, μείζων ἐστὶν
ἢ ἡμίσεια· καὶ
καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΗΓ
ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια.

καὶ τοῦ λοιποῦ πάλιν τὴν

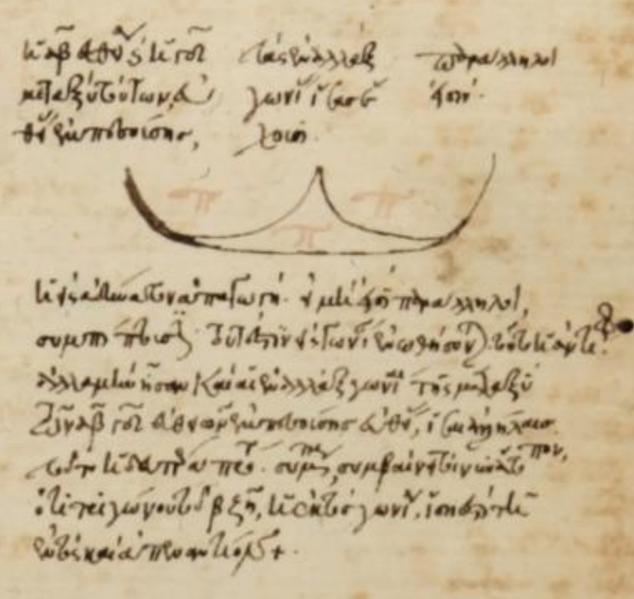


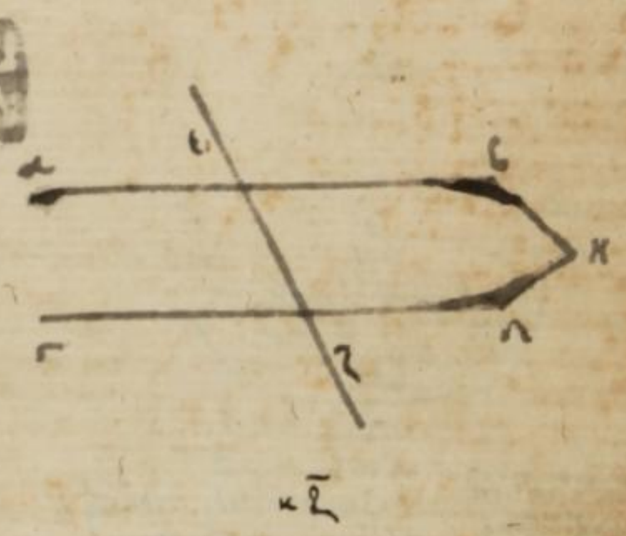
ἐπὶ οὖν ἴσον ἐστὶν ἡ ΑΗΓ τῷ ΑΒΓ· ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τοῖς ΑΒ, ΑΔ ἐστὶν ἴσον ἑκατέρῳ ἑκατέρῳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΑΕ ἴση· ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ΔΑΕ τοῖς ΑΒ, ΑΔ ἴσον ἐστὶ καὶ τῷ ΗΓ τετράπλευρον· τὰ δὲ ΑΒ τετράπλευρα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις· καὶ αἱ πρὸς τῷ Α γωνίαι τέσσαρες αἱ τῶν τετραπλεύρων ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. ὥστε καὶ περιφέρειαι ἴσαι ἀλλήλαις ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΓ περιφέρεια τῇ ΖΕ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΔΗΓ ὅλῃ τῇ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶ τὸ ΔΗΓ τοῦ ΑΗΓ μεῖζον· μεῖζων ἄρα καὶ ἡ ΔΖΕ τοῦ ΑΗΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

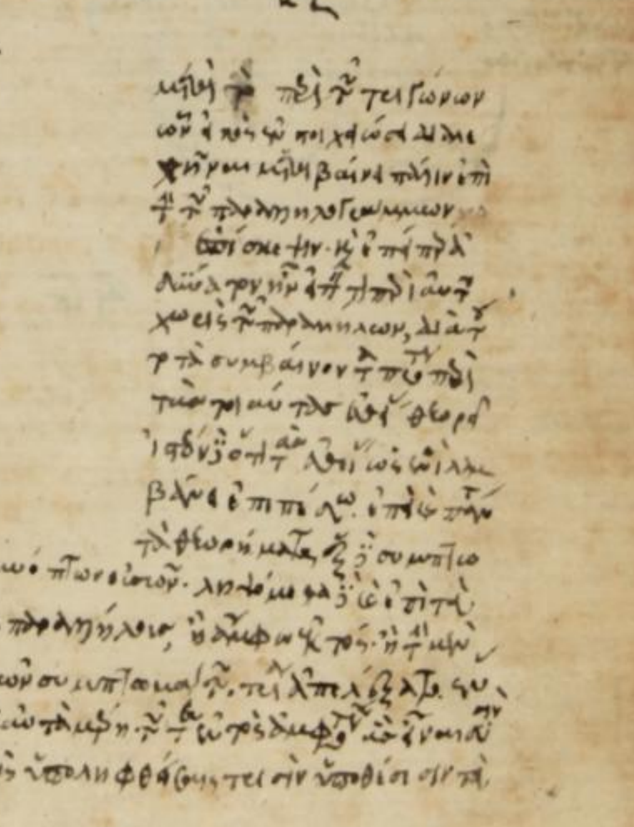
οὐκοῦν ἄρα ἐλάσσονός ἐστιν ἢ ἡμισείας· τὴν ΑΓ· ἴση γὰρ ἡ ΑΘ τῇ ΗΓ· καὶ ἐστὶν ἡ ΑΒΓ τῆς ΔΖΕ ἴση· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΘ τῇ ΗΓ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΘΓ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΓ ὅλῃ τῇ ΗΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒΓ τοῖς ΑΒ, ΑΔ ἴσον ἑκατέρῳ ἑκατέρῳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΑΕ ἴση· ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ΔΑΕ τοῖς ΑΒ, ΑΔ ἴσον ἐστὶ καὶ τῷ ΗΓ τετράπλευρον· τὰ δὲ ΑΒ τετράπλευρα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις· καὶ αἱ πρὸς τῷ Α γωνίαι τέσσαρες αἱ τῶν τετραπλεύρων ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· ὥστε καὶ περιφέρειαι ἴσαι ἀλλήλαις ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΓ περιφέρεια τῇ ΖΕ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΔΗΓ ὅλῃ τῇ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶ τὸ ΔΗΓ τοῦ ΑΗΓ μεῖζον· μεῖζων ἄρα καὶ ἡ ΔΖΕ τοῦ ΑΗΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

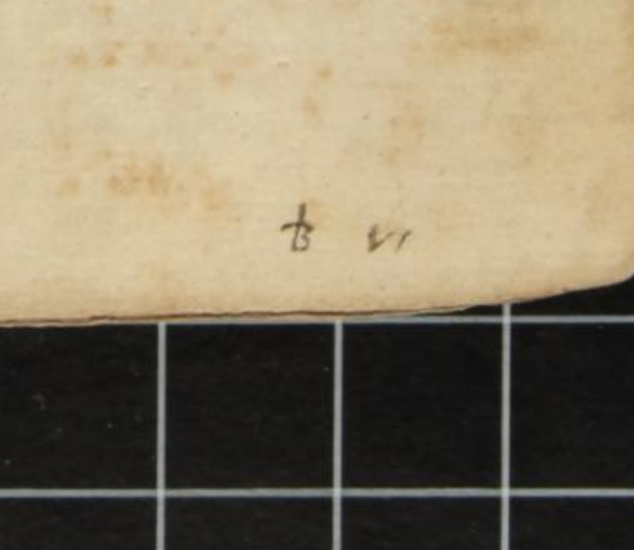
λέγω πάλιν· ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ τοῦ ΑΒΓ τμήματος περιφέρειαι τοῦ λοιποῦ τμήματος τοῦ περὶ τὴν ΔΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· κείσθω γὰρ τῇ ΑΓ ἴση ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΖΕ· καὶ ἐπεὶ λοιπὴ ἡ ΑΗ ἴση ἐστὶ λοιπῇ τῇ ΓΘ· καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ΑΗ ἐλάσσων ἢ ἡμισείας τῆς ΑΒ περιφερείας· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἢ ἡμισείας καὶ ἡ ΓΘ τῆς ΓΒ περιφερείας· καὶ ἐὰν ἐπιζεύξωμεν εὐθεῖαν τὴν ὑποτείνουσαν τὴν ΓΘ περιφέρειαν καὶ προσαναπληρώσωμεν τμῆμα κύκλου ὅμοιον τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ τμήμασιν, ἐπὶ τὴν ΓΘ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἡμισεία τοῦ ΓΒ τμήματος· ἐὰν δὲ ἐπὶ τῆς ΓΘ ἐλάσσων ἢ ἡμισεία τοῦ ΓΒ τμήματος, ἐπὶ δὲ τῆς ΓΘ τμῆμα ἀναπληρώσωμεν

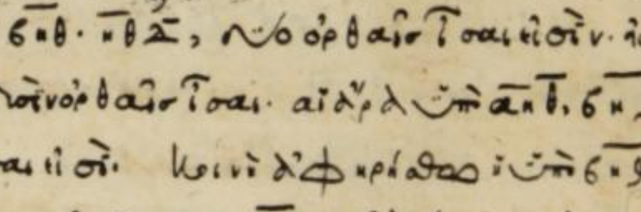
καὶ ἐπὶ τὴν ΖΗ, ἴσην τὴν ΓΘ. καὶ ἐπὶ τὴν ΗΘ. λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΗ λοιπῇ τῇ ΖΘ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΖΘ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΘ, δύο δὴ αἱ ΑΗ, ΗΘ δυσὶ ταῖς ΖΘ, ΘΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΗΘ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΘΗ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΑΘ βάσει τῇ ΖΗ ἴση ἐστίν. καὶ τὸ ΑΗΘ τρίγωνον τῷ ΖΘΗ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΘΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΘ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΗΖΘ τῇ ὑπὸ ΓΖΑ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΖΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΑ ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΖ τῇ ΑΘ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΑ, δύο δὴ αἱ ΓΖ, ΖΑ δυσὶ ταῖς ΑΘ, ΘΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΖΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΘΖ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΓΑ βάσει τῇ ΖΘ ἴση ἐστίν. καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΖΗ τῇ ΓΘ· ὅλη ἄρα ἡ ΓΗ ὅλῃ τῇ ΖΘ ἐστὶν ἴση. καὶ ἔστιν ἡ ΖΘ τῇ ΗΑ ἴση· καὶ ἡ ΓΗ ἄρα τῇ ΗΑ ἐστὶν ἴση. αἱ ΓΗ, ΗΑ ἄρα τῆς ΑΗ διπλασίονές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ ΑΗ τῇ ΗΘ· καὶ αἱ ΓΗ, ΗΑ ἄρα τῆς ΗΘ διπλασίονές εἰσιν. ἐὰν δὲ ἐπὶ τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθῇ, καὶ ἡ ἐκτὸς γωνία τῶν δύο τὰς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίας μείζων ἐστίν· καὶ αἱ τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.



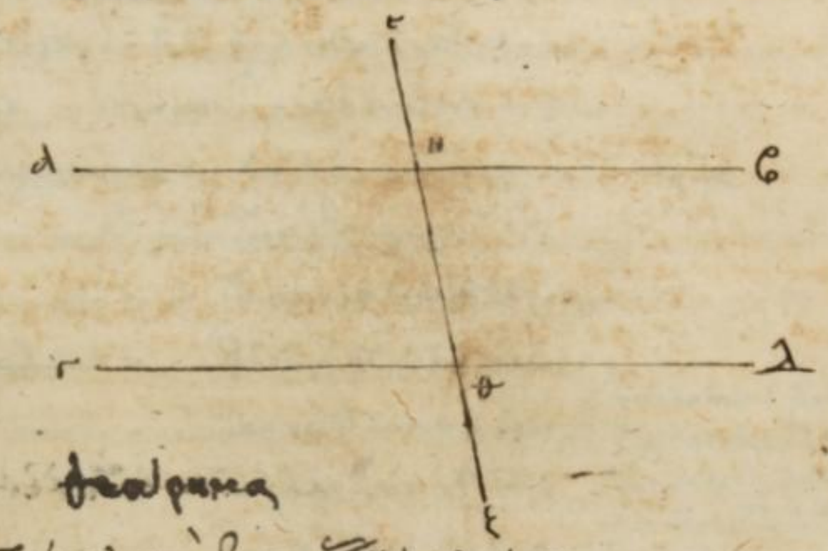







α
ε
β
η
δ
γ

γω
γω
γω
Αλεβ
Δκβ
Ηθλ
ἴσαι
ἴσαι
ἴσαι



ιῶν λοιθιῶν. λ θῆται ἐπίπεδοι τὴν ἐντὸς τοῦ ἡμικυκλίου
λ πυραμίδα. καὶ ἐπὶ τῆς
αὐτῆς μέρους ἴσους τοῖς
ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ. καὶ ἐπὶ
τῆς αὐτῆς μέρους λοιπὸν ὄρ
θους ἴσους, πρίσματος
βάσεις ἔσονται αἱ λ θῆται
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Θεώρημα

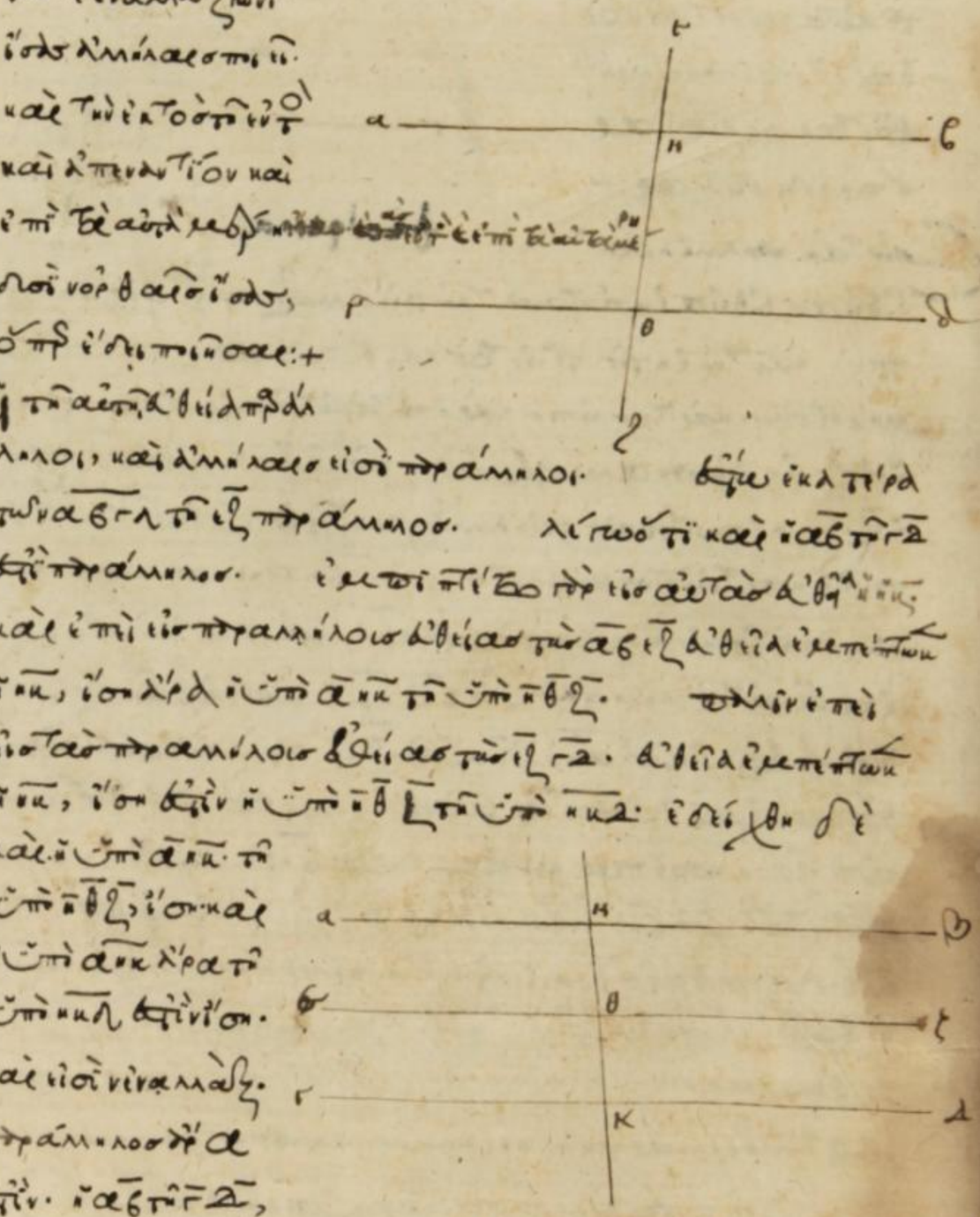
Ταῖς τοῦ πρίσματος

λ θῆται λ θῆται ἐπίπεδοι τὴν πρὸς ταῖς ἀπεναντίον ἴσον καὶ
ὅμοιον. καὶ τὴν ἐντὸς τὴν ἴσην τῷ καὶ λ πυραμίδα. καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς
μέρους ἴσους. καὶ τὴν ἐντὸς τὴν ἴσην τῷ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς μέρους λοιπὸν ὀρθοῖς
ἴσον. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ λ θῆται ἐπίπεδον
ἔστι. λέγω ὅτι καὶ τὴν πρὸς ταῖς ἀπεναντίον τῷ ΕΗΘΖ. ΚΘ ἴσην
ἐστίν. καὶ τὴν ἐντὸς τὴν ΚΛΜ, τῇ ἐντὸς τῷ καὶ λ πυραμίδι. καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς
μέρους τῷ ΕΗΘ ΚΘ λ ἴσον. καὶ τὴν ἐντὸς καὶ
ἐπὶ τῆς αὐτῆς μέρους τῷ ΕΗΘ ΚΘ λ ἴσον. ἐπεὶ γὰρ
ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΕΗ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΒΓ, ὅλη ἄρα ἡ ΑΓ
ὅλῃ τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΚΓ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΕΘ τῇ ΗΖ.
καὶ ἡ ΚΓ ἄρα τῇ ΗΖ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΓΗ. ὅλη ἄρα ἡ ΚΗ
ὅλῃ τῇ ΓΖ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ ἡ μὲν ΚΗ τῇ ΛΘ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ΓΖ τῇ ΜΘ.
καὶ ἡ ΛΘ ἄρα τῇ ΜΘ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΘΗ. ὅλη ἄρα ἡ ΛΗ
τῇ ΘΖ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ ἡ μὲν ΛΗ τῇ ΚΜ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ΘΖ τῇ ΕΗ.
καὶ ἡ ΚΜ ἄρα τῇ ΕΗ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΗ τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση.
καὶ ἡ ΚΜ ἄρα τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση.
καὶ ἡ ΚΜ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση. ἴση δὲ καὶ ἡ ΚΘ τῇ ΚΓ. δύο δὴ αἱ ΚΜ
ΚΘ δυσὶ ταῖς ΛΚ ΚΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΜΚΘ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΛΚΓ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ΚΜΘ ἄρα τῇ ΚΛΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐστὶν
ἡ ΚΜΘ τρίγωνον ἴσον τῷ ΚΛΓ τριγώνῳ. καὶ ἐστὶ τὸ ΚΜΘΝΞ πεντάπλευρον
ἴσον καὶ ὅμοιον τῷ ΚΛΓΟΠ πενταπλεύρῳ. καὶ ἐστὶ τὸ ΚΜΘΝΞ πεντάπλευρον
πρίσμα ἴσον καὶ ὅμοιον τῷ ΚΛΓΟΠ πενταπλεύρῳ πρίσματι. καὶ ἐστὶ τὸ ΚΜΘΝΞ
πεντάπλευρον πρίσμα ἴσον καὶ ὅμοιον τῷ ΚΛΓΟΠ πενταπλεύρῳ πρίσματι. καὶ ἐστὶ τὸ
ΚΜΘΝΞ πεντάπλευρον πρίσμα ἴσον καὶ ὅμοιον τῷ ΚΛΓΟΠ πενταπλεύρῳ πρίσματι. καὶ ἐστὶ τὸ
ΚΜΘΝΞ πεντάπλευρον πρίσμα ἴσον καὶ ὅμοιον τῷ ΚΛΓΟΠ πενταπλεύρῳ πρίσματι. καὶ ἐστὶ τὸ

15

τὰ V11

ιδ' ιε' δεῖνίον. κοινὴ ποσκισθέσθω. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ μείζων, ἀλλ' ἡ μὲν ΑΒ τῆς ΕΒ ἐστὶν ἴσον, ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΖΔ ἐστὶν ἴσον, καὶ ἡ ΕΒ ἄρα τῆς ΖΔ ἐστὶν ἴσον. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΖΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΕΖ λοιπῇ τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση, ἀφῃρήσθω ἴση ἡ ΕΒ τῇ ΖΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΕ λοιπῇ τῇ ΓΖ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση· αἱ ἄρα ΑΕ, ΕΖ ταῖς ΓΖ, ΒΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΖΒ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΓΒ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΑΕΖ τρίγωνον τῷ ΓΖΒ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΑΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΖ. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΓΒΔ ἐστὶν ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ ΕΑΖ τῇ ὑπὸ ΓΒΖ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΑΖ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΒΖ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΑΖ τῇ ΓΒ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΖ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΔΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσει τῇ ΓΒ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον τῷ ΓΔΒ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΓΑΖ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΓΑΖ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΖΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΖΒ, ΑΖΓ ταῖς ὑπὸ ΓΑΖ, ΑΖΓ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΖΒ, ΑΖΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΓΑΖ, ΑΖΓ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. καὶ ἐπεὶ πρὸς μὲν τῇ ΑΖ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ζ δύο εὐθεῖαι αἱ ΓΖ, ΖΒ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν, ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΖ τῇ ΖΒ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΓ τῇ ΔΒ παράλληλός ἐστιν, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΑΔ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓΑΔ, ΑΔΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΔΖ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΑΔ, ΑΔΖ ταῖς ὑπὸ ΑΔΒ, ΑΔΖ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΓΑΔ, ΑΔΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΔΒ, ΑΔΖ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πρὸς δὴ τῇ ΔΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Δ δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΒ, ΔΖ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ τῇ ΔΖ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΖ τῇ ΖΒ ἐπ' εὐθείας· καὶ ἐστὶν ἄρα παραλληλόγραμμον τὸ ΑΔΒΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΖΔ, ἡ δὲ ΓΖ τῇ ΔΒ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς ΖΔ, ΔΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΔΒ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΖΒ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΑΓΖ τρίγωνον τῷ ΖΔΒ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΑΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΒΖ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΓ τῇ ὑπὸ ΔΖΒ ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΓΖ τῇ ΔΖ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς ΒΔ, ΔΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΔΖ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΒΖ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΑΓΒ τρίγωνον τῷ ΒΔΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΒΖ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΓ τῇ ὑπὸ ΔΖΒ ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΓΒΔ ἐστὶν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ ἴση· αἱ ἄρα ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη περιεχόμεναι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. λέγω ὅτι καὶ τὸ χωρίον ἐμβαδὸν δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς ΑΒ διαμέτρου· ἴσον γὰρ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΒ τριγώνῳ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΔΒ, ἡ δὲ ΓΖ τῇ ΔΖ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ ἴση, καὶ ἐν ἑκατέρῳ ἄρα τῶν ΑΓΖ, ΔΖΒ τριγώνων τρεῖς αἱ πλευραὶ τρισὶ ταῖς πλευραῖς ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ τὸ ΑΓΖ ἄρα τρίγωνον τῷ ΔΖΒ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΖΒ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΑΔΒ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. δίχα ἄρα τέμνει τὸ χωρίον ἡ ΑΒ διάμετρος. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



κε' Τῶν ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντων παραλληλογράμμων καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀνὰ μέρη κειμένων τὰ ἐν τοῖς αὐτοῖς παραλλήλοις περιεχόμενα παραλληλόγραμμα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

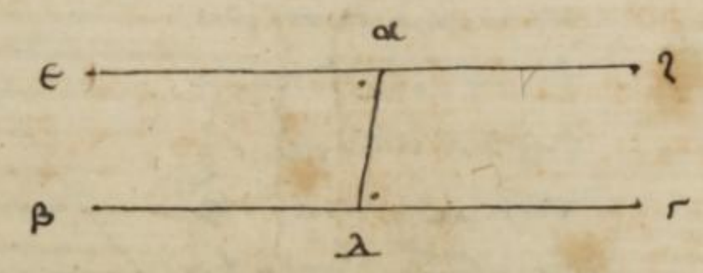
Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ, ΖΗ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀνὰ μέρη κείμενα τὰ ΑΕ, ΒΗ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ παραλληλογράμμῳ.

Εἰ μὲν οὖν ἡ ΑΔ τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση, δῆλον ὅτι καὶ ἑκατέρα ἑκατέρᾳ τῶν ΑΕ, ΔΘ ἴση ἐστίν· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΕ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΘ ὅλῳ τῷ ΔΗ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ καὶ τὸ ΑΒ τῷ ΔΓ ἐστὶν ἴσον· δύο δὴ αἱ ΘΑ, ΑΒ δυσὶ ταῖς ΗΔ, ΔΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΔΓ ἴση ἐστὶ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΘΑΒ· ἡ γὰρ ἑκατέρᾳ αὐτῶν παραλληλος ἐστὶ τῇ ΕΔ· βάσις ἄρα ἡ ΘΒ βάσει τῇ ΗΓ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΘΑΒ τρίγωνον τῷ ΗΔΓ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΕΘ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΕΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΗΓΔ τραπεζίῳ ἴσον ἐστίν. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΕΖΓΔ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΖΗΘ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν.

Ἐὰν δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΕΘ οὐκ ἔστιν ἴση, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ΑΔ, καὶ κείσθω τῇ ΕΘ ἴση ἡ ΚΔ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΚΓ παραλληλόγραμμον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ παραλληλογράμμῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς ΒΓ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀνὰ μέρη κειμένων τῶν ΑΕ, ΒΗ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΔ τῇ ΕΘ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΕ· ὅλον ἄρα τὸ ΚΕ ὅλῳ τῷ ΔΗ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ καὶ τὸ ΑΒ τῷ ΔΓ ἐστὶν ἴσον· δύο δὴ αἱ ΚΑ, ΑΒ δυσὶ ταῖς ΗΔ, ΔΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΔΓ ἴση ἐστὶ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΑΒ· βάσις ἄρα ἡ ΚΒ βάσει τῇ ΗΓ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΚΑΒ τρίγωνον τῷ ΗΔΓ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΕΚ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΕΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΗΓΔ τραπεζίῳ ἴσον ἐστίν. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΕΖΓΔ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΖΗΘ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν.

κς' Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ δοθείσης εὐθείας παραλλήλους

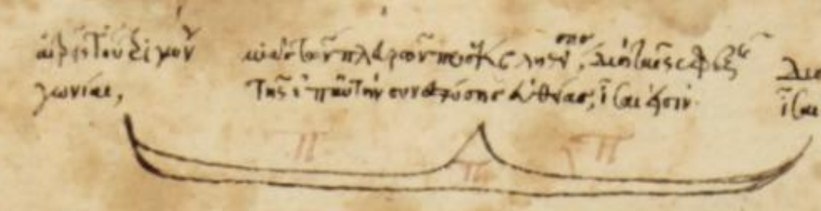
δθείαν παραμεῖναι λέγω. ἤχθω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ α, ἡ δὲ
δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ βγ. δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ α σημείου τῇ βγ εὐθείᾳ παρά-
-λληλον εὐθεῖαν παραμεῖναι λέγω. εἰλήφθω ἐπὶ τῆς βγ τυχὸν
σημεῖον τὸ δ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αδ. καὶ συνεστάτω πρὸς
τῇ δα εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α, τῇ μὲν βγ
γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ δαε. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ
τῇ εα εὐθείᾳ ἡ αζ. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς βγ, εζ
εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ αδ· τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ εαδ
δαγ ἴσας ἀλλήλαις ἀπεδείξαμεν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν
ἡ εζ τῇ βγ. διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ βγ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ εζ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

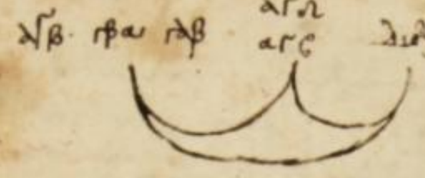


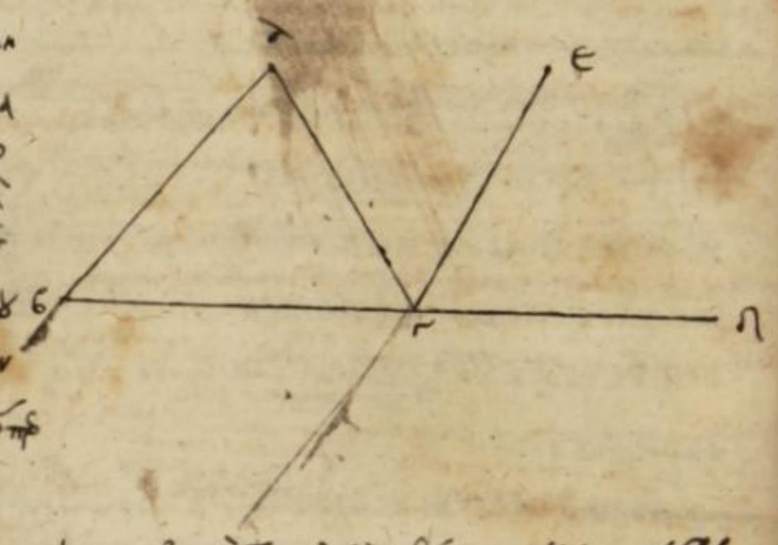
λϐ

τὸ ιε καὶ ιζ τοῦτο προσῳδιακὸν ἐστὶν ὡς ἐπὶ τῶν ἐκτὸς μείζων ἐλάττων ἢ ἐλάττων μείζων ἢ ἴσον ἴσῳ.

ἀνὰ τὸ τρίγωνον μείζονες πλευραὶ περιέχουσι τῆς ἐλαττόνος πλευρᾶς, καὶ τὰς ἐπ' αὐτῇ συνιστάσας γωνίας μείζονας τῶν ἐπὶ τῇ μείζονι πλευρᾷ. ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ μείζονες δὲ πλευραὶ ἔστωσαν αὐτοῦ αἱ βα, αγ τῆς βγ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ βα εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς α, τῇ μὲν γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ γαδ. καὶ ἐν τῷ βα ἐπὶ τὰ μέρη τοῦ α τῇ ἐλάττονι τῶν λοιπῶν τῇ γβ ἴση κείσθω ἡ αε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αε τῇ γβ, κοινὴ δὲ προσκείσθω ἡ αδ· αἱ δὴ εα, αδ ταῖς βγ, γδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εαδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γαδ ἴση· βάσις ἄρα ἡ δε βάσει τῇ δγ ἐστὶν ἴση καὶ τὸ εαδ τρίγωνον τῷ δαγ τριγώνῳ ἴσον ἔσται καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αδε γωνία τῇ ὑπὸ αγδ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ αγδ τῇ ὑπὸ αγβ ἐστὶν ἐλάττων· ἡ ἄρα ὑπὸ αδε γωνία τῆς ὑπὸ αγβ ἐλάττων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ δγε μείζων ἐστὶν ἡ δε πλευρὰ τῆς γδ, ἴση δὲ ἡ μὲν βα τῇ αε, ἡ δὲ γβ τῇ δε· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ βα τῶν βγ, γδ. ἀλλὰ καὶ ἡ γβ τῶν βγ, γδ μείζων ἐστίν· αἱ ἄρα βα, γβ τῶν βγ, γδ μείζονες εἰσίν. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ αβγ μείζονες πλευραὶ αἱ βα, αγ τῆς βγ, καὶ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς βγ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάθησαν αἱ βδ, γδ· αἱ βδ, γδ ἄρα ἐλάττονες εἰσὶ τῶν βα, γβ





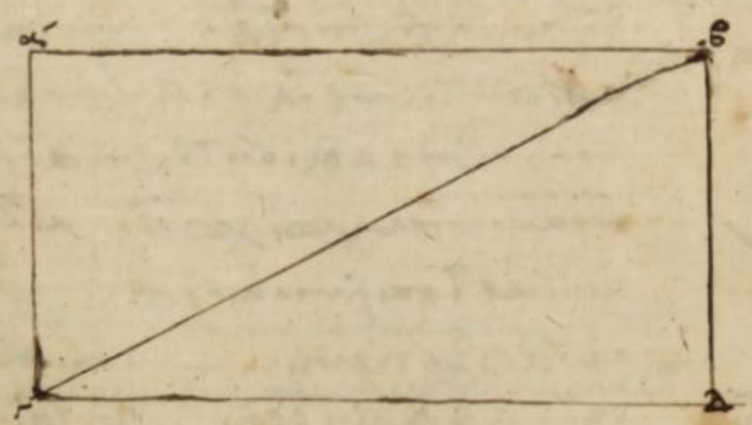


ἐὰν τὸ γωνίᾳ ὑπὸ ΓΑΛ, ἴσον ἔστω, τῇ ὑπὸ ΑΒΓ
τῇ ὑπὸ ΑΕΓ. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΑΓΛ γωνία ἴση ἐστὶ
τῇ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ ἴσον ἔστω καὶ τὸ ὑπὸ ΑΓΛ
τῷ ὑπὸ ΑΒΓ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΓΛ τῷ ὑπὸ
ΑΕΓ ἴσον. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΓΛ ἐκτὸς γωνίᾳ ἴσον ἐστὶ
τοῖς ὑπὸ ΑΒΓ ΑΕΓ. τοῖς δὲ ὑπὸ ΑΒΓ. ΑΕΓ κοινὴ
προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΑΓΒ. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΛ ΑΓΒ,
τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ. ΕΓΑ. ΒΑΓ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ
ὑπὸ ΑΓΛ ΑΓΒ. δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ.
ΕΓΑ. ΓΑΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πάντοτε ἄρα
τριγώνου μιᾶς τῶν
πλευρῶν προσεκβλη
θείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία
δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπε
ναντίον ἴση ἐστίν. ὃ
ἔδει δεῖξαι.

τοῦ δὲ αὐτοῦ τούτου φανεροῦ ὄντος, ὅτι πᾶσα τριγώνου
δύο γωνίαι ὁποιαιοῦν μεταλαμβανόμεναι δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονές εἰσιν. πάντοτε γὰρ τριγώνου προσεκβαλλομένης
μιᾶς τῶν πλευρῶν ἡ ἐκτὸς γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς
καὶ ἀπεναντίον. ἐκκείσθω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. λέγω δὴ
ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου δύο γωνίαι ὁποιαιοῦν μεταλαμβανόμεναι
δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. προσεκβεβλήσθω γὰρ μιᾶς
τῶν πλευρῶν ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ
ΑΒΓ ἐκτὸς γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων ἐστὶ τῆς
ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. κοινὴ προσκείσθω
ἡ ὑπὸ ΑΓΒ. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΒΑΓ
μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι
εἰσίν. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ ΒΑΓ δυσὶν ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν.
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΒ καὶ αἱ ὑπὸ
ΑΓΒ ΑΒΓ δυσὶν ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. ἐὰν ἄρα δύο
γωνίαι τριγώνου ὁποιαιοῦν μεταλαμβανόμεναι δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονες ὦσιν, ἡ λοιπὴ ἀμβλεῖα ἐστίν. καὶ ἐὰν

λδ

κ̄ηλ̄ Ἐὰν ᾖ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ παραλληλόγραμμον παρὰ μίαν αὐτοῦ πλευρὰν τὴν ΒΓ παραβεβλημένον διπλάσιον ᾖ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, παραβεβλήσθω δὲ παρὰ τὴν ΒΓ εὐθεῖαν παραλληλόγραμμον τὸ ΒΔΕΓ ἴσον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΒΓ· ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΒΔ μήκει ἐστὶν ἴση.

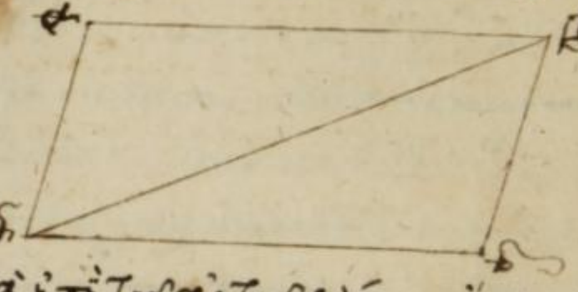


κ̄θ̄ Τοῦ δοθέντος τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΒΓ παραβεβλημένον ἴσον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ καὶ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΒΓ· ἐν ᾗ δὲ καὶ αὐτῷ ἴσον. ἀνάγκη δὴ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τὸ δοθὲν ἢ ἐλάσσονα εἶναι τῶν παραλληλογράμμων τῶν παρὰ τὴν ΒΓ παραβεβλημένων ἢ μείζονα ἢ ἴσον. ἔστω πρότερον ἐλάσσονα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΒΔΕΓ παραλληλογράμμου· καὶ τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ, καὶ ἀναγεγράφθω ἐπὶ τῆς ΖΓ τῷ ΒΔΕΓ παραλληλογράμμῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΖΗΘΓ· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΔΕ, ΗΘ ἐπὶ τὰ Κ, Λ σημεῖα, καὶ διὰ μὲν τοῦ Α σημείου τῇ ΖΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ, ἐπεζεύχθωσαν δὲ αἱ ΚΒ, ΛΓ.

λλ

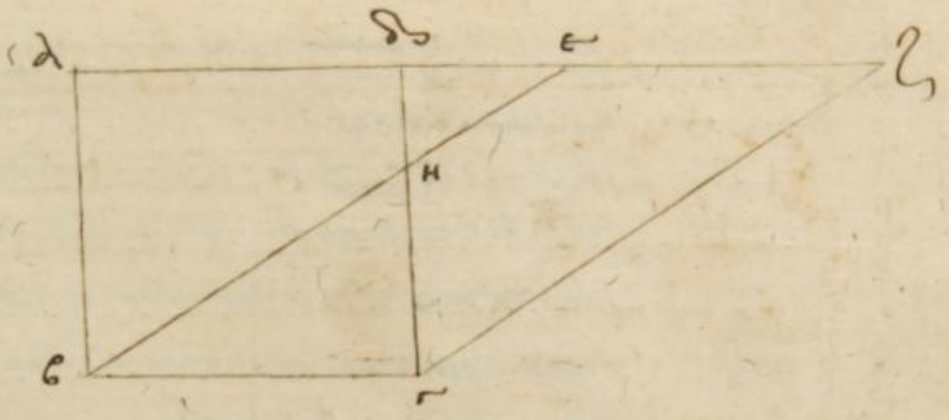
ΛΠΤΘΦΟΝ, ΩΝ ΤΕ ΠΡΑΠΛΗΡ
ΑΔΑΠΛΗΜΕΠΙΟΝ ΠΛΗΡΑΣ ΙΣΟΝΑ
ΛΗΛΑΣΟΣ ΙΣΟΙ. Η ΠΟΛΙΑΩΝ ΤΕ ΙΣ
ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΛΗΠΤΟΝΓΩΝΙΑΙ
ΙΣΟΜΗΛΑΣΟΣ ΙΣΟΙ. ΕΚΕΙΝΑ ΔΗ
ΤΟ ΤΡΑΠΛΗΡΑ ΠΑΡΑΜΗΛΟΓΡΑΜΜΑ
ΙΣΟΙ. ΕΣΤΙ ΔΕ ΤΟΥΤΩΝ ΤΟ ΠΡΟΣΚΕΙ
ΜΕΝΟΝ ΠΛΗΡΩΜΑ ΠΑΡΑΛΗΠΤΟΝΓΩΝΙΑΙ
ΔΜΟΙΟΝ ΤΕ ΚΑΙ ΟΜΟΙΩΣ ΚΕΙΜΕΝΟΝ
ΤΟΙΣ ΤΟ ΔΙΑΜΕΤΡΟΝ ΔΕΚΑΤΕΜΝΟΥΣΙ
ΕΚΕΙΝΑ ΠΑΡΑΜΗΛΟΓΡΑΜΜΑ

παλ. ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ΑΔ τῷ ΔΓ ἴσον. καὶ τῷ ΑΔ ἄρα καὶ τὸ ΒΕ ἐστὶν ἴσον. καὶ τῷ ΔΓ ἄρα τὸ ΕΖ ἐστὶν ἴσον. ἐὰν δὲ τρία εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ἐπεὶ οὖν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΔΕ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ΑΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ΔΕΖ εἶδος. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ΔΕΖ εἶδος. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ. ἐὰν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, ἔσται ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ πρώτου πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ δευτέρου τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ΔΕΖ εἶδος. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ, οὕτως τὸ ΑΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ΔΕΖ εἶδος. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ΑΒΓ εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ πρὸς τὸ ΔΕΖ εἶδος. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ΑΒΓ εἴδει· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ τῷ ΔΕΖ εἴδει. ἐὰν ἄρα ἐπὶ δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ παραλληλόγραμμον παραβληθὲν τῷ ΑΒΓ εἴδει ἐλλείπῃ εἴδει ὁμοίῳ τῷ ΑΒΓ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ΔΕΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ΑΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ΔΕΖ εἶδος. ἐὰν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, ἔσται ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ πρώτου πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ δευτέρου τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ἐπὶ δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς ΑΒ παραλληλόγραμμον παραβληθὲν τῷ ΑΒΓ εἴδει ἐλλείπῃ εἴδει ὁμοίῳ τῷ ΑΒΓ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ΔΕΖ, ἔστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως τὸ ΑΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ΔΕΖ εἶδος. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



λ΄

Τὸ πρὸ αὐτοῦ θεώρημα ἐπὶ τῶν ἀσυμμέτρων εὐθειῶν ἐδείξαμεν· ὅτι δὲ καὶ ἐπὶ τῶν συμμέτρων ἀληθές ἐστιν, ἐκ τούτου δῆλον γίνεται. ἔστω δύο εὐθεῖαι σύμμετροι αἱ ΑΒ, ΒΓ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ μὲν τῆς ΑΒ τὸ ΑΔ εἶδος, ἀπὸ δὲ τῆς ΒΓ τὸ ΒΕ εἶδος ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον. λέγω ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς ΑΒ παραβληθὲν τῷ ΑΔ εἴδει ἐλλεῖπον εἴδει ὁμοίῳ τῷ ΑΔ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ΔΕ ποιεῖ τὸ ΑΔ ἀσύμμετρον τῷ ΔΕ.



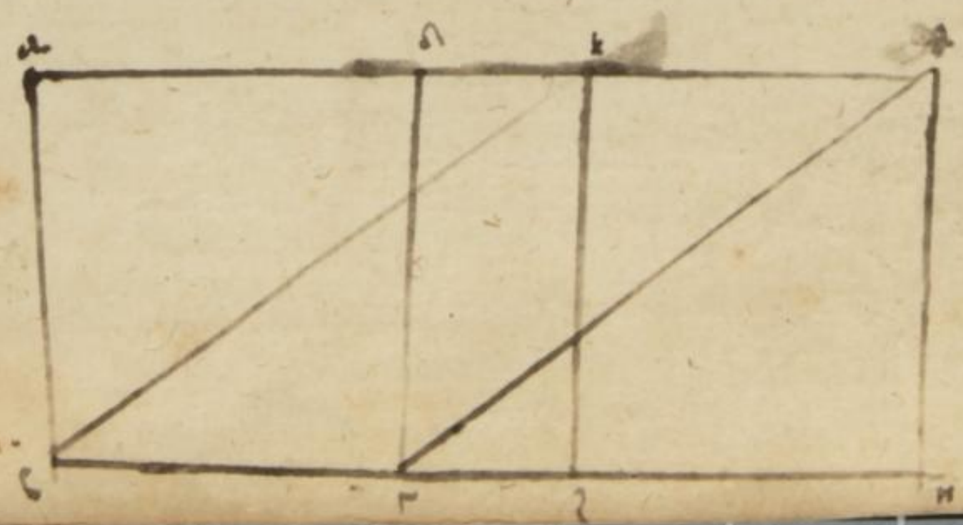
καὶ πλευρὰ ἐστὶ ζ̄ πλευρᾶς,
τουτέστι τῆς ιδ̄ ἑκατέρα. Κὲ
ἐπεὶ ὑπὸ τῶν ιε̄ τὸ θ̄. ἑκάστη
ἄρα ιε̄ ἑκατέρα θ̄. βάσεως
ἄρα ιε̄ βάσεως θ̄. ἑκάτερος
ἄρα τῶν ιε̄ θ̄. καὶ τὸ ιε̄
ἑκατέρου τῶν θ̄ πλάτους τὸ
ἀπὸ τῆς ε̄ πλευρᾶς τοῦ δεκαγώνου, τουτέστι τῆς
τετραγώνου ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον
ἀφαιρεθὲν τὸ λπε̄. λοιπὰ
ἄρα τὰ αβγλ παραπλήσιον
λοιπῷ τῷ ιπ̄ζ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω
τὸ πβ̄ γ̄ πίσσινον. ὅλον ἄρα τὸ αβγλ παραλληλόγραμμον, ὅ
ἐστιν ἴσον τῷ βγζ παραλληλογράμμῳ, ἴσον ἐστίν. Τὰ δὲ λλ παραλ-
-ληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἀπὸ τῶν βάσεων ὄντα. καὶ ἐν ταὐτοῖς
παραλλήλοις ἐστὶν ἀλλήλοις ἐστίν, ὅπερ ἐδεῖ δεῖξαι.

Τ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ πενταγώνου ἰσοπλεύρου τὰ ἀπὸ τριῶν πλευρῶν συναμφότερα τοῦ ἀπὸ τῆς τετραγώνου ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον τριπλάσιον ᾖ, τὸ ἀπὸ τῆς ἑξαγώνου ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον ἐστὶν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν δύο πλευρῶν τοῦ πενταγώνου.

ιθ̄ λ̄γ̄

Ἔστω κύκλος ὁ αβγ, καὶ εἰς αὐτὸν πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγεγράφθω τὸ αβγδε, καὶ τοῦ μὲν αβγδε πενταγώνου τὰ ἀπὸ τριῶν πλευρῶν συναμφότερα τοῦ ἀπὸ τῆς τετραγώνου ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον τριπλάσιον ἔστω, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἑξαγώνου ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν δύο πλευρῶν τοῦ πενταγώνου. ὅτι ἡ ἐπὶ τῆς ἐκκειμένης διαμέτρου τοῦ κύκλου ἀπὸ τοῦ ἑνὸς τῶν ἐκκειμένων σημείων ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἀγομένη ἐπὶ τὸ ἕτερον τῶν ἐκκειμένων σημείων ἐπιζευγνυμένη ἐστὶν ἴση τῇ ἐκκειμένῃ διαμέτρῳ.

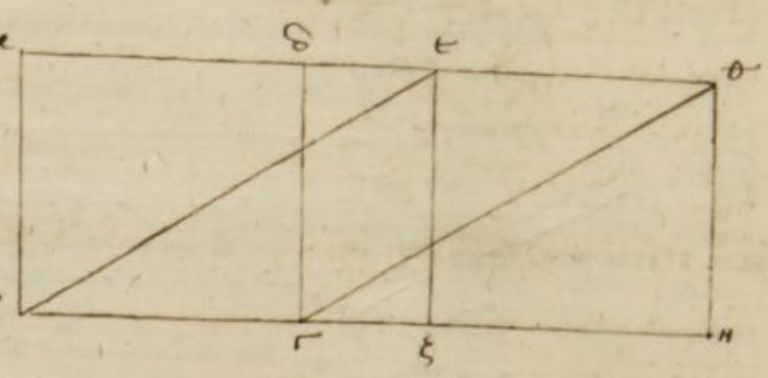


18

λ̄γ̄

ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἀπὸ τῆς ἑξαγώνου καὶ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν κύκλον συναμφοτέρων πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πενταγώνου τῶν εἰς τὸν κύκλον συναμφότερα τὰ ἀπὸ τῶν ἀπὸ τῆς πενταγώνου καὶ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν κύκλον συναμφοτέρων

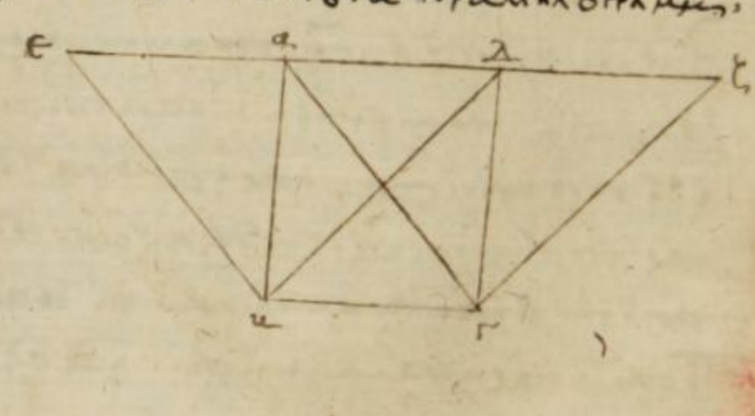
ὥσπερ καὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον. τοῦ δὲ ιεξθ ἥμισύ ἐστι τὸ
ΑΡΑ παραλλη-
-λόγραμμον τὸ ἐπὶ τῆς
ἴσων βάσεως τοῦ
ΑΒΓΔ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ἐστὶ τὸ
ΑΡΑ παραλλη-
-λόγραμμον τῷ
ΑΒΓΔ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ λζ

Παντὸς τριγώνου τοῦ τὴν βάσιν διπλασίαν ὑπάρχοντος τοῦ ὕψους καὶ ἴσου τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ παραλληλογράμμῳ, ἐὰν τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχῃ τῷ τριγώνῳ καὶ ἴσην βάσιν τῷ τριγώνῳ, ἴσον ἐστὶ τὸ παραλληλόγραμμον τῷ τριγώνῳ.

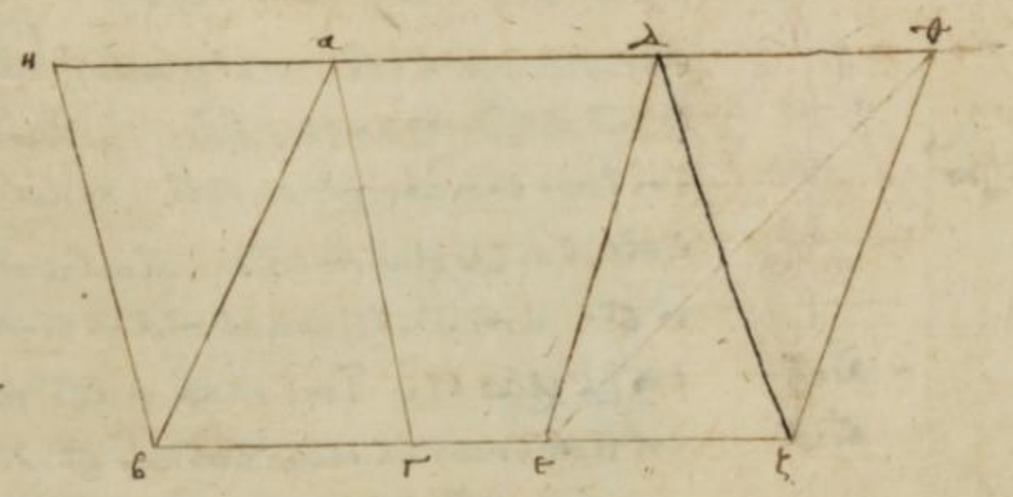
Ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ τὴν βάσιν διπλασίαν ὑπάρχον τοῦ ὕψους καὶ ἴσον τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ παραλληλογράμμῳ τῷ δ. καὶ ἐχέτω τὸ αὐτὸ ὕψος τῷ αβγ τριγώνῳ καὶ ἴσην βάσιν τὴν αε. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δ παραλληλογράμμῳ.



Τετμήσθω γὰρ ἡ αε εὐθεῖα δίχα κατὰ τὸ ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βζ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ μὲν τῆς αε τὸ αηθε παραλληλόγραμμον, ἀπὸ δὲ τῆς βζ τὸ βζκλ, καὶ διὰ μὲν τοῦ ζ ὁποτέρᾳ τῶν αθ, βη παράλληλος ἤχθω ἡ ζμ, διὰ δὲ τοῦ γ ὁποτέρᾳ τῶν αε, θη παράλληλος ἤχθω ἡ γκ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αὶ βμ, μγ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αζ τῇ ζε, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αβζ τρίγωνον τῷ βζε τριγώνῳ· ἐπὶ γὰρ ἴσων βάσεων τῶν αζ, ζε καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις εἰσὶ τῶν αε, βη· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβε τρίγωνον τοῦ βζε τριγώνου. ἔστι δὲ καὶ τὸ ηβλ παραλληλόγραμμον διπλάσιον τοῦ βζε τριγώνου· καὶ γὰρ βάσιν ἔχει τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶ τῶν βη, ζλ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ αβε τρίγωνον τῷ ηβλ παραλληλογράμμῳ. ἀλλὰ τὸ μὲν αβε τρίγωνον ἡμισύ ἐστι τοῦ αβγ τριγώνου· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς αγ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις· τὸ δὲ ηβλ παραλληλόγραμμον ἡμισύ ἐστι τοῦ ηβκθ παραλληλογράμμου· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς βη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις· τὸ ἄρα αβγ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ηβκθ παραλληλογράμμῳ. ἀλλὰ τὸ ηβκθ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ δ· καὶ τὸ αβγ ἄρα τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ δ παραλληλογράμμῳ. Παντὸς ἄρα τριγώνου τοῦ τὴν βάσιν διπλασίαν ὑπάρχοντος τοῦ ὕψους καὶ ἴσου τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ παραλληλογράμμῳ, ἐὰν τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχῃ τῷ τριγώνῳ καὶ ἴσην βάσιν τῷ τριγώνῳ, ἴσον ἐστὶ τὸ παραλληλόγραμμον τῷ τριγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τὰ ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων ὄντα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω γὰρ ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων τῶν βγ, εγ παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ, εβγζ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εβγζ. καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ αβγδ, ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ βγ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ εζ τῇ βγ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ αδ τῇ εζ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ δε· ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ δζ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ βα τῇ γδ ἐστὶν ἴση· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ζδγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εαβ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα εαβ τρίγωνον τῷ δζγ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ηδε· λοιπὸν ἄρα τὸ αβγδ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ηγζε ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ηβγ τρίγωνον· τὸ ἄρα αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εβγζ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον.

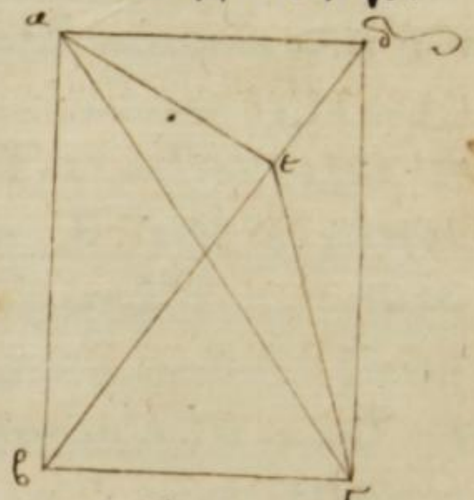


Τὰ ἄρα ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων ὄντα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ

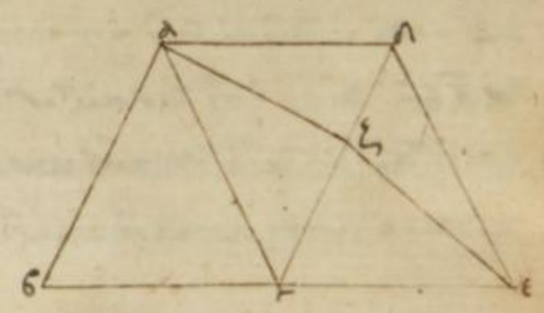
Τὰ ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων ὄντα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἔχοντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. Ἐπὶ γὰρ τῶν αὐτῶν βάσεων τῶν βγ τρίγωνα ἔστω τὰ αβγ, δβγ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς βγ ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἔχοντα· λέγω ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ αδ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ αδ τῇ βγ. εἰ γὰρ μή, ἤχθω

ιγλα̅ ἀπὸ τῶν ἀπ μείου, τὸ β̅γ̅ λείπει πεντάγωνος. ἔστι. καὶ ἐπεὶ ἑξά-
ιγλα̅ γωνός ἐστιν. ἴση ἄρα ἐστὶ τὸ α̅β̅γ̅ τρίγωνον, τῷ δ̅ε̅γ̅ τρι-
ιγλα̅ γώνῳ ὅμοιόν τε καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ διαστήματος
τῇ α̅β̅. καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς πεντα-
γώνοις ἐστίν. τῷ δ̅γ̅ ἄρα. ἀλλὰ τὸ α̅β̅γ̅ τρίγωνον, τῷ δ̅β̅γ̅
ἐστὶν ἴσον. καὶ τὸ ἀβ̅γ̅ ἄρα, τῷ ε̅β̅γ̅ ἴσον ἐστὶ τὸ μεῖζον τῷ
ἐλάσσονι. ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα πεντάγωνός ἐστιν ἡ α̅β̅ τῇ β̅γ̅.
ὁμοίως δὴ δείξομεν.
ὅτι οὐδὲ ἑξάγωνον ἴσων
τῶν α̅β̅ ἡ α̅β̅ ἄρα τῇ β̅γ̅,
ἐστὶ πεντάγωνος. τὰ ἄρα
ἴσα τρίγωνα τὰ ἀπὸ τοῦ
αὐτοῦ διαστήματος οἵ τε.
καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς πεντα-
γώνοις ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. +



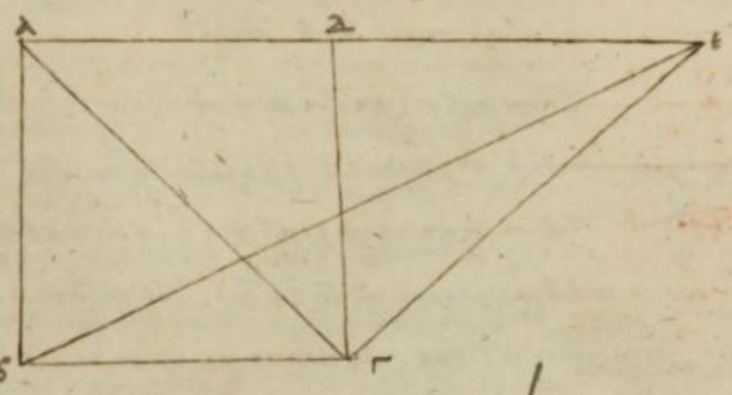
ιδ̅ Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον ἴσον τρι-
γώνῳ ἐκτεθῆναι ἐν γωνίᾳ τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ.

ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ α̅β̅. τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον
ἐφ' οὗ τὸ δ̅ε̅ τρίγωνον. δεῖ δὴ τὸ δ̅ε̅ τρίγωνον ἴσον τρι-
γώνῳ ἐκτεθῆναι ἐν γωνίᾳ τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ. ἐν τῇ
δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζ̅η̅θ̅. ἐκβεβλήσθω ἡ δ̅ε̅ ἐπὶ τὸ ζ̅. καὶ
κείσθω τῇ α̅β̅ εὐθείᾳ ἴση ἡ δ̅η̅. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ η̅ε̅. καὶ
συνεστάτω πρὸς τῇ δ̅η̅ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις
τοῖς δ̅ η̅ τῇ ὑπὸ ζ̅η̅θ̅ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ δ̅η̅ι̅. καὶ διὰ μὲν τοῦ
γ̅ τῇ η̅ι̅ παράλληλος ἤχθω ἡ γ̅κ̅. διὰ δὲ τοῦ ε̅ τῇ δ̅η̅ παράλ-
ληλος ἤχθω ἡ ε̅κ̅. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ι̅κ̅. παραλληλόγραμμον
ἄρα ἐστὶ τὸ δ̅η̅κ̅ι̅. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς η̅ι̅ γ̅κ̅ εὐθεῖα
ἐνέπεσεν ἡ η̅γ̅. αἱ ἄρα ὑπὸ γ̅η̅ι̅ η̅γ̅κ̅ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν. αἱ ἄρα ὑπὸ ζ̅η̅θ̅ η̅γ̅κ̅ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές
εἰσιν. αἱ δὲ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.
αἱ ἄρα η̅γ̅ κ̅ι̅ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν
καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ λ̅. καὶ διὰ μὲν τοῦ λ̅ σημείου
τῇ ι̅η̅ παράλληλος ἤχθω ἡ λ̅μ̅. διὰ δὲ τοῦ κ̅ τῇ δ̅η̅ παράλ-
ληλος ἤχθω ἡ κ̅μ̅. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ λ̅κ̅. παραλληλόγραμμον
ἄρα ἐστὶ τὸ ι̅η̅μ̅κ̅. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν δ̅η̅ τῇ α̅β̅. ἡ δὲ
δ̅η̅ τῇ ι̅κ̅. ἡ ἄρα α̅β̅ τῇ ι̅κ̅ ἐστὶν ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ α̅β̅ τῇ
ι̅λ̅ ἴση. καὶ ἡ ι̅κ̅ ἄρα τῇ ι̅λ̅ ἐστὶν ἴση. ἡ ι̅ ἄρα τὸ κ̅λ̅ δίχα
τέμνει. καὶ ἐστὶ τὸ ι̅η̅μ̅κ̅ παραλληλόγραμμον. καὶ τὸ ἄρα
ι̅η̅μ̅κ̅ παραλληλόγραμμον τοῦ ι̅η̅λ̅μ̅ παραλληλογράμμου
διπλάσιόν ἐστιν. καὶ ἐπεὶ τὸ δ̅ε̅ τρίγωνον τῷ ι̅η̅μ̅κ̅ παραλ-
ληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον. ἐπεὶ καὶ βάσιν τὴν δ̅η̅ καὶ ἐν τοῖς
αὐτοῖς παραλλήλοις ἐστὶ τοῖς δ̅η̅ ε̅κ̅. τὸ δὲ ι̅η̅λ̅μ̅ παραλ-
ληλόγραμμον τῷ ι̅η̅μ̅κ̅ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον. ἐπεὶ
καὶ βάσιν τὴν ι̅η̅ καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς παραλλήλοις ἐστὶ τοῖς
ι̅η̅ λ̅κ̅. καὶ τὸ δ̅ε̅ ἄρα τρίγωνον τῷ ι̅η̅λ̅μ̅ παραλληλογράμμῳ
ἐστὶν ἴσον. τῷ δὲ ι̅η̅λ̅μ̅ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ
τῆς α̅β̅ τετράγωνον. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α̅β̅ ἄρα τετράγωνον τῷ
δ̅ε̅ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α̅β̅ τετράγωνον τῷ
δ̅ε̅ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν δ̅ε̅ τρίγωνον τῷ ἐν
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζ̅η̅θ̅ εὐθυγράμμῳ ἴσον. τὸ δὲ ἀπὸ
τῆς α̅β̅ τετράγωνον τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ. τὸ ἄρα δοθὲν
εὐθύγραμμον τῷ ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζ̅η̅θ̅ ἴσον τρί-
γωνον ἀναγέγραπται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



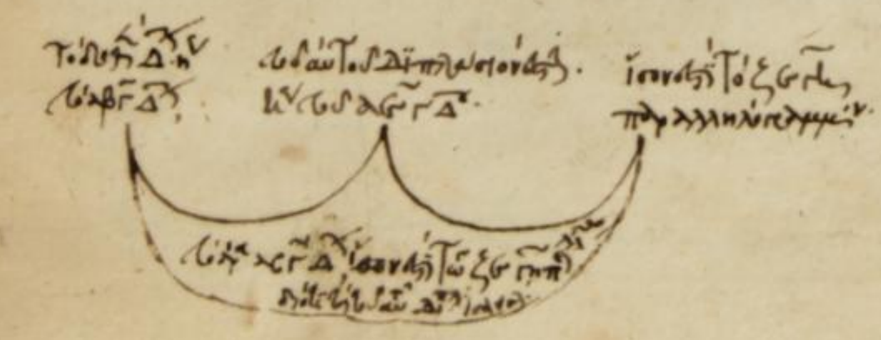
τὰ λοιπὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις μέρη ἐλλείπει ἃ ξα :

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνου βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς
αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, ἥμισυ ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον
τοῦ τριγώνου παραλληλόγραμμον μὲν τὸ αβγδ τρίγωνον δὲ τὸ εβγ
βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν βγ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἔστω
παραλλήλοις ταῖς βγ αε. λέγω ὅτι ἥμισύ ἐστι τὸ αβγδ
παραλληλόγραμμον τοῦ βεγ τριγώνου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ αγ.
ἴσον δή ἐστι τὸ αβγ τρίγωνον τῷ εβγ· τῷ γὰρ
τοῦ αὐτοῦ βάσιν ἐστὶν αὐτὴν τὴν βγ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παρ
-αλλήλοις τυγχάνει ταῖς βγ αε. ἀλλὰ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον,
-πλάσιον ἐστὶ τοῦ αβγ τριγώνου. ἡ γὰρ αγ διάμετρος, αὐτὸ δίχα
τέμνει. ὥστε τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον, τοῦ εβγ τριγώνου
διπλάσιόν ἐστι. δι' ἃ καὶ τὰ ἐπὶ τῶν τριγώνων βάσεις ἔχοντα τὰς
αὐτὰς καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ὄντα, τὸ μὲν
παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι, τὸ δὲ
παραλληλόγραμμον, τοῦ τριγώνου μέρος ἐστὶν ἥμισυ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι :



Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τριγώνων καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

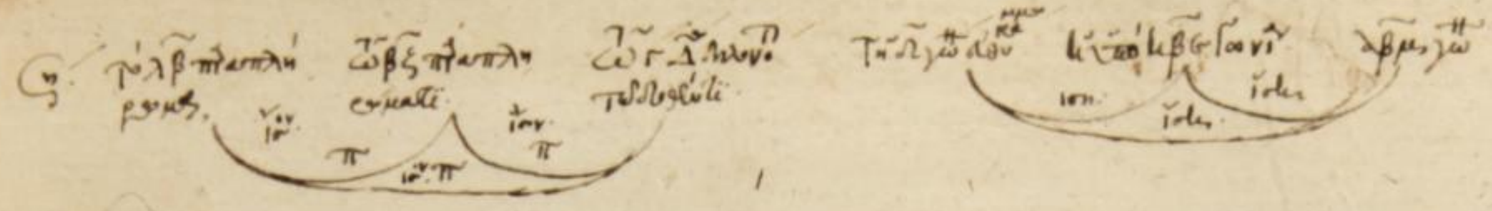
Ἐπὶ ἴσων γὰρ βάσεων τῶν βγ γε τρίγωνα τὰ βγα γεδ ἔστω καὶ ἐν ταῖς
αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς βδ αγ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ βγα τρίγωνον
τῷ γεδ τριγώνῳ. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ αγ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ ε ζ
σημεῖα, καὶ διὰ μὲν τοῦ β τῇ γα παράλληλος ἤχθω ἡ βζ, διὰ δὲ τοῦ δ
τῇ γε παράλληλος ἤχθω ἡ δε. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ζβγα
καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν βγα τριγώνου διπλάσιον, ἐπειδήπερ βάσιν τε ἔχει
τὴν αὐτὴν τὴν βγ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶ ταῖς βγ ζε·
τοῦ δὲ γεδ τριγώνου διπλάσιον ἐστὶ τὸ εγβδ παραλληλόγραμμον,
ἐπειδήπερ πάλιν βάσιν τε ἔχει τὴν αὐτὴν τὴν γε καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ἐστὶ ταῖς γε βδ. τὰ δὲ ἴσα μέρη τῶν ἴσων ἐστίν. ἴσον
ἄρα ἐστὶ τὸ βγα τρίγωνον τῷ γεδ τριγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

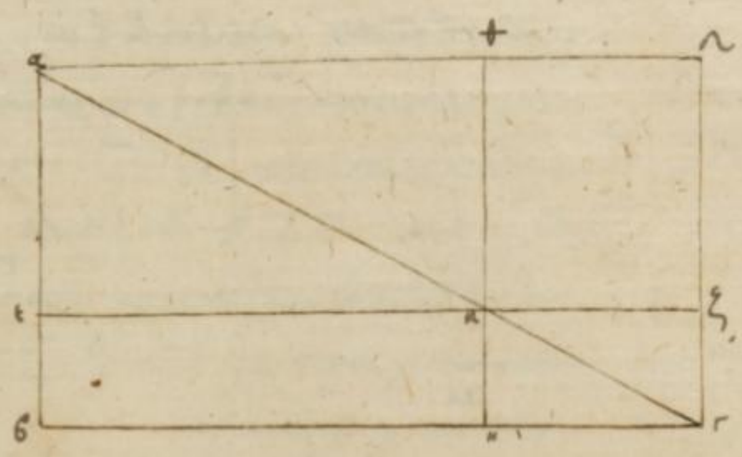


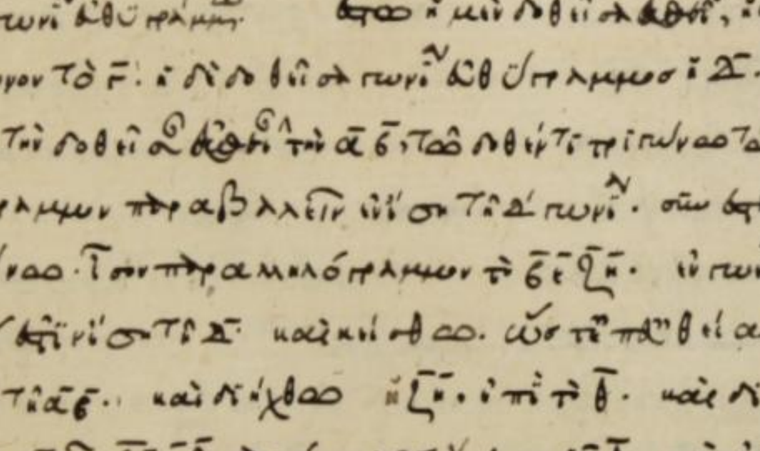
Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τριγώνων καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

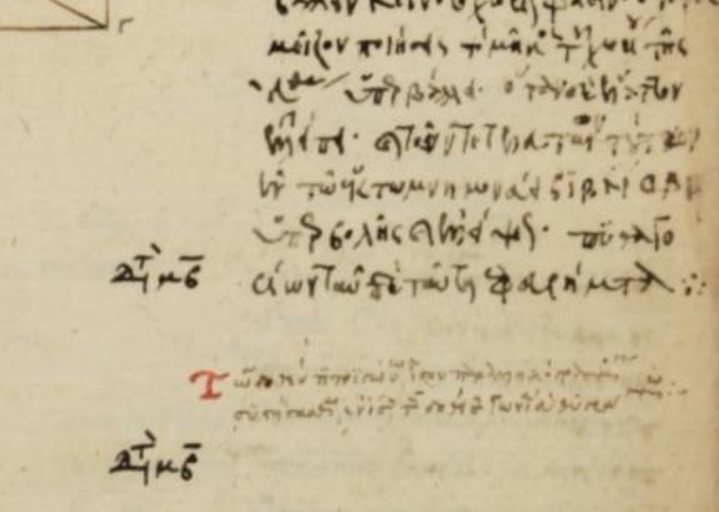
Ἐπὶ ἴσων γὰρ βάσεων τῶν βγ γε τρίγωνα τὰ βγα γεδ ἔστω καὶ ἐν ταῖς
αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς βδ αε. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ βγα τρίγωνον
τῷ γεδ τριγώνῳ. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ αε ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ ζ η
σημεῖα, καὶ διὰ μὲν τοῦ β τῇ γα παράλληλος ἤχθω ἡ βζ, διὰ δὲ τοῦ δ
τῇ γε παράλληλος ἤχθω ἡ δη. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ζβγα
καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν βγα τριγώνου διπλάσιον, ἐπειδήπερ βάσιν τε ἔχει
τὴν αὐτὴν τὴν βγ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶ ταῖς βγ ζη·
τοῦ δὲ γεδ τριγώνου διπλάσιον ἐστὶ τὸ ηγβδ παραλληλόγραμμον,
ἐπειδήπερ πάλιν βάσιν τε ἔχει τὴν αὐτὴν τὴν γε καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ἐστὶ ταῖς γε βδ. τὰ δὲ ἴσα μέρη τῶν ἴσων ἐστίν. ἴσον
ἄρα ἐστὶ τὸ βγα τρίγωνον τῷ γεδ τριγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

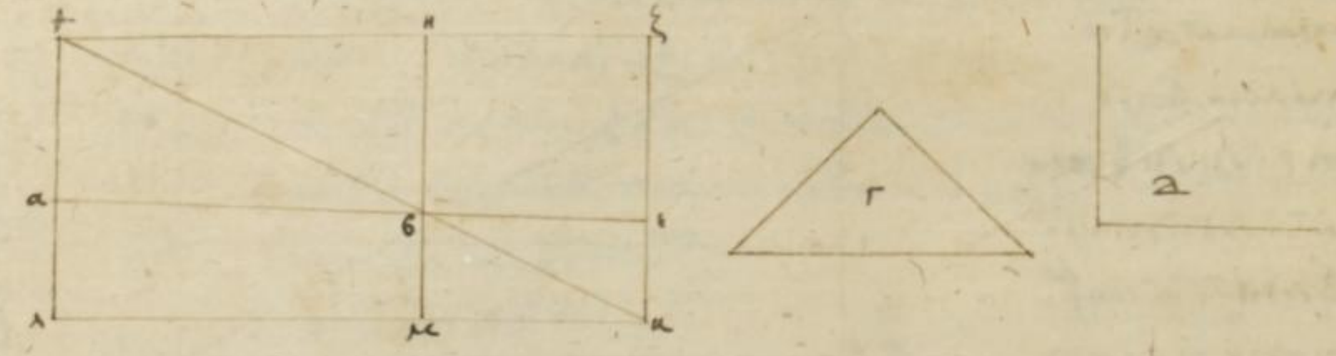
παραλληλόγραμμον χωρὶς κοινὸν τὸ ΖΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΓ τῷ ΓΕ, ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΓ τῷ ΒΖ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ τὸ ΑΖ τῷ ΖΒ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ΓΕ τῷ ΗΘ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ τὸ ΗΖ τῷ ΘΕ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΒΖ ἄρα τῷ ΗΘ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΖΓΗ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΗ ὅλῳ τῷ ΒΘ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΑΗ τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ τὸ ΑΖ τῷ ΖΒ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΔΖ ἄρα τῷ ΒΘ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΖΓΗ· ὅλον ἄρα τὸ ΔΗ ὅλῳ τῷ ΚΘ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΚΘ τῷ ΑΓ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ τὸ ΑΒ τῷ ΒΚ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΔΗ ἄρα τῷ ΑΓ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΖΓΗ· ὅλον ἄρα τὸ ΔΖ ὅλῳ τῷ ΕΓ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΔΖ τῷ ΖΒ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ τὸ ΑΖ τῷ ΖΒ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΖΒ ἄρα τῷ ΕΓ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΖΓΗ· ὅλον ἄρα τὸ ΖΘ ὅλῳ τῷ ΔΗ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΔΗ τῷ ΑΓ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΖΘ ἄρα τῷ ΑΓ











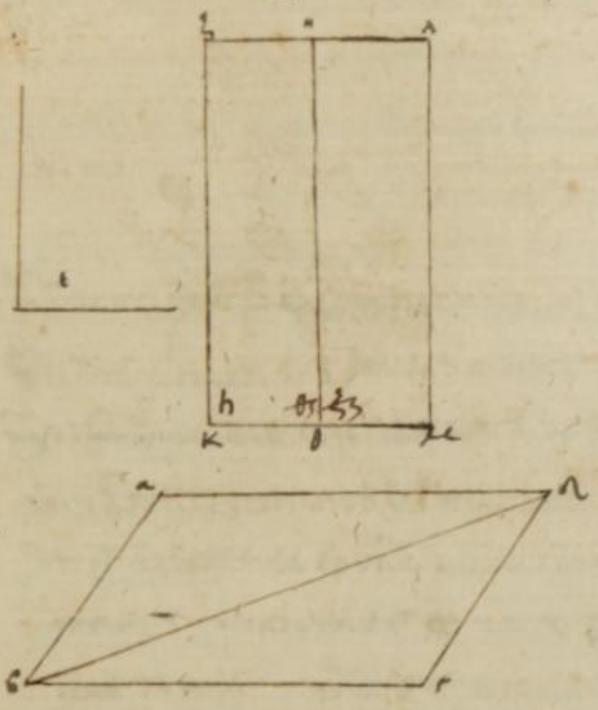
κγ̄ μτ̄ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΕ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. καὶ τὸ λβ̄, κῆρα τῶν ΑΓ ἴσον ἐστί. καὶ
κδ̄ λτ̄ ἐπεὶ εὐθεῖα ἐστὶν ἡ ΑΒ καὶ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα τὴν Γ, εἰς δὲ ἄνισα τὴν Δ, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ
μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ. καὶ ἐστὶν ἡ ΓΒ ἴση τῇ ΓΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ
μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΔ, ΔΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ καθάπερ ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων
τμημάτων τοῦ ὅλου καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τῶν τομῶν τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

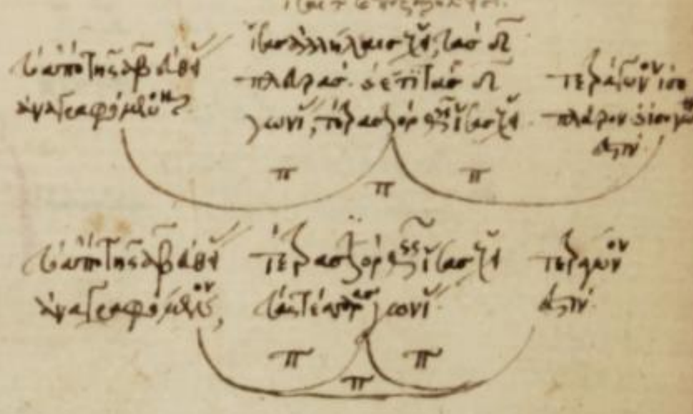
κε̄ μθ̄ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς μὲν ἴσα εἰς δὲ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τοῦ ὅλου μετὰ τοῦ ἀπὸ
τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

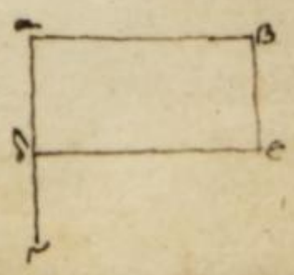
κς̄ ν̄ Ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα τὴν Γ, εἰς δὲ ἄνισα τὴν Δ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ
μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΒ, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ὁποτέρᾳ τῶν ΓΕ, ΒΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΗ, διὰ δὲ τοῦ Η ὁποτέρᾳ
τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ ἔτι ὁποτέρᾳ τῶν ΓΕ, ΒΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ
παραπλήρωμά ἐστι τὸ ΑΗ τῷ ΗΖ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΜ ὅλῳ τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον.
ἀλλὰ τὸ ΑΜ τῷ ΓΚ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ· καὶ τὸ ΓΚ ἄρα τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω
τὸ ΓΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΜ ὅλῳ τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΑΜ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ· ἐπὶ γὰρ ἴσης
ἐστὶ τῇ ΔΒ· καὶ τὸ ΔΖ ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς μὲν ἴσα τὴν Γ, εἰς δὲ ἄνισα τὴν Δ, τὸ ὑπὸ τῶν
ἀνίσων τμημάτων τοῦ ὅλου μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας
τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ̄ ξ̄ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς μὲν ἴσα εἰς δὲ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τοῦ ὅλου τετράγωνον ἴσον
ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ἀνίσων τμημάτων τοῦ ὅλου περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν
τετραγώνῳ.

Ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα τὴν Γ, εἰς δὲ ἄνισα τὴν Δ· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετράγωνον
ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ
ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΕΖΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΕ, ΒΖ παράλληλος
ἤχθω ἡ ΔΗ, διὰ δὲ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ ἔτι ὁποτέρᾳ τῶν ΑΕ, ΒΖ
παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΖ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΜ ὅλῳ
τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΑΜ τῷ ΑΛ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ· καὶ τὸ ΑΛ ἄρα τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον.
κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΜ ὅλῳ τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΑΜ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ·
ἐπὶ γὰρ ἴσης ἐστὶ τῇ ΔΒ· καὶ τὸ ΔΖ ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ
τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ μετὰ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΖ, κοινὸν
προσκείσθω τὸ ΚΗ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΜ ὅλῳ τῷ ΑΗ ἐστὶν ἴσον. τὸ δὲ ΑΜ τῷ ΑΛ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΑΛ ἄρα
τῷ ΑΗ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΜ ὅλῳ τῷ ΓΗ ἐστὶν ἴσον. τὸ δὲ ΑΜ ἐστὶ τὸ ὑπὸ
τῶν ΑΔ, ΔΒ· ἐπὶ γὰρ ἴσης ἐστὶ τῇ ΔΒ· καὶ τὸ ΓΗ ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον
ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον· τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνοις. τὸ
δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ
τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνοις. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνοις. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνοις. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ


h
K
θ




A
B
Δ
E
Z

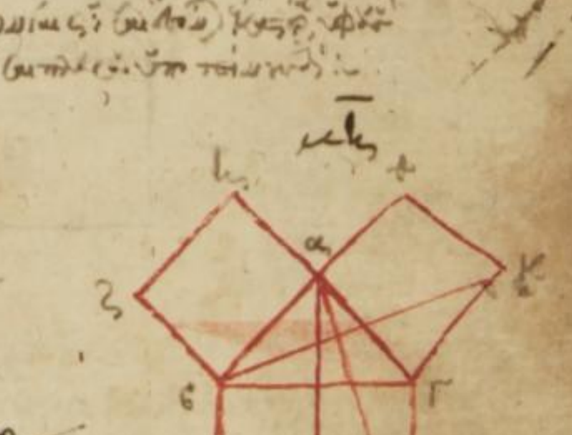
α
β
δ
γ

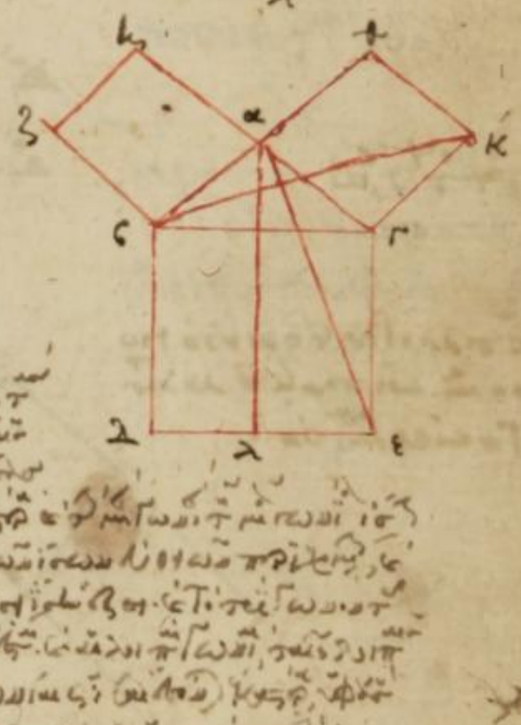
ἐὰν εἰς κύκλον τρίγωνον ἰσοπλευρον ἐγγραφῇ, τὸ δὲ τοῦ κύκλου τετράγωνον ἐγγραφὲν τὴν μὲν τοῦ τριγώνου πλευρὰν δίχα τέμνῃ, τὸ ἐγγραφὲν τετράγωνον πρὸς τὸ τοῦ τριγώνου ἡμιόλιον ἔσται.

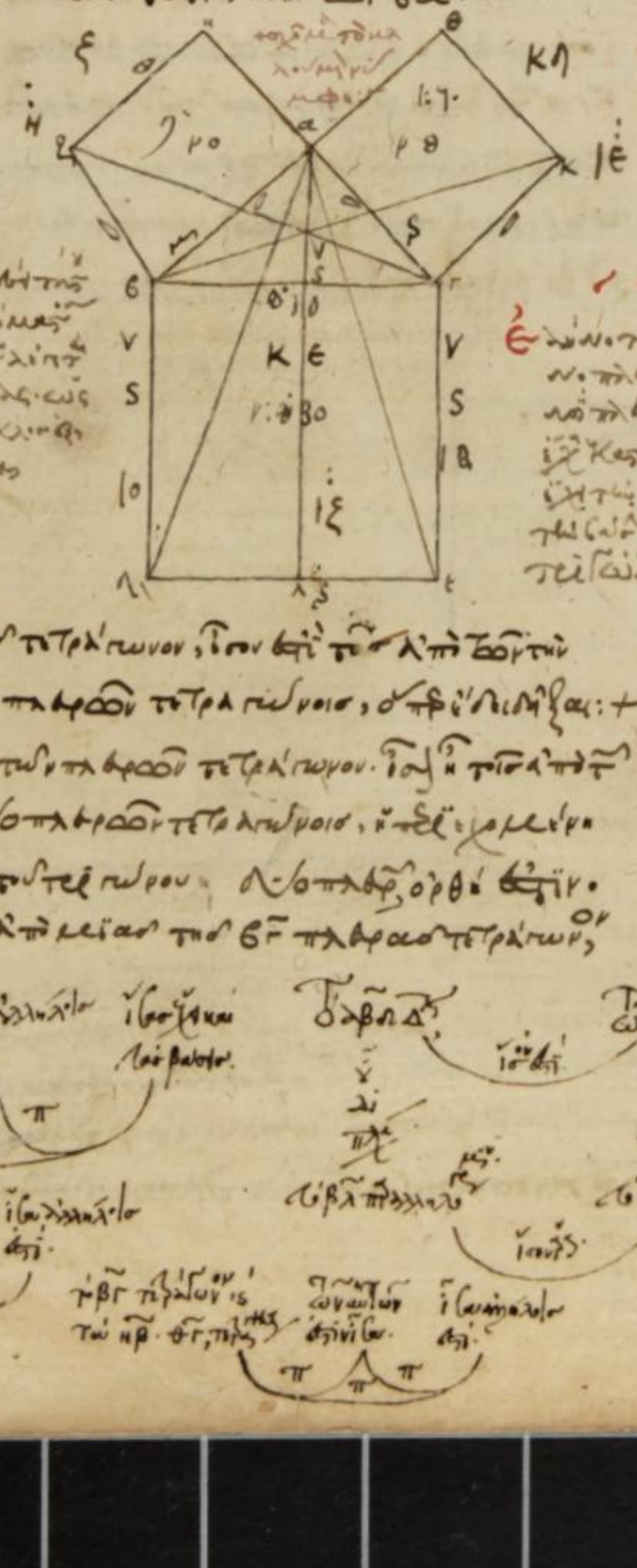
Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ εἰς αὐτὸν τρίγωνον ἰσοπλευρον ἐγγεγράφθω τὸ ΑΒΓ, καὶ τετράγωνον ἐγγεγράφθω τὸ ΕΖΗΘ τὴν μὲν τοῦ τριγώνου πλευρὰν τὴν ΑΒ δίχα τέμνον κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω ὅτι τὸ ΕΖΗΘ τετράγωνον πρὸς τὸ τοῦ τριγώνου ἡμιόλιον ἐστιν.

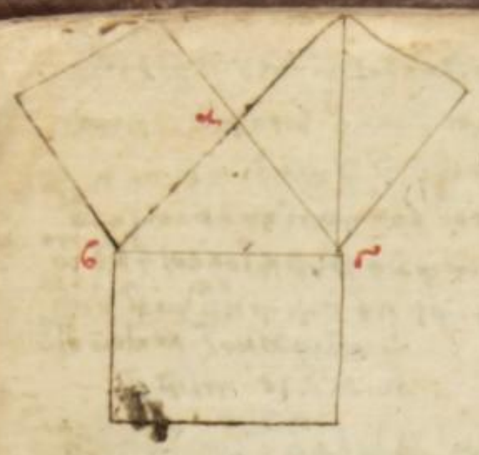
Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΑ, ΚΒ, καὶ διήχθω ἡ ΚΕ ἐπὶ τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΚ, καὶ βάσις ἡ ΚΑ βάσει τῇ ΚΒ ἐστιν ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΚΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΚΕ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΚ τῇ ΚΛ, ἡ δὲ ΖΚ τῇ ΚΕ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΚΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΛΚΕ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΕΛ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΖ τῇ ΕΛ, ἡ δὲ ΑΕ τῇ ΕΒ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΒΕ, ΕΛ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΕΛ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΒΛ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΑΕΖ τρίγωνον τῷ ΒΕΛ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΓ, καὶ ἡ μὲν ΑΖ τῇ ΒΛ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΖΓ τῇ ΛΓ, καὶ ἡ ΒΛ ἄρα τῇ ΛΓ ἐστιν ἴση· διπλῆ ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΒΛ ἐστίν. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΕΖΗΘ τετράγωνον τοῦ ΕΖΛ τριγώνου διπλάσιον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχει αὐτῷ τὴν ΕΖ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσὶ παραλλήλοις ταῖς ΕΖ, ΘΗ· τὸ δὲ ΕΖΛ τρίγωνον τῷ ΕΒΛ ἐστιν ἴσον· τὸ ἄρα ΕΖΗΘ τετράγωνον τοῦ ΕΒΛ τριγώνου διπλάσιόν ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΕΒΛ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἡμιόλιον· ἐπεὶ καὶ ἡ ΕΒ τῆς ΒΛ ἡμιόλιός ἐστιν· τὸ ἄρα ΕΖΗΘ τετράγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἡμιόλιόν ἐστιν.

ὅτι δὲ καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΕΖΗΘ τετραγώνου ἡμιόλιόν ἐστιν, ἐπεζεύχθω ἡ ΚΒ, καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΚ τῇ ΚΒ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, ἡ ΚΕ ἄρα τὴν ΑΒ δίχα τέμνει καὶ ὀρθάς· καὶ ἔστιν ἡ ΚΕ τῇ ΕΘ ἴση· καὶ ἡ ΕΘ ἄρα τῇ ΕΒ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΕΒ ἄρα τῇ ΕΚ ἐστὶν ἴση· τρεῖς αἱ ΚΕ, ΕΒ, ΕΘ ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κύκλος ὁ ΑΒΓ τοῦ ΕΖΗΘ τετραγώνου ἡμιόλιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.









Τὸν δοθέντα τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

ἔφοδος ἰσόπλευρον γωνίαν, τὴν ὑπὸ δοθεῖσαν, ἴσην γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δοθείσῃ.

ὀρθὴν δεῖ.

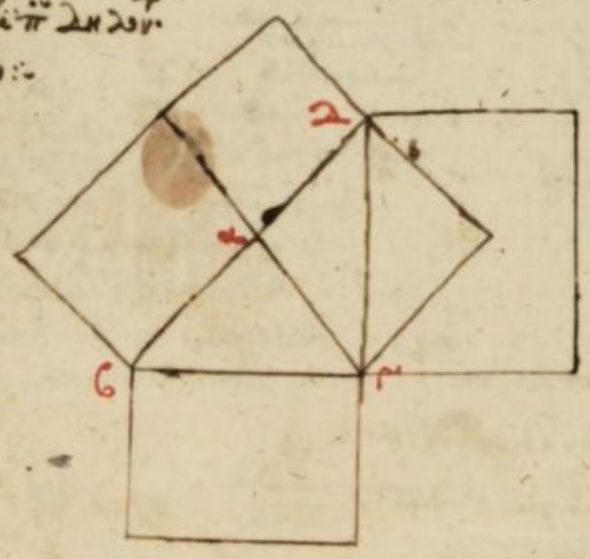
Τὸν δοθέντα τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι. ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τὸν ΑΒΓ τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

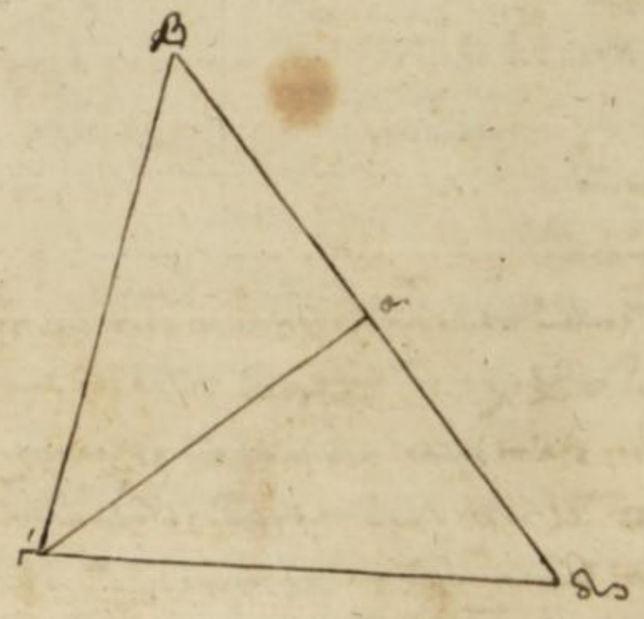
ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ πεπερασμένη μὲν κατὰ τὸ Δ, ἀπειρος δὲ κατὰ τὸ Ε· καὶ τῇ μὲν ΑΒ ἴση κείσθω ἡ ΔΖ, τῇ δὲ ΒΓ ἴση ἡ ΖΗ, τῇ δὲ ΑΓ ἴση ἡ ΗΘ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ζ διαστήματι δὲ τῷ ΖΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΛ, πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΘ κύκλος γεγράφθω ὁ ΚΘΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ σημείου ἐπὶ τὰ Δ, Η εὐθεῖαι ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΔ, ΚΗ.

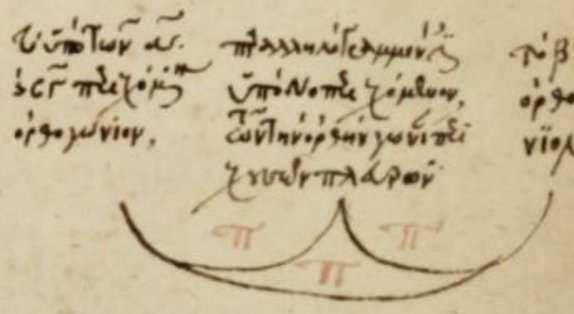
ἐπεὶ οὖν τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΚΔΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΖΚ· ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΚΖ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΚΘΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ· ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΗΘ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΚΗ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΚΖ ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΚΖ, ΖΑ, ΑΓ τρισὶ ταῖς ΚΗ, ΗΒ, ΒΓ ἴσαι εἰσίν. καὶ ἐπεὶ κέντρον μὲν τὸ Ζ ἐστι τοῦ ΚΔΛ κύκλου, ἴση δὲ ἡ ΖΔ τῇ ΖΚ, πάλιν κέντρον μὲν τὸ Η ἐστι τοῦ ΚΘΛ κύκλου, ἴση δὲ ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΖΔ τῇ ΖΚ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΖΔ, ΗΘ τῇ ΚΗ ἐστιν ἴση. ἡ δὲ ΚΗ τῇ ΑΓ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΖΔ, ΗΘ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΖΚ ἐδείχθη ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΔΖ, ΖΚ, ΗΘ τρισὶ ταῖς ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν.

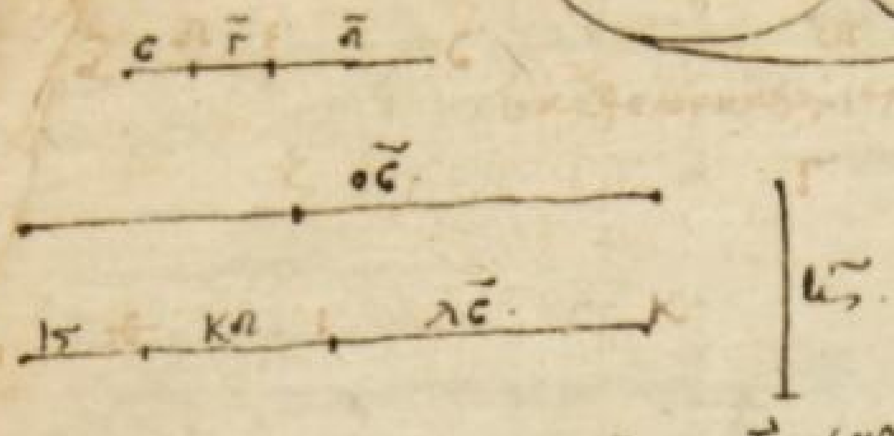
ἐὰν δύο κύκλοι, αἱ δύο πλευραὶ, τὴν μὲν μείζονα τῆς ἐλάσσονος, τὴν δὲ ἐλάσσονα τῆς μείζονος. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον





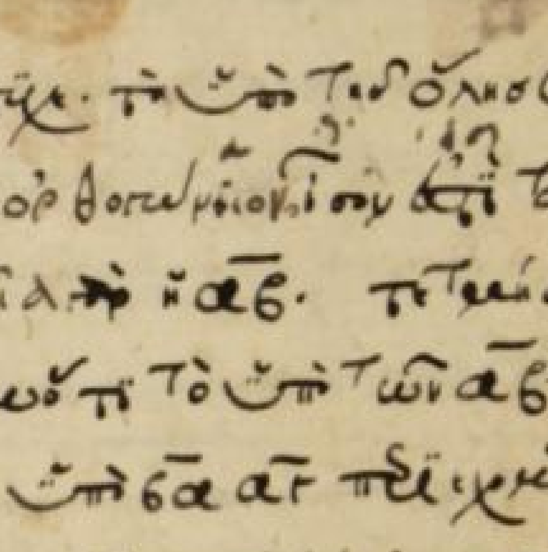


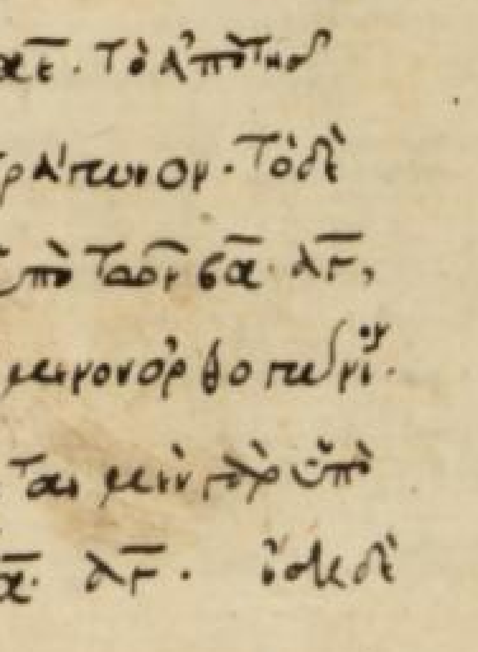


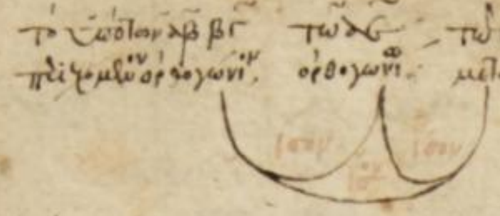
ἴσον δὲ ἡ βη τῇ α· τὸ δὲ δλ τῷ ὑπὸ τῶν α, δκ· ἴση γὰρ ἡ δκ, τουτέστιν ἡ βη, τῇ α· καὶ ἔτι ὁμοίως τὸ εθ τῷ ὑπὸ τῶν α, λγ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α, βγ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ α, βδ· καὶ τῷ ὑπὸ α, δε· καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ α, εγ.

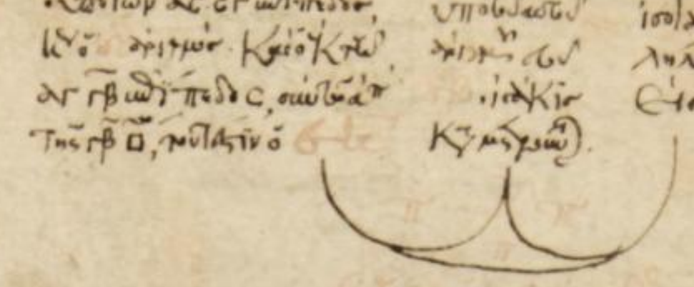
ἐὰν ἄρα ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ. εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ βα, αγ περιεχομένου ὀρθογωνίου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ αδεβ· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ γ ὁποτέρᾳ τῶν αδ, βε, παράλληλος ἡ γζ. ἴσον δὴ τὸ αε τοῖς αζ, γε. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν αε τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον· τὸ δὲ αζ τὸ ὑπὸ τῶν βα, αγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν δα, αγ. ἴση δὲ



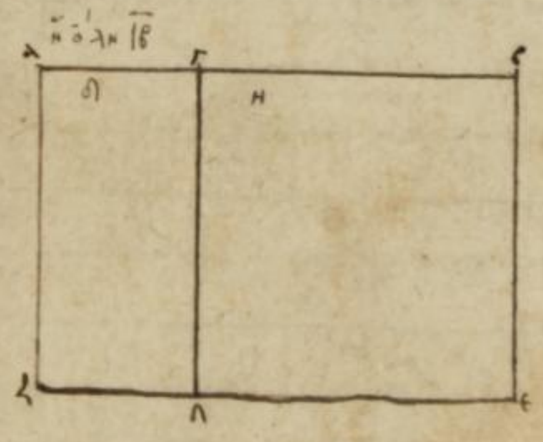


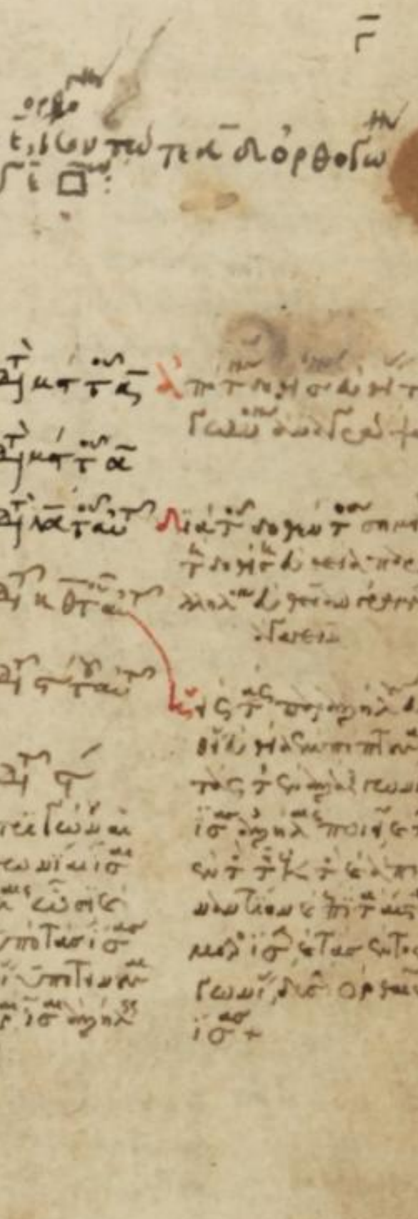




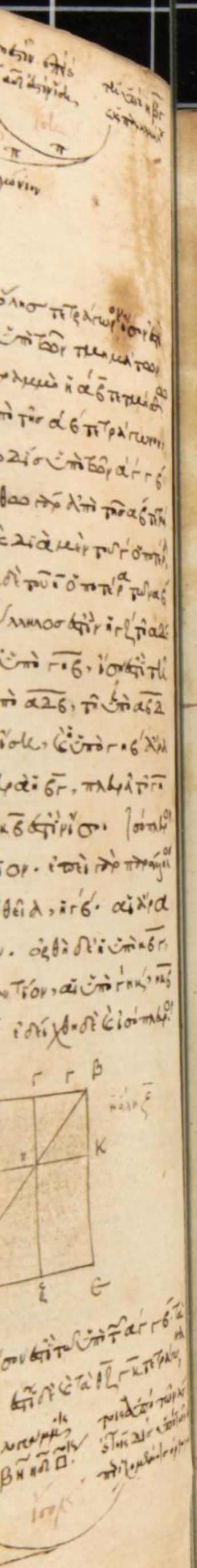
ἴσα τὰ ΑΒ. τὸ δὲ Γ. τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΑ Α Γ, μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τε τραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡσοῦν τύχῃ. τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. +

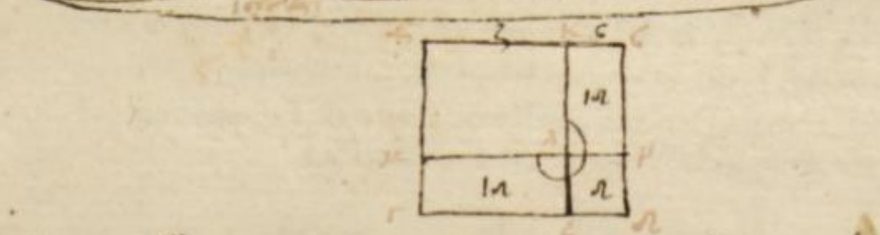
ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡσοῦν τύχῃ. τὸ ὑπὸ τοῦ ὅλου καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ εἰρημένου τμήματος τετραγώνῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τοῦ ὅλου τετραγώνῳ. ἔστω γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ, μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχομένου ὀρθογωνίου. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον. τὸ ΓΔΕΒ. καὶ διήχθω ἡ ΔΕ ἐπὶ τὸ Ζ. καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΔ ΒΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΖ. ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ ΑΕ τῷ ΑΔ καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΕ. τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. τὸ δὲ ΑΔ. τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ. ἴσον γὰρ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒ τῷ ΒΓ, τὸ δὲ ΑΔ, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ Γ Β. ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ Γ τῷ ΓΒ. τὸ δὲ ΑΒ, τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου. ἀλλὰ μὴν τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιόν ἐστι τὸ ΑΕ. τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιέχεται ὑπὸ τῆς ΑΒ καὶ τῆς ΒΕ ἴσης τῇ ΒΓ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιόν ἐστι τὸ ΔΒ. τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΔΓ ΓΒ περιέχεται ὑπὸ τῆς ΔΓ ἴσης τῇ ΓΒ καὶ τῆς ΓΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΕ. τῷ δὲ ΑΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔ. τὸ ἄρα ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. τὸ δὲ ΑΔ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. τὸ γὰρ ΑΒ τετράγωνον ἐστὶ τὸ ΑΗ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΕ καὶ τῷ ΔΒ. τὸ ἄρα ΑΕ καὶ τὸ ΔΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΗ. καὶ ἐστὶ τὸ ΑΕ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιέχεται ὑπὸ τῆς ΑΒ καὶ τῆς ΒΕ ἴσης τῇ ΒΓ. τὸ δὲ ΔΒ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΔΓ ΓΒ περιέχεται ὑπὸ τῆς ΔΓ ἴσης τῇ ΓΒ καὶ τῆς ΓΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχομένου ὀρθογωνίου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. +

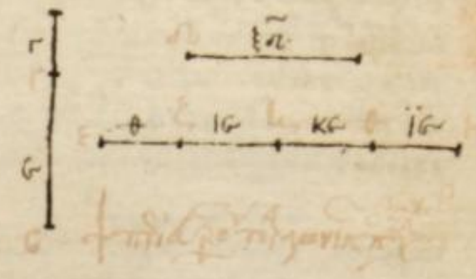




Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡσοῦν τύχῃ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ
τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐὰν γὰρ εἰς ἄνισα τμηθῇ ἡ α β τετμήσθω
ὡσοῦν τύχῃ κατὰ τὸ γ σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς α β τετραγώνου
ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν α γ γ β τετραγώνοις
περιεχομένῳ δὲ ὀρθογωνίῳ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ α β τετρά
γωνον τὸ α δ ε β. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ β δ. ἐκβεβλήσθω δὲ διὰ τοῦ γ ὁπότερ᾽ οὖν
τῶν α δ ε β, τῇ δὲ α δ παράλληλος ἤχθω ἡ γ ζ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ γ ζ τῇ α δ
ε β, παράλληλος ἤχθω ἡ θ κ. ἑκατέρα ἄρα τῶν α δ ε β, γ ζ θ κ ἐστὶν ὀρθή. καὶ
ἐπεὶ ἰσογώνιόν ἐστι τὸ α δ ε β τῷ γ ζ θ κ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ α δ πρὸς τὴν δ ε, οὕτως
ἡ γ ζ πρὸς τὴν ζ θ. ἴσαι δὲ αἱ μὲν α δ δ ε, αἱ δὲ γ ζ ζ θ. ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ
μὲν α δ ε β τῷ γ ζ θ κ, καὶ ἔστι τὸ γ ζ θ κ τὸ ἀπὸ τῆς γ ζ. τὸ ἄρα α δ ε β ἐστὶ τὸ
ἀπὸ τῆς γ ζ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ δ ε, ἴση δὲ ἡ μὲν δ ε τῇ ζ θ, ἡ δὲ
ζ θ τῇ γ κ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ γ κ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ κ, ἡ δὲ
γ κ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα
εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ,
ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ
δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ
ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ.
ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ
ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ
ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ
τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν
ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ,
ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση.
ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ
γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι
ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ
τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα
εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ
ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν
αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση
ἄρα καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ
δ ε τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα
καὶ ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε
τῇ γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ
ἡ α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ
γ ζ ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ
α δ τῇ ζ θ. ἀλλὰ καὶ ἡ δ ε τῇ ζ θ ἐστὶν ἴση. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ α δ δ ε τῇ γ ζ
ζ θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α δ τῇ γ ζ, ἡ δὲ γ ζ τῇ ζ θ, ἴση ἄρα καὶ ἡ α δ







26

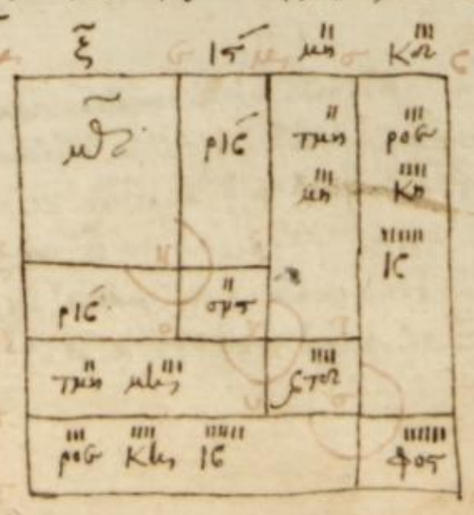
ιζ. ιι.

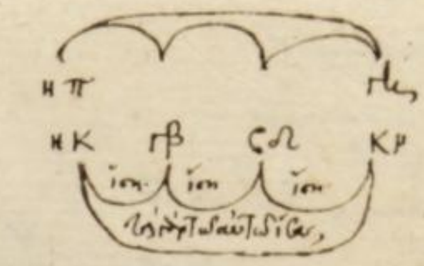
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον. ΓΔ, τετραπλάσιον δὲ τοῦ ΒΔ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον. ΓΒ περιέχομένῃ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἐὰν δὲ τῆς ὅλης εὐθείας πρὸς τῷ ἑνὶ τῶν περάτων αὐτῆς ἀφαιρεθῇ τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἀφαιρεθείσης τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς ἀφαιρεθείσης περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς λοιπῆς τετραγώνῳ.

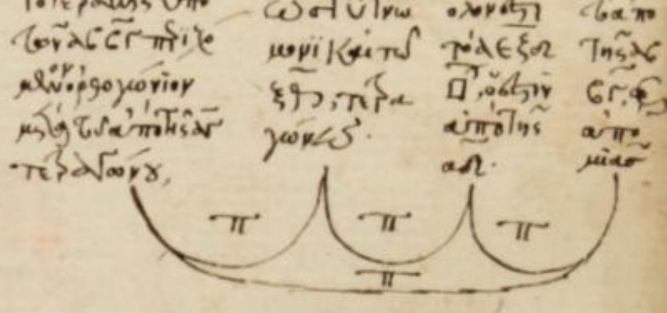
εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ ἔστω καὶ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω δὴ ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔΕΒ, καὶ κατεσκευάσθω τὸ σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΓ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΒΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΚ ὅλῳ τῷ ΔΕ ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα ΓΚ, ΔΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. ἀλλὰ τὰ ΓΚ, ΔΕ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ἐστὶν ἴσα· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. ἀλλὰ τοῦ ΓΚ τὰ ΑΗ, ΗΒ ἐστὶν ἴσα· τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΒ τοῦ ΓΚ ἐστὶ διπλάσια. ἀλλὰ καὶ τὰ ΑΗ, ΗΒ τοῦ ΓΚ ἐστὶ τετραπλάσια· ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΗ τῇ ΗΒ ἐστὶν ἴση· τὰ ἄρα ΓΚ, ΑΗ, ΗΒ τοῦ ΓΚ ἐστὶ τετραπλάσια. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΓ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΚ ὅλῳ τῷ ΑΕ ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα ΑΚ, ΑΕ τοῦ ΓΚ ἐστὶ τετραπλάσια. ἀλλὰ τὰ ΑΚ, ΑΕ ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ καὶ τὸ ΓΚ τὸ ΗΒ· τὸ ἄρα ΑΔΕΒ τοῦ ΗΒ ἐστὶ τετραπλάσιον. ἀλλὰ τὸ ΑΔΕΒ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· καὶ τὸ ΗΒ ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραπλάσιόν ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΓ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΒΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΚ ὅλῳ τῷ ΔΕ ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα ΓΚ, ΔΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. ἀλλὰ τὰ ΓΚ, ΔΕ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ἐστὶν ἴσα· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. ἀλλὰ τοῦ ΓΚ τὰ ΑΗ, ΗΒ ἐστὶν ἴσα· τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΒ τοῦ ΓΚ ἐστὶ διπλάσια. ἀλλὰ καὶ τὰ ΑΗ, ΗΒ τοῦ ΓΚ ἐστὶ τετραπλάσια· ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΗ τῇ ΗΒ ἐστὶν ἴση· τὰ ἄρα ΓΚ, ΑΗ, ΗΒ τοῦ ΓΚ ἐστὶ τετραπλάσια. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΓ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΚ ὅλῳ τῷ ΑΕ ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα ΑΚ, ΑΕ τοῦ ΓΚ ἐστὶ τετραπλάσια. ἀλλὰ τὰ ΑΚ, ΑΕ ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ καὶ τὸ ΓΚ τὸ ΗΒ· τὸ ἄρα ΑΔΕΒ τοῦ ΗΒ ἐστὶ τετραπλάσιον. ἀλλὰ τὸ ΑΔΕΒ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· καὶ τὸ ΗΒ ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραπλάσιόν ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΓ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΒΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΚ ὅλῳ τῷ ΔΕ ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα ΓΚ, ΔΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. ἀλλὰ τὰ ΓΚ, ΔΕ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ ἐστὶν ἴσα· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. ἀλλὰ τοῦ ΓΚ τὰ ΑΗ, ΗΒ ἐστὶν ἴσα· τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΒ τοῦ ΓΚ ἐστὶ διπλάσια. ἀλλὰ καὶ τὰ ΑΗ, ΗΒ τοῦ ΓΚ ἐστὶ τετραπλάσια· ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΗ τῇ ΗΒ ἐστὶν ἴση· τὰ ἄρα ΓΚ, ΑΗ, ΗΒ τοῦ ΓΚ ἐστὶ τετραπλάσια. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΓ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΚ ὅλῳ τῷ ΑΕ ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα ΑΚ, ΑΕ τοῦ ΓΚ ἐστὶ τετραπλάσια. ἀλλὰ τὰ ΑΚ, ΑΕ ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ καὶ τὸ ΓΚ τὸ ΗΒ· τὸ ἄρα ΑΔΕΒ τοῦ ΗΒ ἐστὶ τετραπλάσιον. ἀλλὰ τὸ ΑΔΕΒ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· καὶ τὸ ΗΒ ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραπλάσιόν ἐστιν.

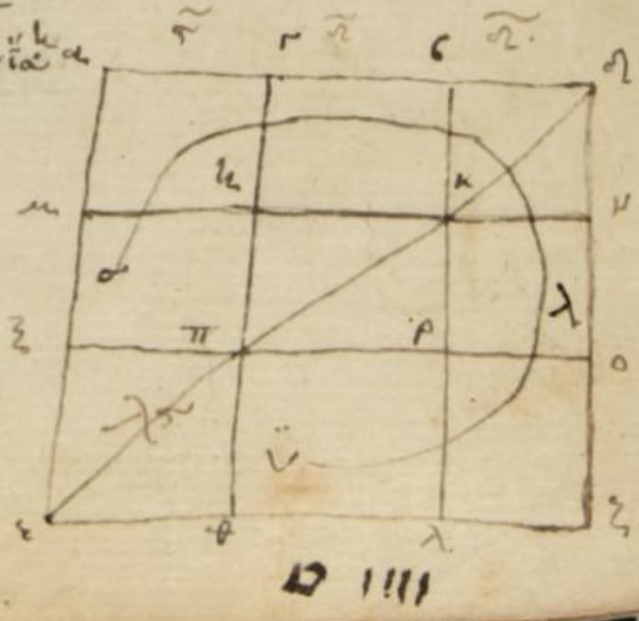




τετράγωνα, ἴσα ἀπὸ τὴν ταὐτὸ λόγον ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ, περὶ ἴσας γωνίας ὀρθογωνίοις, ἐπὶ τοῦ λοιποῦ τοῦ ΑΓ τετράγωνον. ἀλλὰ ὅλῃ προσκείσθω ἐπὶ τὰ ΒΓ τὰ ΑΔ τετράγωνα ὅλον δὴ τὸ ΑΔΕΖ καὶ τὸ ΓΗ· ἐπὶ δὲ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τε-
-τράγωνα. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετράγωνα, ἴσα δέ ἐστι τὰ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενα ὀρθογώνια δίς· καὶ τὰ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενα ὀρθογώνια δίς ἐστι τὰ ΑΚ ΚΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ τὸ ΑΗ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ τὸ ΓΗ· τὰ ἄρα ΑΗ ΓΗ ἴσα ἐστὶ τοῖς ΑΚ ΚΓ. ἀλλὰ τὰ ΑΗ ΓΗ ἐστὶ τὰ ὅλον τὸ ΑΔΕΖ· τὰ ἄρα ΑΚ ΚΓ ἐστὶ τὰ ὅλον τὸ ΑΔΕΖ· τὰ δὲ ΑΚ ΚΓ ἐστὶ τὰ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ δὶς περιεχόμενα· τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ δὶς περιεχόμενα ἐστὶ τὰ ΑΔΕΖ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ, ἴση δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶ τῇ μὲν ΑΒ ἴσον τὸ ΚΖ, τῇ δὲ ΓΔ ἴσον τὸ ΚΕ· καὶ τὸ ΚΖ ἄρα τῷ ΚΕ ἐστὶν ἴσον· τὸ ΑΚ ἄρα τῷ ΚΓ ἐστὶν ἴσον· τὸ ΑΚ ἄρα τοῦ ΚΓ τετραπλάσιόν ἐστιν· τὸ ἄρα ΑΔΕΖ τοῦ ΑΚ ἐστὶ τετραπλάσιον· ἐστὶ δὲ τὸ ΑΔΕΖ τὰ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ δὶς περιεχόμενα· τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ δὶς περιεχόμενα τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΚ· ἐστὶ δὲ τὸ ΑΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ δὶς περιεχόμενα τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχομένου ὀρθογωνίου· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ δὶς περιεχόμενον τετράγωνον τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχομένου ὀρθογωνίου· ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων τετράγωνα τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου· ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων τετράγωνα τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τὸ τετράγωνον ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῶν ὅλης τμημάτων ἐλάσσον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ μιᾷ τῶν τμημάτων τετραγώνου τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ, ὅσῳ τὸ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τῆς ὅλης τετραγώνου.

Γ

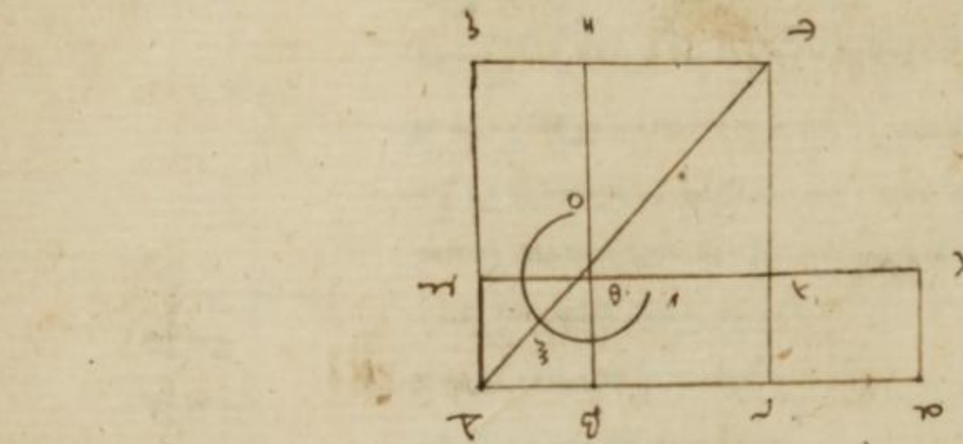
ΑΓ σ
ΑΓ σ
ΑΓ μΑ
ΑΓ λΑ
ΑΓ λσ
ΑΓ μΑ



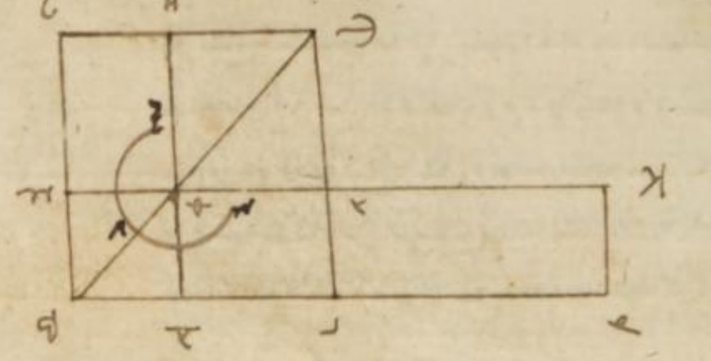
27

Δ ΙΙΙΙ

ἐστὶν ἄρα τὸ ΓΔ τετράγωνον. ἀλλὰ τὸ ΑΒ τετράγωνόν ἐστιν· ἴσον ἄρα τὸ ΓΔ τῷ ΑΒ τετραγώνῳ· ὥστε καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒ τῷ ΓΔ, τὸ δὲ ΑΒ τῷ ΕΖ, καὶ τὸ ΓΔ ἄρα τῷ ΕΖ ἐστὶν ἴσον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΑΒ. ἀλλ' ἡ μὲν ΓΔ τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν, ἡ ΕΖ ἄρα τῆς ΑΒ μείζων ἐστίν. ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ μείζων τμῆμα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τετραγώνου ἐπὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς μείζ



ΔΕ τῇ ΓΖ ἴση ἐστίν· καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΖ τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΖ· ὅλη ἄρα ἡ ΔΖ ὅλῃ τῇ ΕΓ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ ἡ ΕΓ τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΚΛ ἄρα τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΛΜ· ὅλη ἄρα ἡ ΚΜ τῷ ΔΜ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΔΜ τῷ ΔΒ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΚΜ ἄρα τῷ ΔΒ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΛΓ· τὸ ἄρα ΚΜ τοῖς ΔΒ, ΛΓ ἐστὶν ἴσον. τὸ δὲ ΚΜ τὸ ΔΕ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΔΕ ἄρα τοῖς ΔΒ, ΛΓ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΓΔ τῷ ΔΛ ἐστὶν ἴσον. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΔΗ ἴση· καὶ ἡ ΔΗ ἄρα τῇ ΔΛ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΓΛ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΛΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΓ τῇ ΔΛ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΓΛ· ὅλη ἄρα ἡ ΔΓ ὅλῃ τῇ ΓΛ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΓΛ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΛΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΓ τῇ ΔΛ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΓΛ· ὅλη ἄρα ἡ ΔΓ ὅλῃ τῇ ΓΛ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΓΛ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΛΓ ἐστὶν ἴση.

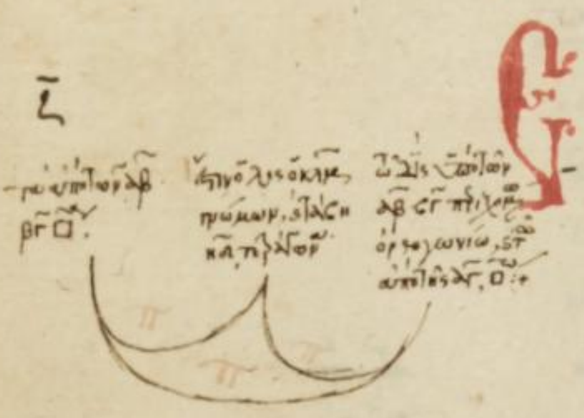


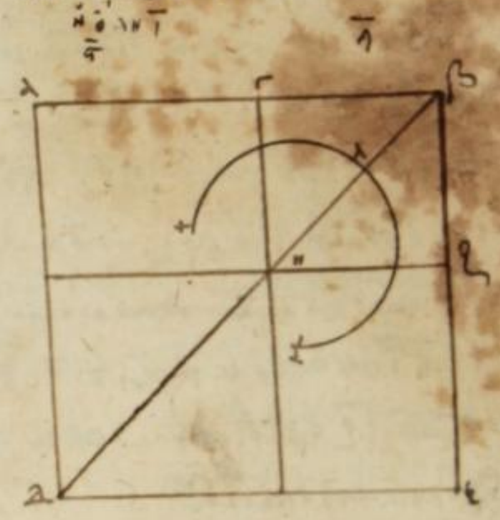
ὅλου ἄρα τὸ ΓΖ τετράγωνον. ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΔ. τὸ ἄρα αὐτὸ τὰ ἀδ
περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς
πρόσθε βῶν δύο τὸ αὐτὸ, εὐθεῖα ἡ πᾶσα θῇ, τὸ ὑπὸ τοῦ ὅλου σὺν τῇ προσκειμένῃ·
ἐς τοῦ προσκειμένου περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τετράγω-
νον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τε τοῦ ἡμίσους καὶ τοῦ προσκειμέ-
νου τετραγώνῳ, ὧν ἡ ἀπὸ μέσου τομὴ ἐστὶν ἐπὶ τῆς τοῦ ἡμίσους καὶ τοῦ προσκειμέ-
νου ἡμισείας τετραγώνου. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ μὴ ἴσα, τὸ
ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης μερῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ
τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ
περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ, τουτέστι
τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ μὴ ἴσα, τὸ ὑπὸ τῶν
ἀνίσων τῆς ὅλης μερῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν
τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΗ.

ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ εἰς ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης μερῶν
τετράγωνα τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου
διπλάσιά ἐστιν.

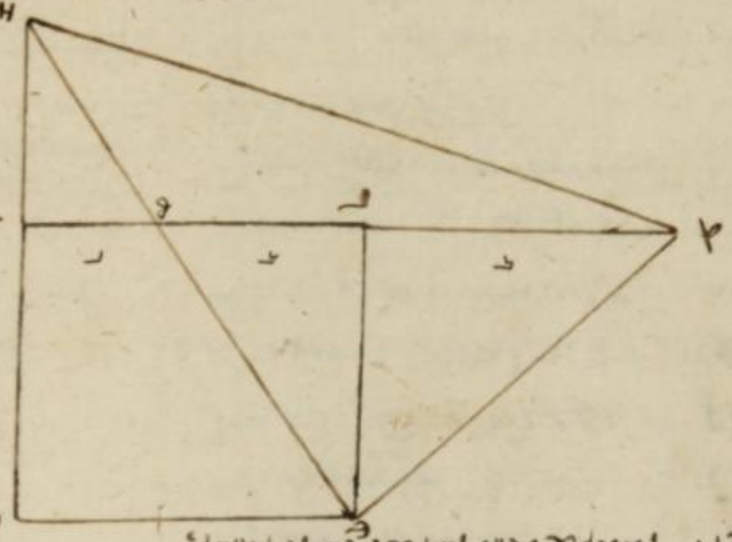
ἔστω εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ τμηθεῖσα εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ·
λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου καὶ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω
ἴση ἑκατέρα τῶν ΑΓ ΓΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ ΕΒ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ τῇ ΕΓ παράλληλος
ἤχθω ἡ ΔΖ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΖΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ.





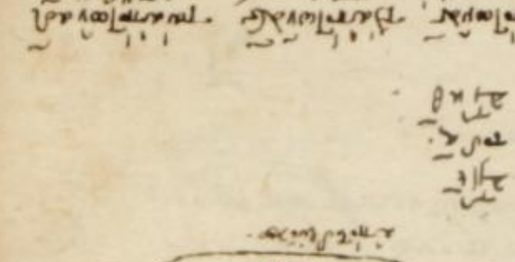
ΑΓ μπ
ΑΓ μΓ
ΑΓ μΓ

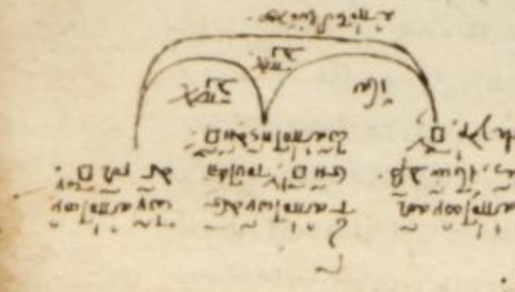
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΕΓ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν
ἡ πρὸς τῷ Γ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΑΕΓ ΕΑΓ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν, καὶ ἡμίσεια ἄρα μιᾶς ὀρθῆς
ἡ ὑπὸ ΑΕΓ. ὁμοίως δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΒ ἡμίσειά ἐστι μιᾶς ὀρθῆς· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΒ ὀρθή ἐστιν.
καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἡμίσειά ἐστι μιᾶς ὀρθῆς, ἴση δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΗ ἐναλλὰξ τῇ ὑπὸ ΕΓΒ,
ἡμίσεια ἄρα μιᾶς ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΗ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὥστε καὶ ἡ ΗΖ
τῇ ΗΕ ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ Η γωνία ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΓΒ,
ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΓΒ τῇ πρὸς τῷ Η· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΓ τῇ ΗΘ. ἀλλὰ ἡ ΕΓ τῇ ΓΒ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἡ ΓΒ ἄρα τῇ ΗΘ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΗΘ ἐστὶν ἴση.
ἀλλὰ τῇ μὲν ΑΓ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΖ, τῇ δὲ ΓΒ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΘ· καὶ ἡ ΗΖ ἄρα τῇ ΖΘ ἐστὶν ἴση.
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΗΖ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ τετραγώνῳ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΗΖ ΖΘ
τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΖ τετραγώνου. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΗΖ ΖΘ ἴσα ἐστὶ τὰ
ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ· ἐπὶ γὰρ ἑκατέρου τῶν ΑΔ ΔΒ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΖ τετράγωνον· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς
ΗΖ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΔ· ἐπὶ γὰρ ἑκατέρου τῶν ΑΓ ΓΔ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΖ
τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου καὶ
τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

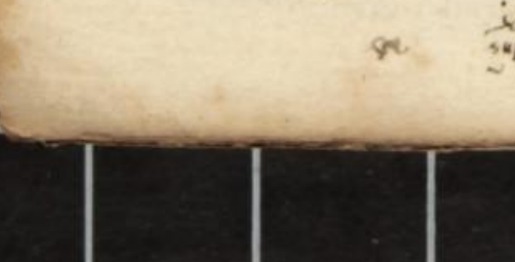


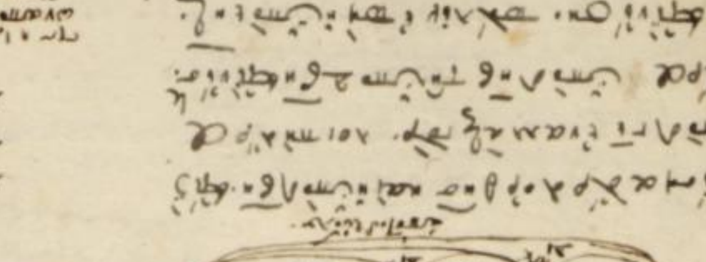
شكل ٣٠ يوضح كيفية تقسيم المربع ABCD إلى أربعة أجزاء متساوية ومتشابهة.

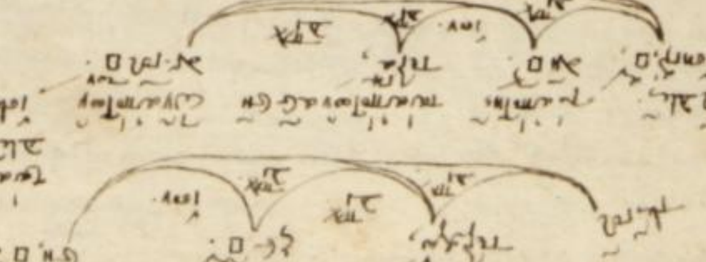
ولتقسيم المربع ABCD إلى أربعة أجزاء متساوية ومتشابهة نقسم كل ضلع من أضلاعه إلى ٤ أجزاء متساوية، ثم نصل بين نقطة تقسيم على الضلع الأول ونقطة تقسيم على الضلع الثاني بحيث تكون النقطتان على بعد ٣ أجزاء من رأسين متجاورين، ثم نصل بين نقطة تقسيم على الضلع الثاني ونقطة تقسيم على الضلع الثالث بحيث تكون النقطتان على بعد ٣ أجزاء من رأسين متجاورين، ثم نصل بين نقطة تقسيم على الضلع الثالث ونقطة تقسيم على الضلع الرابع بحيث تكون النقطتان على بعد ٣ أجزاء من رأسين متجاورين، ثم نصل بين نقطة تقسيم على الضلع الرابع ونقطة تقسيم على الضلع الأول بحيث تكون النقطتان على بعد ٣ أجزاء من رأسين متجاورين. فتتقاطع هذه الخطوط الأربعة في نقطة واحدة هي مركز المربع، وتقسم المربع إلى أربعة أجزاء متساوية ومتشابهة.

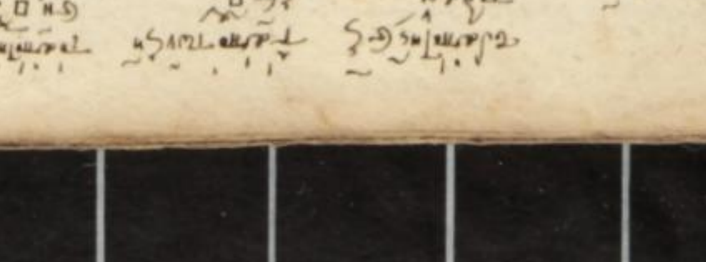


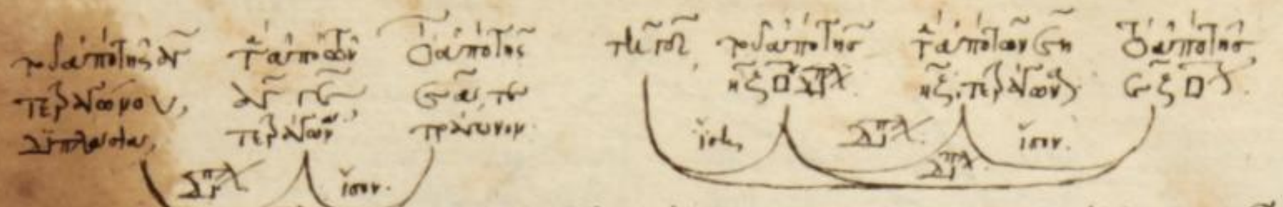


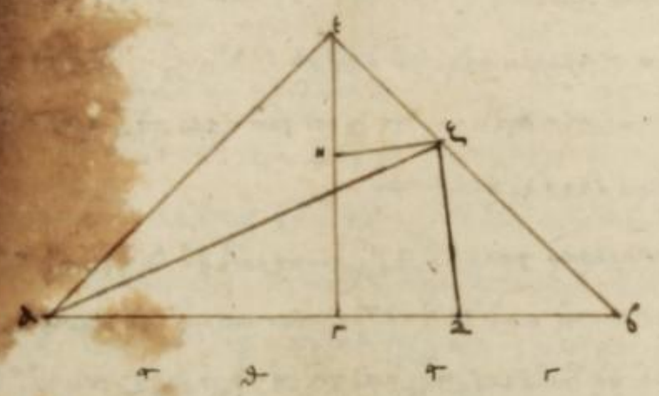




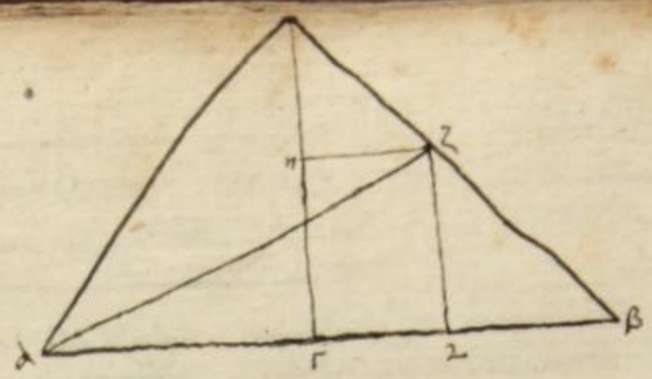








30



ιγ̄μ̄ζ̄ ἐστὶν ἴσα τὰ ιζ̄. ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εη̄. τοιοῦτον τοῦ ιζ̄. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ιη̄ ιζ̄ τετράκις τὸ
ὑπὸ αγ̄ ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ιζ̄ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ιη̄ ιζ̄ τετραπλάσιον, ἴσον ἐστὶ
τὸ ἀπὸ τῆς ιζ̄. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ιζ̄ τετράκις ὑπὸ αγ̄ ἐστὶ, τοῦ ἀπὸ τῆς ιζ̄. ἴσον δὲ ἦν
ἡ ιζ̄ τῇ γ̄α̅. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ιζ̄ τετράκις ὑπὸ αγ̄ ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς γ̄α̅. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ι α̅
ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ιζ̄ τετράκις ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅ ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς γ̄α̅. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ι α̅
ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ιζ̄ τετράκις ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅ ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς γ̄α̅. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ι α̅
ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅ τετράκις, ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς γ̄α̅ τετράκις. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιζ̄ τετράκις ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅
ὀρθὰς περιέχουσι γωνίας. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αζ̄ τετράκις ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅ ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς
αγ̄ γ̄α̅. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αγ̄ γ̄α̅ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ̄ γ̄α̅ τετράκις. ὀρθὰς περιέχουσι γωνίας. τὸ ἄρα
ἀπὸ τῆς αζ̄ τετράκις ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ̄ γ̄α̅ τετράκις. ὁμοιοειδὲς ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αζ̄ τῷ ἀπὸ τῆς
αγ̄ γ̄α̅. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αζ̄ ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ̄ γ̄α̅ ἴσον. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ̄ γ̄α̅ τετράκις
ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αζ̄ ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ̄ γ̄α̅ τετράκις ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
αγ̄ γ̄α̅ τετράκις ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅ τὸ ἀπὸ τῆς αγ̄ γ̄α̅ τετράκις ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅ τετράκις. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
αγ̄ γ̄α̅ τετράκις ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅ τετράκις ὑπὸ αγ̄ γ̄α̅ τετράκις. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ̄ γ̄α̅ τετράκις
ὑπὸ

τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ □ · τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ □ · τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ □ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ · τῶν ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ □ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ

ἴσον · ἴσον · μεῖζον

τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ □ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ □ · τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ □ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ · τῶν ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ □ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ

ἴσον · μεῖζον · μεῖζον

ὅπερ ἔδει δεῖξαι :+

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. ιβ

ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ἀμβλεῖαν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου ἐπὶ τὴν ΓΑ ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ ΒΔ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. α΄ ιβ

ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΓΔ τέτμηται ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Α σημεῖον, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. β΄ δ΄ τοῦ β΄

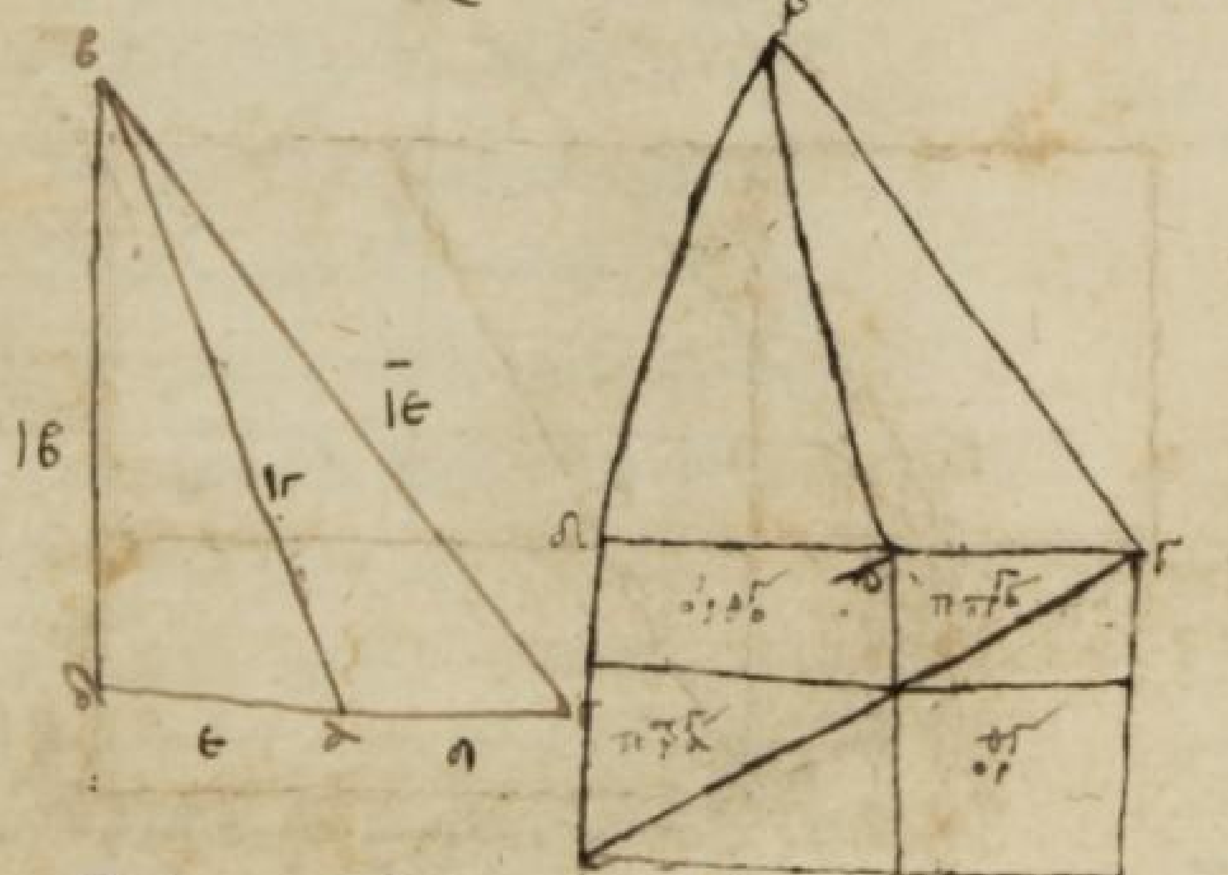
κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ, ΔΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. α΄ β΄

ἀλλὰ τοῖς μὲν ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Δ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ. α΄ μζ΄ τοῦ α΄

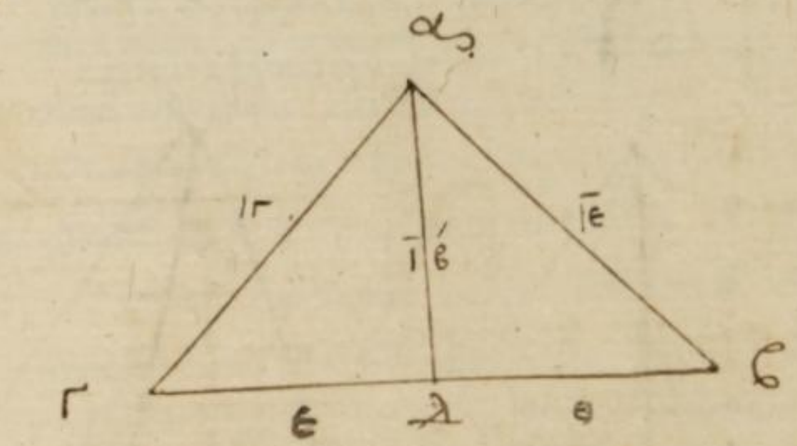
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τῶν ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ τετραγώνων μεῖζόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

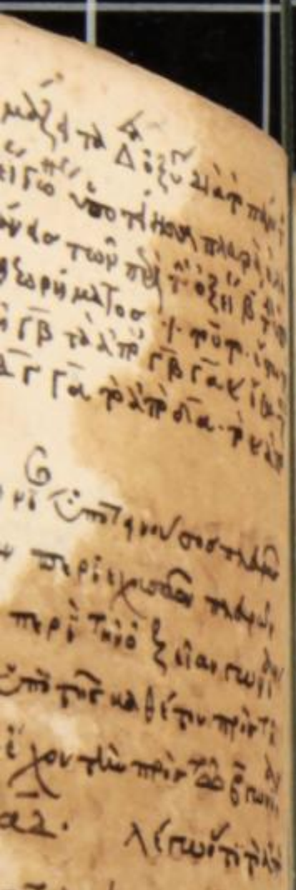
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

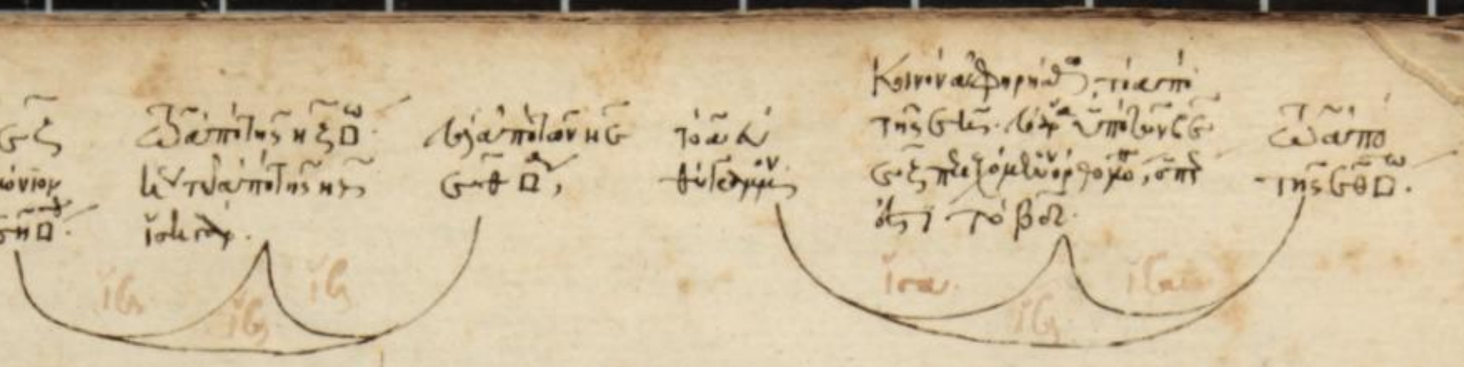
ἐν ἄρα τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :+

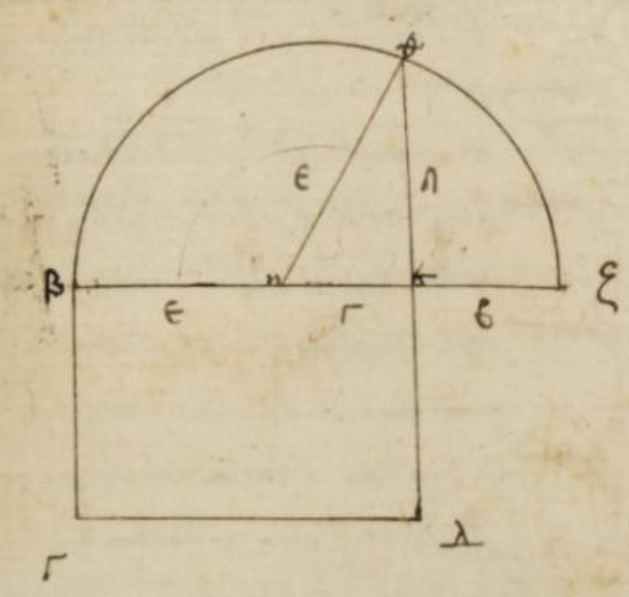


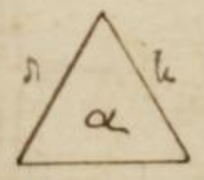
2


α
ιγ
ιε
ιϛ
γ
ε
λ
θ
ϛ






α
β
γ
δ
ε
ζ
η
θ
κ
λ


α

τῆ κύκλῳ ἐν τῇ κ φορᾷ. ἐστω τοῦ τυχόντος ἀπὸ οἱουοῦν ζητουμένου τὸ κέντρον τὸ α. οὐ πληροῖ κἂν ὁ τρι-
πλάσιος τοῦ κύκλου. τοῦ γὰρ ἐφεξῆς μείζονος προβλήματος ἐν τοῖς θεωρημάτων. καθὸ μὲν ὁ ζητη-
θεὶς προτείνει ποιῆσαι ὑπερβάλλει. καθὸ δὲ ἀφαιρεῖται ποιησιν ἀλλείπει ὁρισμῷ, καὶ διὰ τοῦτο θεωρῆσαι πρέπει. ὁ
κβ δὲ μοι ἐφηρμοσμένως ἔστω τὸ πρότασιν θεωρημάτων ὡς ἀνάγκη περὶ τοῦ τὴν δοθεῖσαν
ὧν δύο πλευρὰν ἴσους γωνίας, ὧν λοιπὴν μιᾷ βάσει ἴσην. ὧν πάλιν ἡ μὲν τῆς φύσεως ἐστὶ δεικνύειν ἐφ-
οὕτως ἐν τοῖς βαρυτῆ κύκλου. δῶσω πᾶν τοῦ προβλήματος πάλιν τὸν τῆς πυτάσσεσθαι
ὧν

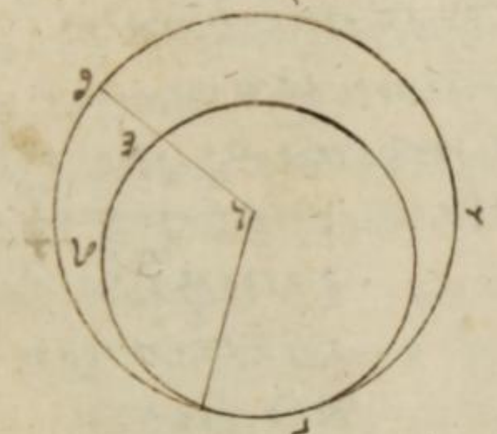
οὐ λείπει τὸ κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ αβγ. λείπει δὴ τὸ αβγ κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν. ληφθείσης τυχούσης φάσεως τῶν τοῦ προβλήματος εἰσ-
-θασι λαμβάνεται τὸ δ σημεῖον. καὶ λέγω τοῦ αβγ κύκλου ἐστὶ τὸ δ. καὶ πεπτώκθω ἀπὸ τοῦ δ τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἡ δε. καὶ λέγω τοῦ αβγ κύκλου ἐστὶ τὸ ε

ἴσον ΝΞ ἑκατὸν ΝΑ ἑκατοντάδι. μείζων ἄρα ἐστὶν ΑΒ. τῶν ὑπὸ ΑΒ, ὑπὸ
τὴν μείζονα περιοχήν, ἐμείζων πλευρὰ ὑποτείνει. μείζων ἄρα ἐστὶν ΑΒ, τῆς ΝΞ.
ἴσον δὲ ἦν ΑΒ τῇ ΑΞ. μείζων ἄρα ἐστὶν ΑΞ τῆς ΑΤ. ἡ ἐλάττονα τῆς μείζονος
ὅπερ ἔδει δεῖξαι, καὶ πάλιν. οὐκοῦν ἐὰν τῶν ΑΒ, ΑΞ, ΑΤ, ἐπὶ ζωδιακοῦ κύκλου,
ἐκτὸς τοῦ πρώτου τῶν ἡμισφαιρίων. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῶν ἑξῆς
φερούσας ἐπὶ τὸ ΛΡΑ. ἐὰν ΛΡΑ
κύκλου ἐπὶ τοῦ περιφερείας ΛΦΘ
λαμβάνῃ τυχόν τι σημεῖον Δ. εἰ μὲν τὸ
αὐτὸ μέσον ἐστὶ, ἐπὶ τῆς διὰ πόλων
λήψεται. εἰ δὲ μή γε, ἐπὶ τῆς διὰ τοῦ
ὑπερπεσεῖται ἐκτὸς
ἀπὸ τοῦ Λ πόλου, λήψεται τὸν
καὶ τοῦ ἀφθέντος τινὰ μεσημβρίαν τοῦ ΛΓ κύκλου. ἐπεζεύχθω ἡμικύκλου ΛΔΓ. ἐ
ἐπὶ ἄρα πρὸ ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. ἐπεζεύχθω καὶ ΔΓ. ἐ
ἐν αὐτῷ ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΓ τοῦ ΛΓ. καὶ ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ ἐστὶ τὸ ΛΔΓ. καὶ
ἐπὶ τὴν ΔΓ ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τῆς Δ

τὰ ἐξῆς ὅτι τὸ νοτίου ὅτου μείζων τοῦ πρὸς ὠγυγίων· ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΑ πλευρὰ τοῦ ἑξαγώνου
πλευρᾶς ἐστὶ ξε· ἴσον ΓΑ ἐκ τοῦ κέντρου ξε·
ἐὰν ΓΑ ἐννεάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον
ἐγγραφῇ εἰς κύκλον τὸν ΑΒΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου
ἐπὶ τὰς πλευρὰς τοῦ ἐννεαγώνου κάθετοι
ἀχθῶσιν· ἐννεάγωνον μὲν ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον
ἔσται καὶ ἐγγραφήσεται εἰς τὸν κύκλον τὸν ΑΒΓ,
ὅτι μὲν οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου,
ὅτι δὲ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τῆς
ὀκταγώνου πλευρᾶς μείζων ἐστίν, δεικτέον οὕτως·
ἔστω γὰρ ἡ ΑΒ πλευρὰ τοῦ ἐννεαγώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΓΔ·
λέγω ὅτι ἡ ΓΔ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μείζων ἐστίν. ὡς γὰρ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΔ, οὕτως
ἔστω ΑΓ πρὸς ΓΕ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΔ· καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΓΔ· καὶ
ἐκκείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΓΖ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΔ οὕτως
ἡ ΓΔ πρὸς ΓΕ· ἴση δὲ ἡ ΓΔ τῇ ΓΖ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ·
ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ δὲ μέση ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ἄκρων, καὶ ἡ πρώτη
πρὸς τὴν τρίτην μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν· μείζων ἄρα ἐστὶν
ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ ἤπερ ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΕ μείζων ἐστὶ λόγον ἤπερ ἡ ΖΓ πρὸς
ΓΕ· ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ
πρὸς ΓΖ οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ δὲ μέση ἴση ἑκατέρᾳ
τῶν ἄκρων, καὶ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν·
μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΕ μείζων ἐστὶ λόγον
ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ· ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ· καὶ ἐπεὶ
ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ δὲ
μέση ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ἄκρων, καὶ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πρώτη
πρὸς τὴν δευτέραν· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΕ
μείζων ἐστὶ λόγον ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ· ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΓ
πρὸς ΓΕ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι
ἀνάλογον ὦσιν, ἡ δὲ μέση ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ἄκρων, καὶ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην μείζονα
λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ ἤπερ ἡ ΑΓ
πρὸς ΓΖ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΕ μείζων ἐστὶ λόγον ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ· ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ
μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ οὕτως ἡ ΖΓ
πρὸς ΓΕ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ δὲ μέση ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ἄκρων, καὶ ἡ
πρώτη πρὸς τὴν τρίτην μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν· μείζων ἄρα
ἐστὶν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ ἤπερ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΕ μείζων ἐστὶ λόγον ἤπερ ἡ ΑΓ
πρὸς ΓΖ· ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ
ΑΓ πρὸς ΓΖ οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς ΓΕ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ δὲ μέση ἴση
ἑκατέρᾳ τῶν ἄκρων, καὶ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πρώτη πρὸς

ἐὰν ἐπὶ μέρη τῶν κατὰ τὸν ὁρίζοντα ἐγγίζῃ τὸ
ΑΒΓΔ, ἔστω δὲ ἐπὶ τοῦ Α σημείου τὸ Ε, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐφάπτεται
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΖ· ἐπεὶ
οὖν ἡ ΑΖ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα κάθετός ἐστιν, ἡ
ΑΖ ἄρα τοῦ ὁρίζοντος ἐστὶ διάμετρος. ἐὰν
δὲ ἐπὶ τοῦ Α τῷ ὁρίζοντι πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ
εὐθεῖα, ἐπὶ ταύτης ἐστὶν ἡ τοῦ ὁρίζοντος
διάμετρος· ἡ ΕΖ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου.

ἐὰν ἐπὶ μέρη τῶν κατὰ τὸν ὁρίζοντα ἐγγίζῃ τὸ
ΑΒΓΔ, ἔστω δὲ ἐπὶ τοῦ Α σημείου τὸ Ε, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐφάπτεται
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΖ· ἐπεὶ
οὖν ἡ ΑΖ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα κάθετός ἐστιν, ἡ
ΑΖ ἄρα τοῦ ὁρίζοντος ἐστὶ διάμετρος. ἐὰν
δὲ ἐπὶ τοῦ Α τῷ ὁρίζοντι πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ
εὐθεῖα, ἐπὶ ταύτης ἐστὶν ἡ τοῦ ὁρίζοντος
διάμετρος· ἡ ΕΖ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου.



ἐὰν ἐπὶ μέρη τῶν κατὰ τὸν ὁρίζοντα ἐγγίζῃ τὸ
ΑΒΓΔ, ἔστω δὲ ἐπὶ τοῦ Α σημείου τὸ Ε, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐφάπτεται
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΖ· ἐπεὶ
οὖν ἡ ΑΖ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα κάθετός ἐστιν, ἡ
ΑΖ ἄρα τοῦ ὁρίζοντος ἐστὶ διάμετρος. ἐὰν
δὲ ἐπὶ τοῦ Α τῷ ὁρίζοντι πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ
εὐθεῖα, ἐπὶ ταύτης ἐστὶν ἡ τοῦ ὁρίζοντος
διάμετρος· ἡ ΕΖ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου.

ἐὰν ἐπὶ μέρη τῶν κατὰ τὸν ὁρίζοντα ἐγγίζῃ τὸ
ΑΒΓΔ, ἔστω δὲ ἐπὶ τοῦ Α σημείου τὸ Ε, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐφάπτεται
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΖ· ἐπεὶ
οὖν ἡ ΑΖ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα κάθετός ἐστιν, ἡ
ΑΖ ἄρα τοῦ ὁρίζοντος ἐστὶ διάμετρος. ἐὰν
δὲ ἐπὶ τοῦ Α τῷ ὁρίζοντι πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ
εὐθεῖα, ἐπὶ ταύτης ἐστὶν ἡ τοῦ ὁρίζοντος
διάμετρος· ἡ ΕΖ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου.

ἐὰν ἐπὶ μέρη τῶν κατὰ τὸν ὁρίζοντα ἐγγίζῃ τὸ
ΑΒΓΔ, ἔστω δὲ ἐπὶ τοῦ Α σημείου τὸ Ε, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐφάπτεται
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΖ· ἐπεὶ
οὖν ἡ ΑΖ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα κάθετός ἐστιν, ἡ
ΑΖ ἄρα τοῦ ὁρίζοντος ἐστὶ διάμετρος. ἐὰν
δὲ ἐπὶ τοῦ Α τῷ ὁρίζοντι πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ
εὐθεῖα, ἐπὶ ταύτης ἐστὶν ἡ τοῦ ὁρίζοντος
διάμετρος· ἡ ΕΖ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου.

ἐὰν ἐπὶ μέρη τῶν κατὰ τὸν ὁρίζοντα ἐγγίζῃ τὸ
ΑΒΓΔ, ἔστω δὲ ἐπὶ τοῦ Α σημείου τὸ Ε, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐφάπτεται
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΖ· ἐπεὶ
οὖν ἡ ΑΖ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα κάθετός ἐστιν, ἡ
ΑΖ ἄρα τοῦ ὁρίζοντος ἐστὶ διάμετρος. ἐὰν
δὲ ἐπὶ τοῦ Α τῷ ὁρίζοντι πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ
εὐθεῖα, ἐπὶ ταύτης ἐστὶν ἡ τοῦ ὁρίζοντος
διάμετρος· ἡ ΕΖ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου.

ἐὰν ἐπὶ μέρη τῶν κατὰ τὸν ὁρίζοντα ἐγγίζῃ τὸ
ΑΒΓΔ, ἔστω δὲ ἐπὶ τοῦ Α σημείου τὸ Ε, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐφάπτεται
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΖ· ἐπεὶ
οὖν ἡ ΑΖ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα κάθετός ἐστιν, ἡ
ΑΖ ἄρα τοῦ ὁρίζοντος ἐστὶ διάμετρος. ἐὰν
δὲ ἐπὶ τοῦ Α τῷ ὁρίζοντι πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ
εὐθεῖα, ἐπὶ ταύτης ἐστὶν ἡ τοῦ ὁρίζοντος
διάμετρος· ἡ ΕΖ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου.

ἐὰν ἐπὶ μέρη τῶν κατὰ τὸν ὁρίζοντα ἐγγίζῃ τὸ
ΑΒΓΔ, ἔστω δὲ ἐπὶ τοῦ Α σημείου τὸ Ε, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐφάπτεται
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΖ· ἐπεὶ
οὖν ἡ ΑΖ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα κάθετός ἐστιν, ἡ
ΑΖ ἄρα τοῦ ὁρίζοντος ἐστὶ διάμετρος. ἐὰν
δὲ ἐπὶ τοῦ Α τῷ ὁρίζοντι πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ
εὐθεῖα, ἐπὶ ταύτης ἐστὶν ἡ τοῦ ὁρίζοντος
διάμετρος· ἡ ΕΖ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου.

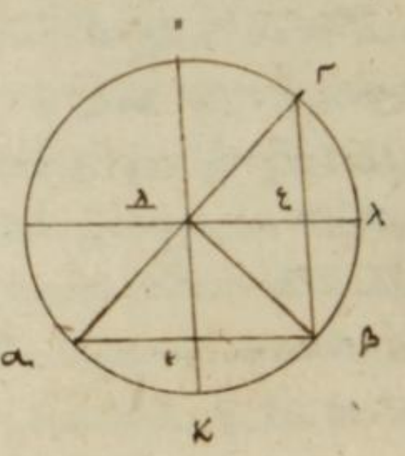
ἴσου μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΓ τοῦ ἐπὶ τῆς ΒΓ τμήματος. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῷ ΑΔΓ τμήματι.

εἰ γὰρ μή, ἔστω πρότερον τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΔΓ μεῖζον. ἐπεὶ οὖν ἴσος ἐστὶν ὁ ΑΒΓ κύκλος τῷ ΑΔΓ κύκλῳ, καὶ ἀπολαμβάνεται ἀπὸ μὲν τοῦ ΑΒΓ κύκλου τμῆμα τὸ ΑΒΓ, ἀπὸ δὲ τοῦ ΑΔΓ κύκλου τμῆμα τὸ ΑΔΓ, τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΔΓ τμήματος μεῖζον, ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΑΒΓ κύκλου τμῆμα ἴσον τῷ ΑΔΓ τμήματι τὸ ΑΒΓ, ἀπὸ δὲ τοῦ ΑΔΓ κύκλου τμῆμα τὸ ΑΔΓ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΓ τμῆμα λοιποῦ τοῦ ΑΔΓ τμήματος μεῖζον ἐστίν. ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ· ἔστιν ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μείζων. τετμήσθω δὲ ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ ἴση ἐστίν, κοινὴ δὲ προσκείσθω ἡ ΖΗ, δύο δὴ αἱ ΑΖ, ΖΗ δυσὶ ταῖς ΒΖ, ΖΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΗ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ΑΗ βάσει τῇ ΒΗ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ ἴση ἐστίν· μείζων ἄρα ἡ ΑΖ τῆς ΒΓ. πολλῷ ἄρα ἡ ΑΗ τῆς ΒΓ μείζων ἐστίν. τῇ δὲ ΑΗ ἴσος κείσθω ἐκ τοῦ κέντρου ὁ ΑΚΘ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΘ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΗ τῆς ΒΓ μείζων ἐστίν, ἴση δὲ ἡ ΑΗ τῇ ΚΘ, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΚΘ τῆς ΒΓ. καὶ ἐπεὶ ἐγγύτερον μὲν τοῦ ΚΛ τὸ ΚΜ ἐστίν, ἀπώτερον δὲ τὸ ΚΝ, μείζων ἄρα ἡ ΚΜ τῆς ΚΝ. ἀλλὰ τῇ μὲν ΚΜ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΖ, ΖΗ, τῇ δὲ ΚΝ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΖ, ΖΗ· μείζων ἄρα ἡ ΚΖ, ΖΗ τῶν ΚΖ, ΖΗ. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΚΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΗ λοιπῆς τῆς ΖΛ μείζων ἐστίν. μείζων δὲ ἡ ΖΗ τῆς ΖΛ· πολλῷ ἄρα ἡ ΑΗ τῆς ΖΛ μείζων ἐστίν. μείζων δὲ ἡ ΑΗ τῆς ΚΛ· πολλῷ ἄρα ἡ ΚΘ τῆς ΚΛ μείζων ἐστίν. ἀλλὰ ἡ μὲν ΚΘ τῇ ΚΕ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΚΛ τῇ ΚΔ· μείζων ἄρα ἡ ΚΕ τῆς ΚΔ. ἀπώτερον ἄρα ἐστὶ τὸ Ε τοῦ Κ σημείου τοῦ Δ· ὥστε καὶ ἡ ΕΓ τῆς ΔΓ μείζων ἐστίν. ἀλλὰ ἡ ΕΓ τῇ ΕΒ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΕΒ ἄρα τῆς ΔΓ μείζων ἐστίν. ἐγγύτερον δὲ τοῦ Ε τὸ Η σημεῖον τοῦ Ζ· μείζων ἄρα ἡ ΕΗ τῆς ΕΖ. ἀλλὰ τῇ μὲν ΕΗ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΕΖ, ΖΗ, τῇ δὲ ΕΖ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΕΖ, ΖΗ· μείζων ἄρα ἡ ΕΖ, ΖΗ τῶν ΕΖ, ΖΗ. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ Ε

ἀπὸ πλευρᾶς, πρὸς ἀπηλιώτην ὧν ἡ ΖΞ. καὶ ἐπὶ ἡ ΖΞ, τὴ ΖΞ ἴσον καὶ
ἡ ΖΘ, τὴ ΖΞ ἴσην. καὶ ἡ ΖΞ ἄρα τῇ ΖΘ ἴσον ἐστίν. κύκλου τοῦ διὰ τοῦ
κέντρου, τοῦ ΔΑΓΘ, ὃ περὶ τρίγωνον, ὃ ΠΡΣ γωνίαν. ἐκ τοῦ κέντρου. ἐπὶ ζῠχθασιεῖς
ἐπὶ τὴ ἴσον ἐστίν, ἡ ΠΣ τῇ ΣΡ. κοινὴ δὲ ἡ ΖΣ. δύο δὴ αἱ ΠΣ ΖΣ δυσὶ ταῖς
ΡΣ ΖΣ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΠΣΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΡΣΖ
ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα. βάσις ἄρα ἡ ΖΠ βάσει τῇ ΖΡ ἐστὶν ἴση.
καὶ ἐστὶν ἡ ΖΡ τῇ ΖΘ ἴση· καὶ ἡ ΖΘ ἄρα τῇ ΖΠ ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς
ἄρα αἱ ΖΘ ΖΠ ΖΞ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κύκλος ὁ διὰ τοῦ
τριγώνου ὃ περὶ τὸ ΠΡΣ γεγραμμένος ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ ΖΞ
μεγέθους. ἐκ τοῦ δὲ ἐλαχίστου ἐστὶν ἡ ΖΠ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος
ἐστὶν ἡ ΖΑ. ἐκ τοῦ δὲ ἐλάττονος ἐστὶν ἡ ΖΓ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος
τῶν ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΘ. ἐκ τοῦ δὲ ἐλαχίστου τῶν μείζονων
ἐστὶν ἡ ΖΔ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΒ. ἐκ τοῦ
δὲ ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν ἡ ΖΕ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν
ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΗ. ἐκ τοῦ δὲ ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν
ἡ ΖΚ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΛ. ἐκ τοῦ δὲ
ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν ἡ ΖΜ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν
ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΝ. ἐκ τοῦ δὲ ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν
ἡ ΖΞ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΟ. ἐκ τοῦ δὲ
ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν ἡ ΖΠ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν
ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΡ. ἐκ τοῦ δὲ ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν
ἡ ΖΣ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΤ. ἐκ τοῦ δὲ
ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν ἡ ΖΥ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν
ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΦ. ἐκ τοῦ δὲ ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν
ἡ ΖΧ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΨ. ἐκ τοῦ δὲ
ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν ἡ ΖΩ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν
ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΑ. ἐκ τοῦ δὲ ἐλαχίστου τῶν μείζονων ἐστὶν
ἡ ΖΔ. ἐκ τοῦ δὲ μείζονος τῶν ἐλαχίστων ἐστὶν ἡ ΖΒ. ἐκ τοῦ δὲ

μείζων ἐστίν. πεπονθέτω δὲ ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ τὸν αὐτὸν λόγον ἣν καὶ ΕΖ πρὸς ΗΘ· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ μείζων ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν, τῆς δὲ ΕΖ μείζων ἐστὶν ἡ ΓΔ, καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΓΔ μείζων ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ μείζων ἐστίν. ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ μείζων ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΕΖ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΚΑ, ΑΒ ἴσαι εἰσὶ ταῖς ΛΓ, ΓΔ, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΑΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΛΓΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΚΒ βάσει τῇ ΛΔ ἴση ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ, ἐλάττων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΚΒ. ἐκκείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΚΜ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Κ διαστήματι δὲ τῷ ΚΜ κύκλος γεγράφθω ὁ ΜΝΞ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΝ, ΚΞ. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΒ πρὸς τὴν ΚΟ· ὡς δὲ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΜ πρὸς τὴν ΚΟ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΒ πρὸς τὴν ΚΟ, οὕτως ἡ ΚΜ πρὸς τὴν ΚΟ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΚΒ, ΚΜ πρὸς τὴν ΚΟ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΒ τῇ ΚΜ. ἀλλὰ ἡ ΚΜ τῇ ΚΝ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΚΒ ἄρα τῇ ΚΝ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΚΑ, ΚΒ, ΚΞ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Κ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΚΑ, ΚΒ, ΚΞ γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ οὐ μείζων ἢ ἐλάττων ἔσται. γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΑΒΞ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΞ, ΞΒ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ μείζων ἐστίν, ἐκκείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΑΟ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΟ κύκλος γεγράφθω ὁ ΟΠΡ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΠ. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΒ πρὸς τὴν ΚΜ, ὡς δὲ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΜ πρὸς τὴν ΚΟ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΒ πρὸς τὴν ΚΜ, οὕτως ἡ ΚΜ πρὸς τὴν ΚΟ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΚΒ, ΚΟ τῷ ἀπὸ ΚΜ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΚΒ, ΚΟ ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΚΟ, ΚΠ· ἴση γὰρ ἡ ΚΒ τῇ ΚΠ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΚΟ, ΚΠ τῷ ἀπὸ ΚΜ ἐστὶν ἴσον· ἡ ΚΜ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ περὶ τὸ ΜΟΠ τρίγωνον περιγραφομένου κύκλου. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΜ τῇ ΚΝ, ἐφάπτεται ἄρα καὶ ἡ ΚΝ τοῦ περὶ τὸ ΜΟΠ τρίγωνον περιγραφομένου κύκλου. ἐὰν δὲ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου καὶ ἀπὸ τοῦ ἐπιψαύοντος αὐτοῦ πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἐπὶ δὲ τῆς ἐπιψαυούσης ἀπολαμβάνηται εὐθεῖα ἴση τῇ ἐπιζευχθείσῃ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ ἐπιζευγνύουσα τὰ πέρατα τῆς τε ἐπιψαυούσης καὶ τῆς διαμέτρου ἐφάπτεται τοῦ κύκλου. ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΑΞ τοῦ περὶ τὸ ΑΞΟ τρίγωνον περιγραφομένου κύκλου. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΟ τῇ ΑΠ, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΑΞ τῇ ΑΞ, δύο δὴ αἱ ΑΟ, ΑΞ δυσὶ ταῖς ΑΠ, ΑΞ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΟΑΞ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΠΑΞ ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΟΞ βάσει τῇ ΠΞ ἴση ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ, ἐλάττων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ.

τὸ ὑπὸ α μγ, ἴσον ἐστί. καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ ε μα ἑκτὸν ἴσον. καὶ ἔστω ἡ
κρα. τὸ ὑπὸ γ μα ἑκτὸν ἴσον. ἡ ἐλάττων τῶν μέσων ὁ περὶ τὴν λοιπὴν
γωνίαν, ἡ λοιπὴν τὴν θ ἴσην περιέχουσα τῇ λοιπῇ πλευρᾷ τῇ δ ἑπτὰ
ἐφ' ἑαυτὴν τετράγωνος, πρὸς πλευρῶν ἐστι. καὶ ἐπεὶ ἡ κρα κύκλου λαφθὲν
τι σημεῖον ἐντὸς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον
προσπίπτουσιν εὐθεῖαι, ἡ μὲν διὰ τοῦ κέντρου, ἡ λαφθεῖσα δὲ σημεῖον, μείζων
ἐστὶ τῆς κύκλου. ἔστω κύκλος ὁ αβγ. καὶ ἐν τῷ δὲ αὐτοῦ σημεῖον
τὸ ε. καὶ ἐπὶ τοῦ ε, πρὸς τὸ αβγ κύκλον, προσπιπτέτωσαν πλείους ἢ δύο
δ ε ἴσαι αἱ εα. εβ. εγ. λέγω δὴ τὸ ε σημεῖον, μείζων τοῦ δὲ
τοῦ αβγ κύκλου. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ αβ βγ. καὶ τετμήσθωσαν
δίχα κατὰ τὰ ζ η. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ζε ηε δηχθήσονται
ἐπὶ τὰ κα, θλ σημεῖα· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αζ, τῇ ζβ. κοινὴ δὲ ἡ ζε·
δύο δὴ αἱ αζ ζε, δυσὶ ταῖς βζ ζε ἴσαι εἰσίν. καὶ βάσις ἡ κρα ἴση ἄρα
βάσει τῇ εβ ἐστὶν ἴση. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ αζε γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βζε ἴση
ἐστί. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ αζε· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ βζε· ὥστε ἡ κρα τὴν αβ
δίχα τέμνουσα πρὸς ὀρθὰς τέμνει.
ἐὰν δὲ εὐθεῖα κύκλου τινὰ δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς
τέμνῃ, ἐπὶ τοῦ τοῦ τεμνομένου ἐστὶν ἡ
τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἐπὶ τοῦ καὶ
διὰ τοῦ μέσου τοῦ κύκλου.
διὰ τοῦτο οὖν τοῦ δὲ ἐπὶ τοῦ θλ
ἐστὶ, τὸ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου.



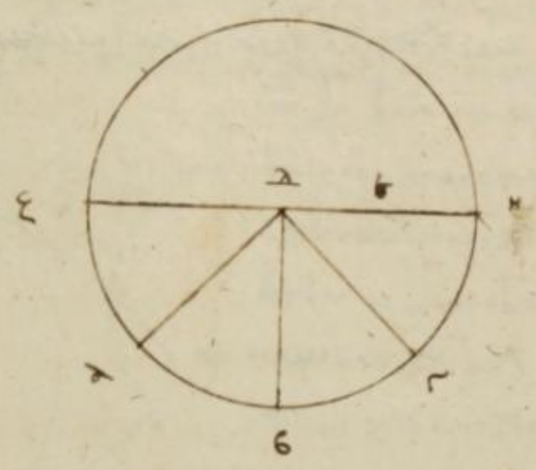
ἐὰν δὲ ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου
μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. ἐν γὰρ
κύκλῳ τῷ αβγδ δύο εὐθεῖαι αἱ αγ βδ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ ε
μὴ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι. λέγω ὅτι
οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. εἰ γὰρ δυνατόν, τετμήσθω ἑκατέρα δίχα
ὑπὸ τοῦ ε. ἐπεὶ οὖν ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας δίχα
μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι, οὐ πρὸς ὀρθὰς τέμνουσιν ἀλλήλας· ἡ αγ ἄρα
οὐ πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὴν βδ. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ αβγδ δύο εὐθεῖαι
αἱ αγ βδ τέμνουσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, οὐ τέμνουσιν
ἀλλήλας δίχα· ἐὰν δὲ ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ δίχα
μηδὲ πρὸς ὀρθὰς, οὐδὲ ἡ ἑτέρα τῶν διαμέτρων δίχα τέμνει· οὐκ ἄρα
ἡ ἑτέρα τῶν αγ βδ διάμετρος δίχα τέμνει τὴν ἑτέραν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἐὰν δὲ δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.
δύο γὰρ κύκλοι οἱ αβγ γδε τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ β γ σημεῖα·
λέγω ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ ζ·
ἐπιζευχθεῖσα ἡ ζγ διαμέτρους ἄρα ἐστὶν ἑκατέρου τῶν κύκλων. καὶ ἐπεὶ
ἐν κύκλῳ τῷ αβγ δύο εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα μὴ διὰ τοῦ κέντρου
οὔσαι, οὐ πρὸς ὀρθὰς τέμνουσιν ἀλλήλας· οὐκ ἄρα ἡ ζγ πρὸς ὀρθὰς τέμνει
τὴν βγ. πάλιν, ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ βγδ δύο εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας
μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα· οὐκ ἄρα ἡ ζγ
δίχα τέμνει τὴν βγ. ἐδείχθη δὲ οὐδὲ πρὸς ὀρθάς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἐὰν δὲ δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.
δύο γὰρ κύκλοι οἱ αβγ γδε ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ γ σημεῖον·
λέγω ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ ζ·
ἐπιζευχθεῖσα ἡ ζγ διαμέτρους ἄρα ἐστὶν ἑκατέρου τῶν κύκλων. καὶ ἐπεὶ
ἐπὶ τοῦ ζ πρὸς τὸν αβγ κύκλον προσπίπτουσιν εὐθεῖαι πλείους ἢ δύο
αἱ ζγ ζβ ζγ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ζγ τῆς ζβ. καὶ ἐπεὶ ἐπὶ τοῦ ζ πρὸς τὸν
γδε κύκλον προσπίπτουσιν εὐθεῖαι πλείους ἢ δύο αἱ ζγ ζδ ζε, μείζων
ἄρα ἐστὶν ἡ ζγ τῆς ζδ. ἐδείχθη δὲ καὶ μείζων τῆς ζβ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

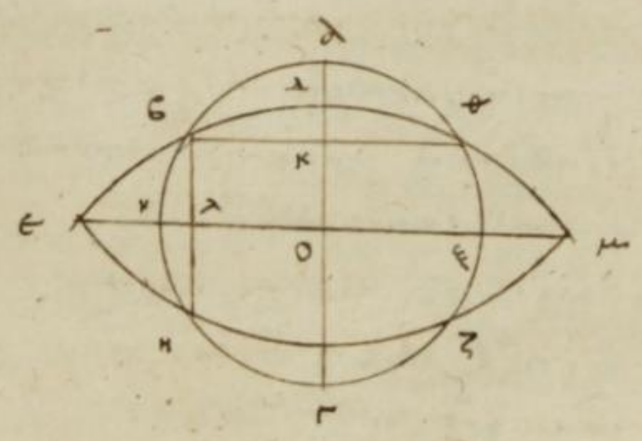
τέλος

Κύκλου τοῦ αβγ, ἀλλ' ἁφὴ τὸ σημεῖον, εἰλήφθω τὸ δ· λέγω ὅτι τοῦ δ πρὸς τὸν
αβγ κύκλον, πρὸς πεπερασμένην τινά, ἐστὶ λόγος ὁ αὐτὸς. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αδ. αζ.
λέγω ὅτι τὸ ἁφθὲν σημεῖον τὸ δ, μετὰ τοῦ κέντρου τοῦ αβγ κύκλου, μεταξύ.
ἀπ' αὐτοῦ γὰρ, ἐὰν μὴ ἐπὶ ξηλήθῃ ἡ αζ, ἀχθήσεται τις ἐπὶ τὴν κοίλην
περιφέρειαν, οἷον ἡ αδ, τοῦ αβγ κύκλου. ἐπεὶ οὖν, κύκλου
τοῦ αβγ, εἴληπταί τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ δ, εἰλήφθω τοῦ αβγ κύκλου τὸ κέντρον τὸ ε, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ εδ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ ζ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν αζ, τῆς αδ·
ἡ δὲ αδ, τῆς αε· ἴση δὲ
ἡ αε τῇ εβ· ἡ ἄρα
ὅλη ἡ ζε τῆς εβ
μείζων ἐστίν· ἡ δὲ
εβ τῇ εζ ἐστὶν ἴση·
ἡ ἄρα εζ τῆς εβ
μείζων ἐστίν· ὥστε
καὶ τὸ ζ σημεῖον
μεταξύ ἐστι τοῦ
τε δ καὶ τοῦ αβγ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Κύκλου τοῦ αβγ, ἀλλ' ἁφὴ τὸ σημεῖον, εἰλήφθω τι σημεῖον, ἐφ' ᾧ τὸ δ· λέγω ὅτι τοῦ δ πρὸς τὸν
αβγ κύκλον, πρός τινα περιττεύουσαν, ἐστὶ λόγος ὁ αὐτός. ἐπεζεύχθωσαν αδ. αζ.
λέγω ὅτι τὸ ἁφθὲν σημεῖον τὸ δ, μετὰ τοῦ κέντρου τοῦ αβγ κύκλου, μεταξύ.
ἀπ' αὐτοῦ γὰρ, ἐὰν μὴ ἐπὶ ξηλήθῃ ἡ αζ, ἀχθήσεται τις ἐπὶ τὴν κοίλην
περιφέρειαν, οἷον ἡ αδ, τοῦ αβγ κύκλου. εἰλήφθω τοῦ αβγ κύκλου τὸ κέντρον τὸ ε,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εδ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ ζ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν αζ, τῆς αδ·
ἡ δὲ αδ, τῆς αε· ἴση δὲ
ἡ αε τῇ εβ· ἡ ἄρα
ὅλη ἡ ζε τῆς εβ
μείζων ἐστίν· ἡ δὲ
εβ τῇ εζ ἐστὶν ἴση·
ἡ ἄρα εζ τῆς εβ
μείζων ἐστίν· ὥστε
καὶ τὸ ζ σημεῖον
μεταξύ ἐστι τοῦ
τε δ καὶ τοῦ αβγ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Κύκλου τοῦ αβγ, ἐκτὸς εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ δ· λέγω ὅτι τοῦ δ πρὸς τὸν αβγ κύκλον,
πρός τινα περιττεύουσαν, ἐστὶ λόγος ὁ αὐτός. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αδ. καὶ τετμήσθω
ἡ μὲν αδ δίχα κατὰ τὸ η σημεῖον· ἡ δὲ αβ τριχῇ τετμήσθω, κατὰ τὰ κ. λ σημεῖα· καὶ
ἀπὸ τοῦ η τῷ μὲν κβ ἴση ἀφῃρήσθω ἡ ηθ· τῷ δὲ κλ ἴση ἡ ηζ· καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ζθ· καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ ι· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ιβ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ αλ πρὸς τὴν λκ,
οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζθ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ αλ πρὸς τὴν ηζ, οὕτως ἡ λκ πρὸς τὴν
ζθ· ἀλλ' ἡ μὲν αλ τῇ λκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ηζ ἄρα τῇ ζθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ αη ἄρα
τῇ ηθ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ αη τῇ ηβ· καὶ ἡ ηβ ἄρα τῇ ηθ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ
γωνία ἡ ηβθ γωνίᾳ τῇ ηθβ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ηβι ἄρα τῇ ηθι ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ηι
ἄρα τῇ ηβ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ηβ τῇ ηθ καὶ τῇ ηι ἐστὶν ἴση· ὥστε ὁ ἐπὶ τοῦ βθι
γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τοῦ α σημείου· καὶ ἐπεὶ ἡ ηβ τῇ ηι ἐστὶν ἴση,
ἡ ἄρα ηι τῇ ηα ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ηι τῇ ηβ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ηβ τῇ ηθ καὶ τῇ ηι
ἐστὶν ἴση· ὁ ἄρα ἐπὶ τοῦ βθι γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τοῦ α σημείου·
ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ αλ πρὸς τὴν λκ, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζθ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ αλ
πρὸς τὴν ηζ, οὕτως ἡ λκ πρὸς τὴν ζθ· ἀλλ' ἡ μὲν αλ τῇ λκ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ηζ ἄρα
τῇ ζθ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ αη ἄρα τῇ ηθ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ αη τῇ ηβ· καὶ ἡ ηβ ἄρα
τῇ ηθ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ηβθ γωνίᾳ τῇ ηθβ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ηβι ἄρα
τῇ ηθι ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ηι ἄρα τῇ ηβ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ηβ τῇ ηθ καὶ τῇ ηι ἐστὶν ἴση·
ὥστε ὁ ἐπὶ τοῦ βθι γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τοῦ α σημείου, καὶ
ἐφάψεται τοῦ αβγ κύκλου διὰ τὸ μίαν εἶναι καὶ κοινὴν αὐτοῖς ἁφὴν τὸ β σημεῖον·

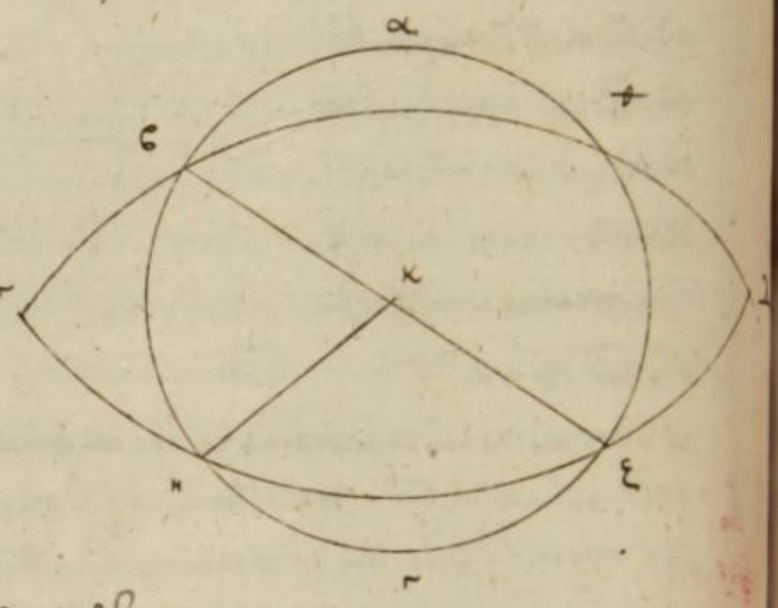


37

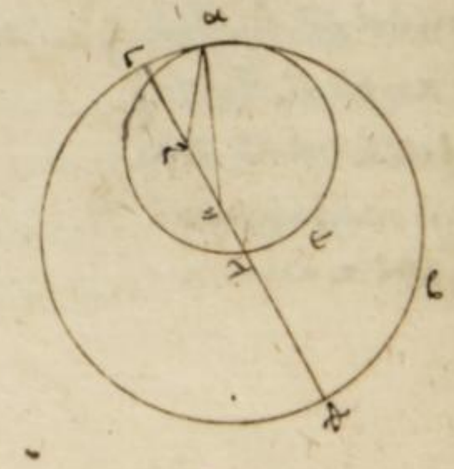
E 1151

κατὰ τὸ ō. τὸ ἡμικύκλιον κεί τοι δεῖ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δείξομεν
ὅτι καὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, κείσθω δὴ τὸ ō. δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων
ἀλλήλους, τῶν ΑΒΓ ΔΕΖ. τὰ αὐτὰ μείζονα ō. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει. κατὰ παράδοσιν σημεῖα ἀδύνατον, ὅπερ
ἔδει δεῖξαι. +ΠΡΟΤΑΣΙΣ +

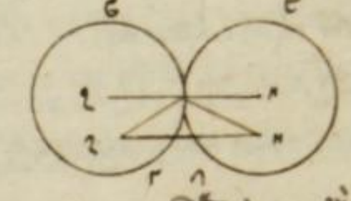
ΣΥΜΒΑΙΝΕΙ δὴ ἐκ τούτου, κύκλον τὸν ΔΕΖ τὴν περιφέρειαν ΔΕ τοῦ ΑΒΓ
κύκλου τὸν ΑΒ ἐφάπτεσθαι κατὰ τὸ Δ. ἐὰν γὰρ μὴ ἐφάπτηται, τεμεῖ
ἄρα αὐτὸν ἢ κατὰ δύο ἢ κατὰ πλείονα σημεῖα. ΤΕΜΝΕΤΩ πρότερον
κατὰ δύο τὰ Η Θ. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, τὸ Κ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΚΒ. ΚΗ. ΚΖ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΔΕΖ, εἴληπταί τι σημεῖον ἐντὸς,
τὸ Κ. καὶ ἀπὸ τοῦ Κ πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον, πρόσπιπτόν εἰσι πλείους
ἢ δύο ἴσαι, αἱ ΚΒ. ΚΖ. ΚΗ.
τὸ ΚΔ ἄρα σημεῖον, κέντρον
ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου. ἔστω δὴ
ἐκ τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον
τὸ Λ. δύο ἄρα κύκλων ἐφαπτομένων
τεμνόντων ἀλλήλους,
τὰ αὐτὰ κέντρον εἶναι τὸ Κ,
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ
ΚΑΡΑ ΚΥΚΛΟΣ ΚΥΚΛΟΝ ΤΕΜΝΕΙ
ΚΑΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΔΥΟ ΟΠΕΡ ΕΔΕΙ ΔΕΙΞΑΙ. +

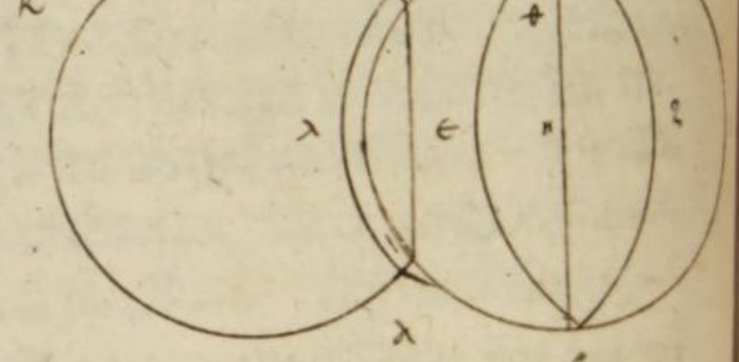


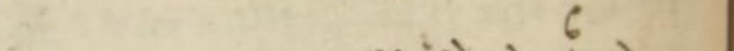
ΑΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΟΙ ΕΦΑΠΤΩΝΤΑΙ ΑΛΛΗΛΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟ, ΕΙΛΗΦΘΩ ΑΥΤΩΝ ΤΑ ΜΕΝ ΚΕ. ΚΑΙ ΤΑ
ΚΕΝΤΡΑ ΑΥΤΩΝ ΕΠΙ ΤΗΣ ΔΙΑΜΕΤΡΟΥ ΕΣΤΩ ΤΗΣ ΑΒΓΔ. ΕΚΒΕΒΛΗΣΘΩ ΠΑΛΙΝ
ΤΩΝ ΚΥΚΛΩΝ. ΔΥΟ ΔΗ ΚΥΚΛΟΙ ΟΙ ΑΕΓ. ΑΖΔ, ΔΙΤΤΑΣ ΘΕΣΕΩΣ ΑΛΛΗΛΩΝ
ΑΥΤΟ, ΜΗ ΤΑ ΑΥΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΝ. ΕΦΑΠΤΕΣΘΩΣΑΝ ΠΡΟΤΕΡΟΝ ΕΝΤΟΣ ΑΛΛΗΛΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟ Α
ΛΕΓΩ ΔΗ ΟΤΙ ΟΥΚ ΕΣΤΙ ΑΠΟ ΤΟΥ Α ΠΡΟΣ ΤΟ Ζ ΕΠΙ ΖΔ ΠΡΟΣΠΙΠΤΟΥΣΑ ΚΒΑΜΟΙΑ
-ΜΗ ΕΠΙ ΤΟ ΑΣΗΜΟΝ ΤΟΥΤΟ ΔΕ ΜΕΙΖΟΝ.
ΛΜΒΑΝΕΤΩ ΓΑΡ ΕΠΙ ΤΟΥΤΟΥ, ΤΙΜΗΣΘΩ ΤΟΥ ΗΖ.
ΕΠΕΖΕΥΧΘΩΣΑΙ ΑΙΑΖ. ΑΓ. ΓΗ
ΩΣΑΙ ΑΙΑΗ ΗΖ. ΤΗΣ ΖΑ. ΤΟΥΤΕΣΤΙ
ΤΗΣ ΖΘ, ΜΕΙΖΩΝ ΕΣΤΙ ΤΟΥ ΗΖ Δ



φμρ΄ιθ΄ασ, ιξ̄. λοιπαὶ ἄρα ιᾱ λοιπῶν τῶν ιθ̄ μείζονές εἰσιν. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ τε ιᾱ ὑπὸ ἄρα. τῶν ιθ̄ μείζων ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ιᾱ ὑπὸ ἄρα. τῶν ιθ̄ μείζων ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ιᾱ ὑπὸ ἄρα. ἑκατέρα ἄρα τῶν ιᾱ ὑπὸ ἄρα τῶν ιθ̄ μείζων ἐστὶν







Γ'

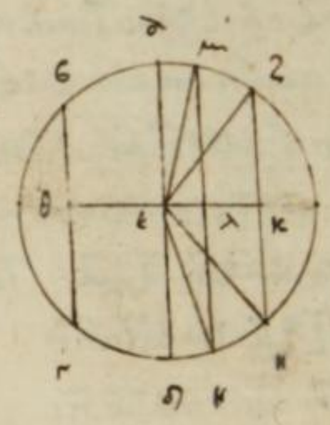
Ἐὰν κύκλου αἱ ἴσαι διάμετροι ἴσον ἀπέχωσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου· καὶ οἷς ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις ἐστίν. ἔστω κύκλου ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἴσαι διάμετροι ἔστωσαν αἱ ΑΒ ΓΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου τὸ Ε· καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὰς ΑΒ ΓΔ, κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΕΖ ΕΗ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ ΕΓ· ἐπεὶ οὖν διάμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ· ἡ δὲ ΑΕ τῶν ΑΖ ΕΖ ἐστὶν ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΖ ΕΖ τῇ ΕΒ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΕΒ, καὶ ἐπὶ τῶν ἴσων ἄρα ἐστὶ τὰ ἥμισεα· ἡ ΑΖ ἄρα

ἀπέχωσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. ἐὰν δὲ ἀπέχωσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις
ἔσονται ὅπερ ἔδει δεῖξαι. +

+ ταὐτὰ δὲ τούτοις
καὶ ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως
ἔσται δεικνύμενα.

Γ

Ἐν κύκλῳ μείζων εὐθεῖα ἐστὶν ἡ διάμετρος. τῶν δὲ ἄλλων εὐθειῶν ἡ ἐγγυτέρω
τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπωτέρω μείζων ἐστίν. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε. ἐγγυτέρω μὲν οὖν τῆς ΑΔ
διαμέτρου ἔστω τῆς ΒΓ, ἀπωτέρω δὲ ἡ ΖΗ. λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ
τῆς ΒΓ, καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ. ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ τὰς ΒΓ, ΖΗ
κάθετοι αἱ ΕΘ, ΕΚ, καὶ διήχθω ἡ ΕΚ ἐπὶ τὸ Λ σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΕΒ, ΕΓ, ΕΖ, ΕΗ. καὶ ἐπεὶ ἐγγυτέρω μέν ἐστιν ἡ ΑΔ διάμετρος τῆς ΒΓ,
ἀπωτέρω δὲ ἡ ΖΗ τῆς ΒΓ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΖΗ. καὶ ἐπεὶ διάμετρός
ἐστιν ἡ ΑΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΔ. ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΕ, ΕΔ τῆς ΕΛ μείζων
ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, ἴση δὲ καὶ ἡ ΕΛ τῇ ΕΛ, δύο δὴ αἱ ΒΕ, ΕΛ
δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΛ ἴσαι εἰσίν, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΕΛ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΕΛ
μείζων ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΒΛ βάσεως τῆς ΓΛ μείζων ἐστίν. διπλῆ ἄρα ἡ ΒΓ
τῆς ΓΛ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΜ τῇ ΜΗ, διπλῆ ἄρα ἡ ΖΗ τῆς ΖΜ
μείζων ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΖΜ τῇ ΓΛ, ἡ δὲ ΖΗ τῇ ΒΓ, καὶ ἡ ΒΓ
ἄρα τῆς ΓΛ διπλῆ ἐστιν. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ. ἐγγυτέρω δὲ ἡ μὲν ΒΓ
τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ΑΔ, ἡ δὲ ΖΗ τῆς ἀπωτέρω· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ
τῆς ΒΓ, καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ. ἐν κύκλῳ ἄρα μείζων εὐθεῖα ἐστὶν ἡ διάμετρος,
τῶν δὲ ἄλλων εὐθειῶν ἡ ἐγγυτέρω τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπωτέρω μείζων
ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. +



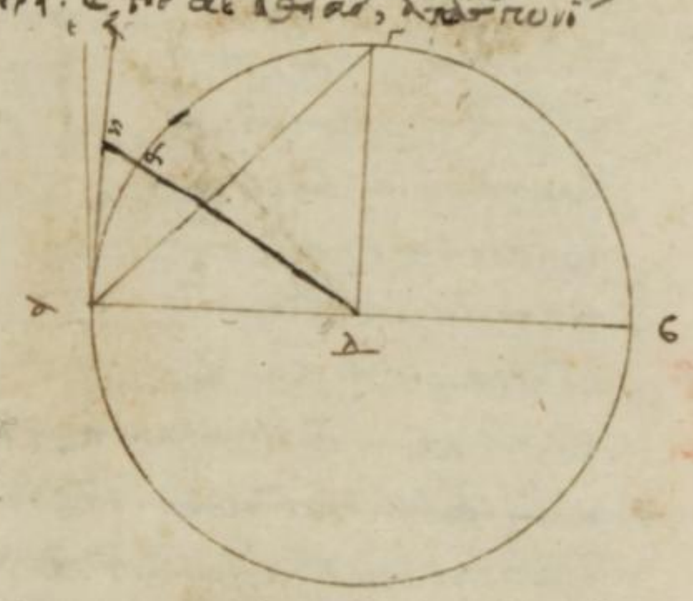
Γ

Τῆς δοθείσης εὐθείας τοῦ κύκλου
πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ

- μέσου ἐστὶ τοῦ κύκλου. ἐὰν ὁ τοῦ μεταξὺ τόπος τοῦ
ἐν τῇ περιφερείᾳ πέρατος, ἀφ' οὗ μεταβαίνει. ἐὰν μὲν οὖν
κλίνουσιν, πλείονι ὀξείᾳ γωνίᾳ περιέχωσι, μείζων ἔσται.
ἡ δὲ ἀπὸ
ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ. τοῦ δὲ ΑΒ. ἐὰν διάμετρος
τὸ Α. τὸ ΑΒ σεῖον ὀρθὰς ἀπὸ

ἐντὸς πίπτῃ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, λέγω ὅτι ἡ ΑΕΓ γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ΖΗΘ γωνίας, ἡ δὲ ΖΗΘ γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ΑΚΓ γωνίας. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΑΕ, ΕΓ ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεῖα· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΘ ἐπὶ τὰ Ν, Ξ. ἐπεὶ οὖν ἐκτὸς τοῦ ΕΖΗ τριγώνου ἐστὶν ἡ ΑΕΓ γωνία, μείζων ἐστὶ τῆς ΖΗΘ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΖΗΘ τῆς ΑΚΓ μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν κύκλου περιφέρειαν δύο εὐθεῖαι κύκλον τέμνουσαι συναντήσωσιν ἀλλήλαις, οὐ δυνήσονται ἴσην περιφέρειαν ἀπολαβεῖν τῇ μεταξὺ περιφερείᾳ τῶν τεμνουσῶν τὴν περιφέρειαν. ἐὰν γὰρ δυνατόν, ἀπειλήφθω ἡ ΑΒΓ περιφέρεια ἴση τῇ ΔΕΖ περιφερείᾳ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΔΖ εὐθεῖαι· καὶ ἐπὶ μὲν τῆς ΑΒΓ περιφερείας εἴληπται τυχὸν σημεῖον τὸ Β, ἐπὶ δὲ τῆς ΔΕΖ τυχὸν τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΔΕ, ΕΖ. ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΔΓ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ αἱ ὑπὸ ΔΕΖ, ΑΔΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΔΓ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ, ΑΔΓ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΔΓ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς περιφερείας δύο εὐθείας ἀπὸ δύο σημείων ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη συναπτούσας, τὰς δὲ μὴ ἀπὸ τῶν αὐτῶν σημείων ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη συναπτούσας, ἴσην περιφέρειαν ἀπολαβεῖν τῇ μεταξὺ περιφερείᾳ τῶν τεμνουσῶν τὴν περιφέρειαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΒ. ΘΕΩΡΗΜΑ.

τῶν ἐν τοῖς αὐτοῖς τμήμασι κύκλων αἱ ἐπὶ τῶν ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ἔστω κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ βεβηκυῖαι γωνίαι ἔστωσαν αἱ πρὸς μὲν τοῖς Α, Δ σημείοις· λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ γωνίᾳ. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖαι· καὶ εἰ μὲν ἴσος ἐστὶν ὁ ΑΒΓ κύκλος τῷ ΔΕΖ κύκλῳ, ἴσα ἐστὶ τμήματα τὰ ΒΑΓ, ΕΔΖ· καὶ ἔστιν ὅλος ὅλῳ ἴσος· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ γωνίᾳ. εἰ δὲ οὐκ ἔστιν ὁ ΑΒΓ κύκλος τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος, ἔστω αὐτῶν μείζων ὁ ΑΒΓ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΒΓ εὐθείας τμῆμα κύκλου ὅμοιον τοῖς ΔΕΖ τμήμασι τὸ ΒΗΓ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΒΓ κύκλος τῷ ΒΗΓ κύκλῳ ὅμοιός ἐστιν, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΗΓ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· ὁ ΒΗΓ ἄρα κύκλος τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος ἐστίν· καὶ ἀπολαμβάνουσιν ἴσας περιφερείας τὰς ΒΓ, ΕΖ· ἐὰν ἄρα κύκλου περιφέρειαν δύο εὐθεῖαι κύκλον τέμνουσαι συναντήσωσιν ἀλλήλαις, οὐ δυνήσονται ἴσην περιφέρειαν ἀπολαβεῖν τῇ μεταξὺ περιφερείᾳ τῶν τεμνουσῶν τὴν περιφέρειαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΓ. ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΓ.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος τέμνῃ τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ διὰ τῶν πόλων γραφομένων κύκλων, τεμεῖ αὐτὸν δίχα ἢ πρὸς ὀρθάς.

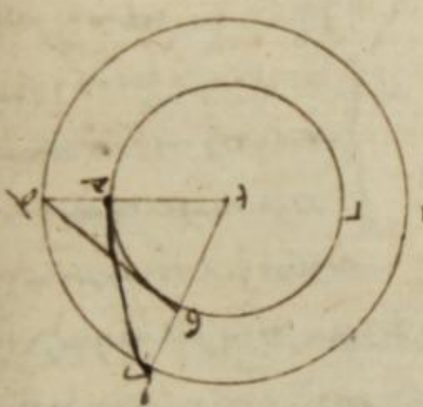
ἔστω σφαῖρα, ἧς κέντρον τὸ Α, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΒΓΔ, καὶ ἄλλος τις κύκλος ὁ ΕΖΗ μὴ διὰ τῶν πόλων γραφόμενος τεμνέτω τὸν ΒΓΔ κατὰ τὰ Ε, Η σημεῖα· λέγω, ὅτι ἡ ΕΗ διάμετρος τοῦ ΕΖΗ κύκλου δίχα τέμνει καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὸν ΒΓΔ κύκλον.

εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Α, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΑΗ· ἡ ΕΗ ἄρα εὐθεῖα ἐν τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ ἐπὶ τὸ ΕΖΗ ἐπίπεδόν ἐστιν ὀρθή, καὶ ἐπὶ πᾶσαν ἄρα τὴν ΕΗ εὐθεῖαν ἐν τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ οὖσαν ὀρθή ἐστιν ἡ ΑΕ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΑΗ ἐπὶ πᾶσαν τὴν ΕΗ εὐθεῖαν ἐν τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ οὖσαν ὀρθή ἐστιν. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΕ ἐπὶ δύο εὐθείας τὰς ΕΗ, ΗΑ ἐν τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν, ἐπίπεδον ἄρα ποιεῖ τὸ ΕΖΗ πρὸς ὀρθάς. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ ΒΓΔ ἐπίπεδον ποιεῖ πρὸς ὀρθὰς τὸ ΕΖΗ. καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδον τὸ ΕΖΗ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΒΓΔ ἐπιπέδῳ, καὶ ἔστιν ἀπὸ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν τμήματος τῆς ΕΗ ἐν μὲν τῷ ΒΓΔ ἐπιπέδῳ ἀνῆκται ἡ ΑΗ πρὸς ὀρθὰς οὖσα τῇ ΕΗ, ἐν δὲ τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ ἡ ΑΕ πρὸς ὀρθὰς οὖσα τῇ ΕΗ, ἡ ΑΕ ἄρα τῷ ΒΓΔ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. ἐὰν δὲ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος τέμνῃ τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ διὰ τῶν πόλων γραφομένων κύκλων, τεμεῖ αὐτὸν δίχα ἢ πρὸς ὀρθάς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΔ. ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΔ.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος τέμνῃ τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ διὰ τῶν πόλων γραφομένων κύκλων δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς, ἡ τεμνομένη διάμετρος τοῦ τεμνομένου κύκλου πόλος ἔσται τοῦ τεμνομένου κύκλου, καὶ ἡ ἐκ τοῦ τομῆς ἐπὶ τὸν τεμνόμενον κύκλον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἔσται τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, ἧς κέντρον τὸ Α, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΒΓΔ, καὶ ἄλλος τις κύκλος ὁ ΕΖΗ μὴ διὰ τῶν πόλων γραφόμενος τεμνέτω τὸν ΒΓΔ κατὰ τὰ Ε, Η σημεῖα, καὶ τεμνέτω δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΗ διάμετρος τὸν ΕΖΗ κύκλον· λέγω, ὅτι ἡ ΕΗ διάμετρος τοῦ ΕΖΗ κύκλου πόλος ἐστὶ τοῦ ΒΓΔ κύκλου, καὶ ἡ ἐκ τοῦ τομῆς ἐπὶ τὸν ΕΖΗ κύκλον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἔσται τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.



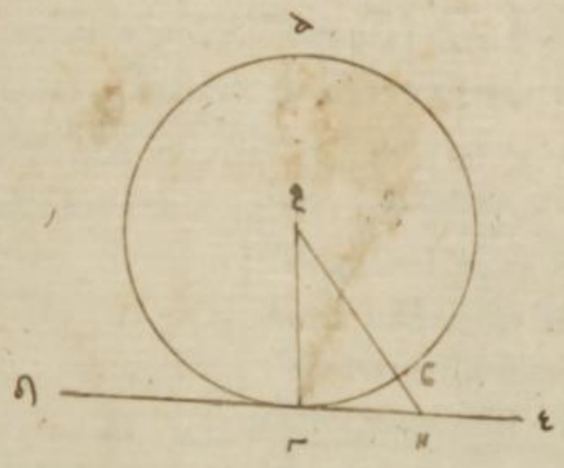
εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Α, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΑΗ· ἡ ΕΗ ἄρα εὐθεῖα ἐν τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ ἐπὶ τὸ ΕΖΗ ἐπίπεδόν ἐστιν ὀρθή, καὶ ἐπὶ πᾶσαν ἄρα τὴν ΕΗ εὐθεῖαν ἐν τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ οὖσαν ὀρθή ἐστιν ἡ ΑΕ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΑΗ ἐπὶ πᾶσαν τὴν ΕΗ εὐθεῖαν ἐν τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ οὖσαν ὀρθή ἐστιν. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΕ ἐπὶ δύο εὐθείας τὰς ΕΗ, ΗΑ ἐν τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν, ἐπίπεδον ἄρα ποιεῖ τὸ ΕΖΗ πρὸς ὀρθάς. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ ΒΓΔ ἐπίπεδον ποιεῖ πρὸς ὀρθὰς τὸ ΕΖΗ. καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδον τὸ ΕΖΗ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΒΓΔ ἐπιπέδῳ, καὶ ἔστιν ἀπὸ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν τμήματος τῆς ΕΗ ἐν μὲν τῷ ΒΓΔ ἐπιπέδῳ ἀνῆκται ἡ ΑΗ πρὸς ὀρθὰς οὖσα τῇ ΕΗ, ἐν δὲ τῷ ΕΖΗ ἐπιπέδῳ ἡ ΑΕ πρὸς ὀρθὰς οὖσα τῇ ΕΗ, ἡ ΑΕ ἄρα τῷ ΒΓΔ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. ἐὰν δὲ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος τέμνῃ τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ διὰ τῶν πόλων γραφομένων κύκλων, τεμεῖ αὐτὸν δίχα ἢ πρὸς ὀρθάς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΔ. ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΔ.

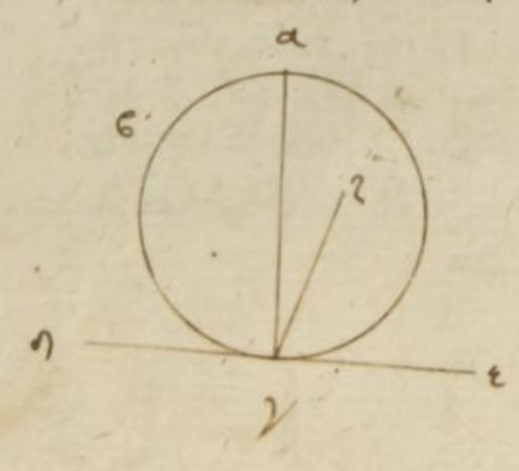
Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος τέμνῃ τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ διὰ τῶν πόλων γραφομένων κύκλων δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς, ἡ τεμνομένη διάμετρος τοῦ τεμνομένου κύκλου πόλος ἔσται τοῦ τεμνομένου κύκλου, καὶ ἡ ἐκ τοῦ τομῆς ἐπὶ τὸν τεμνόμενον κύκλον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἔσται τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, ἧς κέντρον τὸ Α, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΒΓΔ, καὶ ἄλλος τις κύκλος ὁ ΕΖΗ μὴ διὰ τῶν πόλων γραφόμενος τεμνέτω τὸν ΒΓΔ κατὰ τὰ Ε, Η σημεῖα, καὶ τεμνέτω δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΗ διάμετρος τὸν ΕΖΗ κύκλον· λέγω, ὅτι ἡ ΕΗ διάμετρος τοῦ ΕΖΗ κύκλου πόλος ἐστὶ τοῦ ΒΓΔ κύκλου, καὶ ἡ ἐκ τοῦ τομῆς ἐπὶ τὸν ΕΖΗ κύκλον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἔσται τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

καὶ ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ ΑΔ ἐμπέπτωκε εἰς παραλλήλους τὰς ΔΕ, ΒΓ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΔΕ, ΔΒΓ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΔΕ ἐστιν ἴση· ἡμικύκλιον γάρ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΔΕ, ΔΒΓ ὀρθή ἐστιν. ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἐστιν. ἡ ΔΕ ἄρα τῇ ΔΒ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. μείζων δὲ ἐστὶν ἡ ΔΕ τῆς ΔΒ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ΔΓ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΔΓ τῆς ΔΒ· ἴση δὲ ἡ ΔΓ τῇ ΔΖ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΔΖ τῆς ΔΒ, ἐλάττων τῆς μείζονος, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ΔΗ κάθετος ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΑΓ, ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΔΖ· ἡ ΔΖ ἄρα κάθετος ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΑΓ.



Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ, ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΑ· λέγω ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΓ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευγνύουσιν αἱ ΓΖ, ἡ ΓΖ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΓΕ γωνία ὀρθή ἐστιν. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ὀρθή· ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΖΓΕ, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι πλὴν τὸ ἐπὶ τῆς ΑΓ· τὸ ἄρα κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπὶ τῆς ΑΓ ἐστίν.



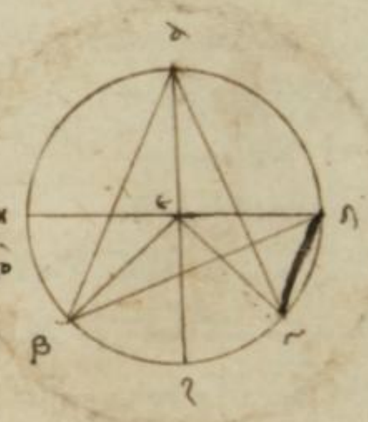
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΑ· λέγω ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΓ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευγνύουσιν αἱ ΓΖ, ἡ ΓΖ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΓΕ γωνία ὀρθή ἐστιν. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ὀρθή· ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΖΓΕ, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι πλὴν τὸ ἐπὶ τῆς ΑΓ· τὸ ἄρα κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπὶ τῆς ΑΓ ἐστίν.

τοῦ φ ἀπὸ μὴ πρὸς τὸ θ ὃν ποιεῖ λόγον πρὸς ὃν ἡ ε πρὸς τὸν ἀφαιρούμενον τὸ
κέντρον τοῦ κύκλου ὃ περιέλειπτο ἴσος ἄρα ἐστίν:

Ἐν κύκλῳ αἱ πρὸς τῶν κέντρῳ γωνίαι τοῖς αὐτοῖς τόξοις τοῖς πρὸς τῇ περιφερείᾳ
περιεχόμεναι βάσιν ἔχουσιν καὶ γωνίαι.

κ̄

αὐτῷ γωνίαι ἔστω ἡ ὑπὸ βεγ. πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ ἡ ὑπὸ βαγ. ἐχέτω
τωσανὶ δὲ τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν τὴν βγ. λέγω ὅτι διπλασίων
ἐστὶν ἡ ὑπὸ βεγ γωνία τῆς ὑπὸ βαγ. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ αε διήχθω τε
ἐπὶ τὸ ζ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ εα, τῇ εβ. ἴση ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ εαβ, τῇ ὑπὸ εβα.
αἱ ἄρα ὑπὸ εαβ. εβα γωνίαι τῆς ὑπὸ εαβ διπλάσιαί εἰσιν. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ
βεζ τῇ ὑπὸ εαβ. εβα. ἐκ δὲ ἡ ὑπὸ βεζ, τῆς ὑπὸ εαβ. διπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ζεγ, τῆς ὑπὸ εαγ, ἐστὶ διπλῆ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ βεγ,
ὅλης τῆς ὑπὸ βαγ ἐστὶ διπλῆ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστὶν ἡ
ὑπὸ βεγ τῆς ὑπὸ βαγ. καὶ ἐπὶ ἐλάσσονι
ἐστὶ περιφερείᾳ ἡ βγ, ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ βεγ γωνία τῆς
ὑπὸ εαγ. ὡσαύτως δὴ καὶ ἐὰν ἡ ὑπὸ βεγ γωνία ἀμβλεῖα ᾖ, καὶ ἡ βγ περιφέρεια
ἐλάσσων ἔσται ἡμικυκλίου, καὶ ἡ ὑπὸ βεγ γωνία ἐλάσσων ἔσται τῆς ὑπὸ εαγ
ἡμιορθίου. ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ αἱ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίαι τοῖς αὐτοῖς τόξοις τοῖς πρὸς τῇ
περιφερείᾳ περιεχόμεναι βάσιν ἔχουσιν καὶ γωνίαι: ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

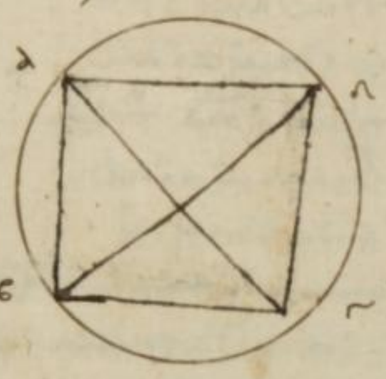


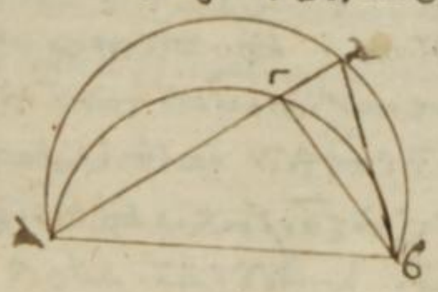
κα

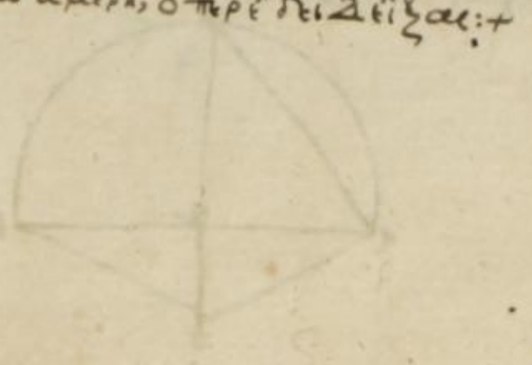
Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῆς περιφερείας γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἔστω κύκλος
ὁ αβγδ. καὶ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῶν βαδγ ἔστωσαν γωνίαι αἱ πρὸς τῷ α. δ. λέγω ὅτι
αἱ ὑπὸ βαγ. βδγ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ ε.
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βε. γε. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ βεγ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ
βαγ πρὸς τῇ περιφερείᾳ, βάσιν δὲ ἔχουσιν τὴν αὐτὴν τὴν βγ. λέγω δὴ ὅτι διπλασίων
ἐστὶν ἡ ὑπὸ βεγ γωνία τῆς ὑπὸ βαγ. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ αε διήχθω τε ἐπὶ τὸ ζ. ἐπεὶ οὖν
διπλῆ ἐστὶν ἡ ὑπὸ βεζ γωνία τῆς ὑπὸ βαζ. ἴση γάρ ἐστὶν ἡ εα τῇ εβ. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ
ζεγ ἐκτός ἐστὶ τοῦ ἰσοσκελοῦς τοῦ εαβ, καὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ὑπὸ εαβ. εβα γωνίαι τῆς
ὑπὸ εαβ διπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζεγ τῆς ὑπὸ εαγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ζεβ τῆς
ὑπὸ εαβ ἐστὶ διπλῆ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ βεγ τῆς ὑπὸ βαγ ἐστὶ διπλῆ. πάλιν δὴ ἐπεὶ
διπλῆ ἐστὶν ἡ ὑπὸ βεγ τῆς ὑπὸ βαγ. καὶ ἐπὶ ἐλάσσονι ἐστὶ περιφερείᾳ ἡ βγ, ἐλάσσων
ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ βεγ γωνία τῆς ὑπὸ εαγ. ὡσαύτως δὴ καὶ ἐὰν ἡ ὑπὸ βεγ γωνία ἀμβλεῖα ᾖ,
καὶ ἡ βγ περιφέρεια ἐλάσσων ἔσται ἡμικυκλίου, καὶ ἡ ὑπὸ βεγ γωνία ἐλάσσων ἔσται τῆς
ὑπὸ εαγ ἡμιορθίου. ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ αἱ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίαι τοῖς αὐτοῖς τόξοις τοῖς πρὸς τῇ
περιφερείᾳ περιεχόμεναι βάσιν ἔχουσιν καὶ γωνίαι. αἱ ἄρα ὑπὸ βαγ. βδγ γωνίαι ἴσαι
ἀλλήλαις εἰσίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ἐπὶ πλατύτερον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΔΖ τρίγωνον τῷ ΓΔΖ. ἡ ἄρα ὅλη χορδὴ αἰ ΑΖ τὴν μετὰ τῆς ΖΓ περιφέρειαν ἴσον δύναται τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΖ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τῶν ὑπὸ τὸ αὐτὸ μῆκος πεπλατυσμένων αἱ διπλασίονα τῶν ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, δύο δὲ ἀνίσων ὄντων, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος. καὶ ἐν αὐτῷ πεπλατυσμένῳ ἐλάσσονι ἢ ἡμικύκλιον. λέγω δὴ ὅτι αἱ διπλασίονα τῆς περιφερείας δύνανται τοῦ ἐλάσσονος ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΓΒ. ἐπεὶ οὖν πάλιν τὸ τμῆμα μεῖζόν ἐστιν ἢ ἡμικύκλιον, αἱ τῆς περιφερείας δύνανται ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ ΓΒ. ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ ΔΓ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΑ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΓ ἴση ἐστὶ ταῖς ΑΔ ΔΒ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ καὶ δὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ἴσον ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ καὶ τετράκις τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ· τετράκις δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΖ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΓ· τοῦτο δὲ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΖ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΖ καὶ δὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΖ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΖ καὶ δὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΖ· τοῦτο δὲ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΖ ΖΔ καὶ δὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΖ ΖΔ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ· τοῦτο δὲ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ καὶ τρὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ καὶ τρὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ· τοῦτο δὲ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ καὶ δὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ καὶ δὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ· τοῦτο δὲ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ καὶ τρὶς τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ ΔΒ. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΓΒ τμῆμα, τὸ ΑΔΒ τμῆμα τῷ ΖΔΒ τμήματι. ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν δυνάμενα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΓΒ τμῆμα τῷ ΖΔΒ τμήματι. ἀλλὰ τὸ ΖΔΒ τμῆμα τοῦ ΑΔΒ τμήματος ἐλάσσονα ποιεῖ· ἐλάσσονος ἄρα κύκλου ἐστὶ τὸ ΑΔΒ τμῆμα. ἐπεὶ οὖν ὅμοιον ἐστὶ τὸ ΑΓΒ τμῆμα τῷ ΑΔΒ τμήματι, καὶ ἐστὶ τὸ ΑΓΒ τμῆμα ἐλάσσονος κύκλου ἢ ἡμικύκλιον, καὶ τὸ ΑΔΒ τμῆμα ἐλάσσονος κύκλου ἢ ἡμικύκλιον. ἐστὶ δὲ τὸ ΑΔΒ τμῆμα ἐν αὐτῷ πεπλατυσμένῳ ἐλάσσονι ἢ ἡμικύκλιον, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

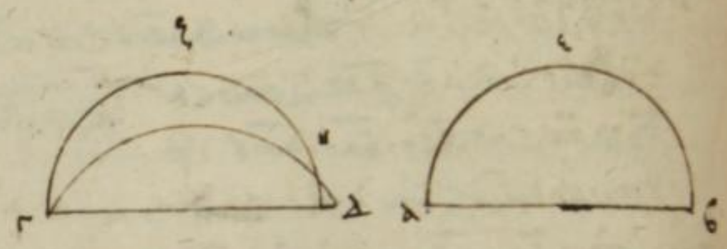






ιλ

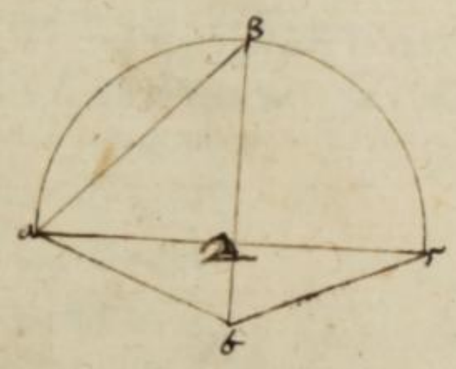
Τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὅμοια τμήματα τῶν κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἐστω ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν αβ γδ τμήματα ὅμοια τὰ αεβ γζδ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αεβ τμῆμα τῷ γζδ τμήματι. ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ αεβ τμήματος ἐπὶ τὸ γζδ καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν α σημείου ἐπὶ τὸ γ, ἐπὶ τὸ δ δὲ τὸ β, ἐφαρμόσει καὶ τὸ αεβ τμῆμα τῷ γζδ· εἰ γὰρ μὴ ἐφαρμόσει τὸ αεβ τμῆμα τῷ γζδ, ἤτοι ἐντὸς πεσεῖται ἢ ἐκτὸς ἢ καὶ παραλλάξει, ὡς τὸ γηδ, καὶ κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένου τοῦ αεβ τμήματος ἐπὶ τὸ γζδ οὐκ ἐφαρμόσει καὶ τὸ αεβ τμῆμα τῷ γζδ τμήματι· ἴσον ἄρα αὐτό. τὰ ἄρα ἐπὶ ἴσων βάσεων ὅμοια τμήματα τῶν κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

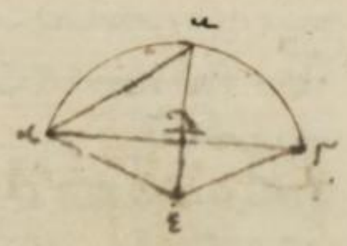


κε

Κύκλου τμήματος δοθέντος, περιγράψαι τὸν κύκλον, οὗ ἐστὶ τμῆμα κύκλου τὸ δοθέν τμῆμα κύκλου, τὸ αβγ. δεῖ δὴ τοῦ αβγ τμήματος, τοῦ ὄντος ἐλάσσονος ἡμικυκλίου, περιγράψαι τὸν κύκλον. τετμήσθω γὰρ ἡ αγ δίχα κατὰ τὸ δ, καὶ ἀπὸ τοῦ δ σημείου τῇ αγ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ δβ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ αβ ἔστω ἴση ἢ ἐλάσσων τῆς ὑπὸ αβγ γωνίας· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ αβγ ἴση ἢ ἐλάσσων ὀρθῆς. συνεστάτω πρὸς τῇ βα εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ β τῇ ὑπὸ αβγ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ αβε· ἐκβεβλήσθω δὲ ἡ δβ ἐπὶ τὸ ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εγ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ αβε γωνία τῇ ὑπὸ αβγ, ἡ δὲ ὑπὸ αβγ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ὀρθή, ἡ ὑπὸ αβε ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ὀρθή. καὶ εἰσὶν αἱ ὑπὸ αβε, αδβ γωνίαι ἴσαι ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ· καὶ ἡ βδ ἄρα τῇ δα ἴση ἐστίν. κοινὴ δὲ ἡ δγ. δύο δὴ αἱ αδ δγ δυσὶ ταῖς βδ δγ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αδγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βδγ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ αγ βάσει τῇ βγ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ δβ, κοινὴ δὲ ἡ δγ,

κύκλου χρα τμήματος τοῦ θεὶ τοῦ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστί. τὸ ΑΒ ἄρα τμῆμα ὅμοιον ἐστὶ τῷ ΔΕΖ τμήματι. καὶ ἐτύγχανε τὸ ΑΒ τμῆμα τοῦ θεὶ τοῦ κύκλου τοῦ ΑΒΓ· καὶ τὸ ΔΕΖ ἄρα τμῆμα τοῦ θεὶ τοῦ κύκλου τοῦ ΔΕΖ ἐστίν. ὁμοίως δὴ καὶ ἐὰν ἐπὶ τῶν ἴσων εὐθειῶν τὰς ΑΒ, ΔΕ τὰ ὅμοια τμήματα δέξωμεν, ἴσα ἀλλήλοις ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



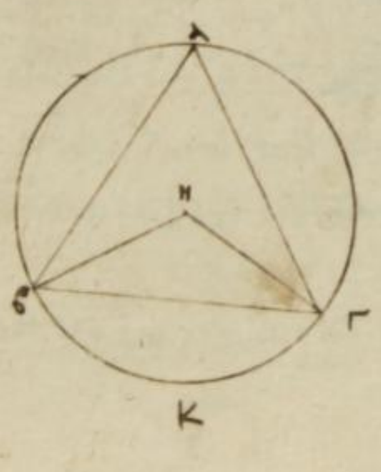


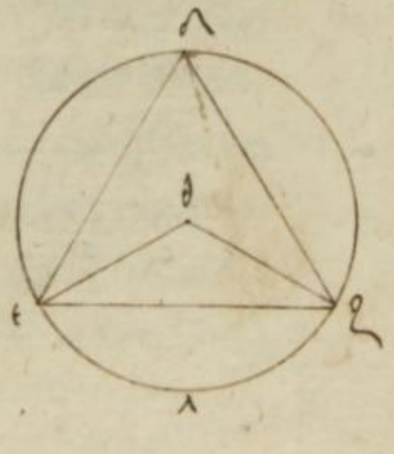
Ἐὰν κύκλου τμήματος τοῦ θεὶ τοῦ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον ἐστί. τὸ ΑΒ ἄρα τμῆμα ὅμοιον ἐστὶ τῷ ΔΕΖ τμήματι. καὶ ἐτύγχανε τὸ ΑΒ τμῆμα τοῦ θεὶ τοῦ κύκλου τοῦ ΑΒΓ· καὶ τὸ ΔΕΖ ἄρα τμῆμα τοῦ θεὶ τοῦ κύκλου τοῦ ΔΕΖ ἐστίν. ὁμοίως δὴ καὶ ἐὰν ἐπὶ τῶν ἴσων εὐθειῶν τὰς ΑΒ, ΔΕ τὰ ὅμοια τμήματα δέξωμεν, ἴσα ἀλλήλοις ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛ΄.

Τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι περιφέρειαι ἴσας γωνίας περιέχουσι, πρὸς τοῖς κέντροις ἢ πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι περιφέρειαι ἔστωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ, πρὸς μὲν τοῖς κέντροις τοῖς Η, Θ γωνίας περιέχουσαι τὰς ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις τὰς ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΒΗΓ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΗΘ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Η τῇ ὑπὸ ΕΘΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΗΚ· αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΚ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ. ἀλλὰ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΒΚ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ· ἴση ἄρα. ὥστε καὶ ἡ πρὸς τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ ἐστὶν ἴση· ὁμοιογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι. καὶ ἐστὶν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσας εὐθείας καὶ ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΒΑΓ, ΕΔΖ τμημάτων τοῦ ἑαυτοῦ κύκλου τοῦ ΑΒΓ, ΔΕΖ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι. ἀλλὰ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἐστὶν ἴσος· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση.





Ἀλλὰ δὴ αἱ ἴσαι περιφέρειαι ἔστωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ, πρὸς μὲν τοῖς κέντροις τοῖς Η, Θ γωνίας περιέχουσαι τὰς ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις τὰς ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω πάλιν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΒΗΓ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΗΘ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Η τῇ ὑπὸ ΕΘΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΗΚ· αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΚ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ. ἀλλὰ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΒΚ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ· ἴση ἄρα. ὥστε καὶ ἡ πρὸς τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ ἐστὶν ἴση· ὁμοιογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι. καὶ ἐστὶν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσας εὐθείας καὶ ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΒΑΓ, ΕΔΖ τμημάτων τοῦ ἑαυτοῦ κύκλου τοῦ ΑΒΓ, ΔΕΖ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι. ἀλλὰ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἐστὶν ἴσος· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση.

ἐπὶ ἴσου κύκλου τῶν ΓΓ. ΕΖ. τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων κύκλων ὁμοίων τμήματα πρὸς ἄλληλά ἐστιν. ἴσον ἄρα τὸ ΓΑΓ τμῆμα τῷ ΕΗΖ. καὶ ὅλος ὅλῳ ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος. λοιπὰ ἄρα ἡ ΓΓ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ κύκλος τῷ ΔΕΖ κύκλῳ. ἐπὶ δὲ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν. ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΚΖ

ΚΗ

ΚΘ

ΛΑ

ΛΒ

ΛΓ

ΛΔ

ΛΕ

ΛΖ

ΛΗ

ΛΘ

ΜΑ

ΜΒ

ΜΓ

ΜΔ

ΜΕ

ΜΖ

ΜΗ

ΜΘ

ΝΑ

ΝΒ

ΝΓ

ΝΔ

ΝΕ

ΝΖ

ΝΗ

ΝΘ

ΞΑ

ΞΒ

ΞΓ

ΞΔ

ΞΕ

ΞΖ

ΞΗ

ΞΘ

ΟΑ

ΟΒ

ΟΓ

ΟΔ

ΟΕ

ΟΖ

ΟΗ

ΟΘ

ΠΑ

ΠΒ

ΠΓ

ΠΔ

ΠΕ

ΠΖ

ΠΗ

ΠΘ

ΡΑ

ΡΒ

ΡΓ

ΡΔ

ΡΕ

ΡΖ

ΡΗ

ΡΘ

ΣΑ

ΣΒ

ΣΓ

ΣΔ

ΣΕ

ΣΖ

ΣΗ

ΣΘ

ΤΑ

ΤΒ

ΤΓ

ΤΔ

ΤΕ

ΤΖ

ΤΗ

ΤΘ

ΥΑ

ΥΒ

ΥΓ

ΥΔ

ΥΕ

ΥΖ

ΥΗ

ΥΘ

ΦΑ

ΦΒ

ΦΓ

ΦΔ

ΦΕ

ΦΖ

ΦΗ

ΦΘ

ΧΑ

ΧΒ

ΧΓ

ΧΔ

ΧΕ

ΧΖ

ΧΗ

ΧΘ

ΨΑ

ΨΒ

ΨΓ

ΨΔ

ΨΕ

ΨΖ

ΨΗ

ΨΘ

ΩΑ

ΩΒ

ΩΓ

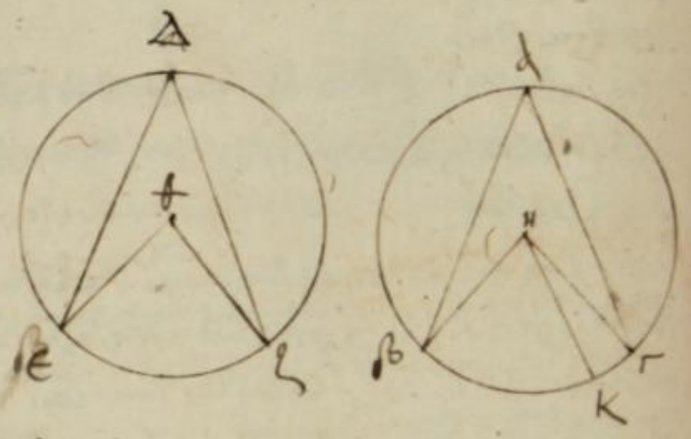
ΩΔ

ΩΕ

ΩΖ

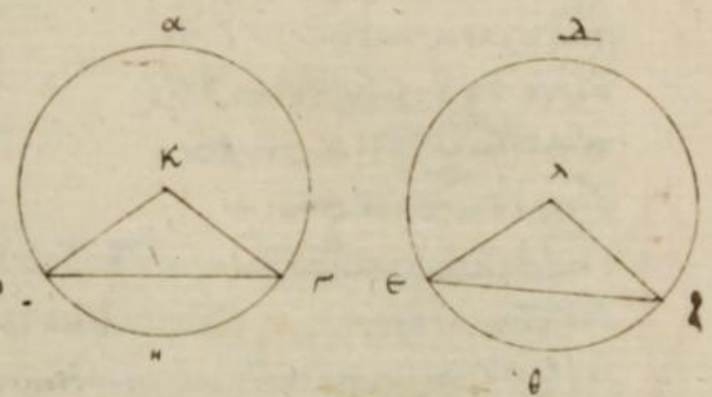
ΩΗ

ΩΘ



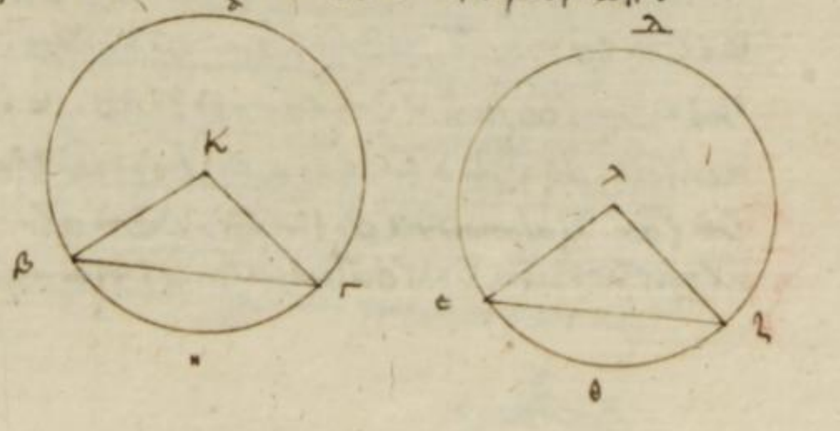
ἐπὶ ἴσων ἄρα περιφερειῶν βεβήκασιν αἱ ΓΓ. ΕΖ. ὅταν δὲ αἱ ΓΓ. ΕΖ περιφέρειαι ἡμικύκλια ὦσιν, ἢ μείζονα ἢ ἐλάσσονα ἡμικυκλίων, ἐπὶ ἴσων ἐστὶ περιφερειῶν ἡ ΓΓ τῇ ΕΖ. ἐπὶ ἴσων ἄρα βεβήκασιν. ἐὰν δὲ ἡ ΓΓ περιφέρεια μείζων ἡμικυκλίου ᾖ, ἡ δὲ ΕΖ ἐλάσσων, ἐπὶ ἀνίσων περιφερειῶν βεβήκασιν. ἀνισάκις ἄρα ἡ ΓΓ περιφέρεια τῆς ΕΖ περιφερείας ἐστὶν ἐπὶ ἀνίσων ἄρα βεβήκασιν. ἐὰν δὲ ἡ ΓΓ περιφέρεια ἐλάσσων ἡμικυκλίου ᾖ, ἡ δὲ ΕΖ μείζ

μείζονα τῶν μείζονι· τὰ δὲ ἐλάσσονα τῶν ἐλάσσονι. ἐν κύκλῳ δὲ ἴσοι κύκλοι οἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκότες· καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκότες γωνίαι, πρὸς τῷ κέντρῳ τε καὶ πρὸς τῇ περιφερείᾳ· τὰ δὲ αὐτὰ καὶ τομεῖς ἴσοι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκότες, μείζονα δὲ τὰ ἐπὶ μείζονος περιφερείας. ἴσαι δὲ εἰσὶν ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι αἱ πρὸς τῷ κέντρῳ, ἐπὶ ἐλασσόνων δὲ αἱ ἐλάσσονες, ἐπὶ μειζόνων δὲ αἱ μείζονες. καὶ ἐν ἴσοις ἄρα χρόνοις ἴσας περιφερείας γράφει, ἐν ἐλάττοσι δὲ χρόνοις τὰς ἐλάττονας, ἐν πλείοσι δὲ τὰς μείζονας.



Ἐὰν ἐν κύκλῳ ἴσαι γωνίαι ὦσι πρὸς τῷ κέντρῳ, ἴσαι ἔσονται καὶ αἱ ἐπὶ τῶν περιφερειῶν βεβηκυῖαι πρὸς τῇ περιφερείᾳ γωνίαι· καὶ ἐὰν αἱ πρὸς τῇ περιφερείᾳ ἴσαι ὦσιν, ἴσαι ἔσονται καὶ αἱ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίαι.

Ἐν γὰρ κύκλῳ τῷ ΑΒΓ ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν πρὸς τῷ κέντρῳ αἱ ὑπὸ ΒΚΓ, ΕΛΖ· λέγω, ὅτι ἴσαι ἔσονται καὶ αἱ πρὸς τῇ περιφερείᾳ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ.



Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΗ, ΗΓ, ΕΘ, ΘΖ. Καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ ΒΚ κύκλος τῷ ΕΛ κύκλῳ, ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΚ, ΚΓ δυσὶ ταῖς ΕΛ, ΛΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΒΚΓ τμῆμα τῷ ΕΛΖ τμήματι ἴσον ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐν ἴσοις κύκλοις ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις τυγχάνωσιν· ἐπὶ ἴσων ἄρα περιφερειῶν βεβήκασιν αἱ ΒΗΓ, ΕΘΖ. Καὶ ἐπεὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος ἐστίν, καὶ ἀπολαμβάνονται γωνίαι αἱ πρὸς τῷ Α καὶ Δ, ἡ μὲν πρὸς τῷ Α τμῆμα τὸ ΒΑΓ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Δ τμῆμα τὸ ΕΔΖ, τὸ ΒΑΓ ἄρα τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι ἴσον ἐστίν. ἀφῃρέθω τὸ ΒΗΓ τμῆμα τῷ ΕΘΖ τμήματι ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι ἴσον ἐστίν. ἐν ἴσοις ἄρα κύκλοις ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις τυγχάνωσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

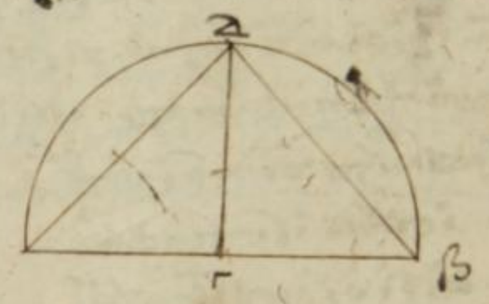
Ἐν δὲ ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ ἴσαι περιφέρειαι ἔστωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ, καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις τοῖς Η, Θ βεβηκέτωσαν γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΚ, ΚΓ, ΕΛ, ΛΖ. Καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ ΒΚ κύκλος τῷ ΕΛ κύκλῳ, ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΚ, ΚΓ δυσὶ ταῖς ΕΛ, ΛΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΚΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΛΖ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΚΓ, διπλῆ γάρ ἐστιν αὐτῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΖ τῆς ὑπὸ ΕΛΖ, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ. Καὶ ἐπεὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος ἐστίν, καὶ ἀπολαμβάνονται γωνίαι αἱ πρὸς τοῖς Α, Δ, ἡ μὲν πρὸς τῷ Α τμῆμα τὸ ΒΑΓ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Δ τμῆμα τὸ ΕΔΖ· τὸ ΒΑΓ ἄρα τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι ἴσον ἐστίν. ἀφῃρέθω τὸ ΒΗΓ τμῆμα τῷ ΕΘΖ τμήματι ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι ἴσον ἐστίν. ἐν ἴσοις ἄρα κύκλοις ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις τυγχάνωσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

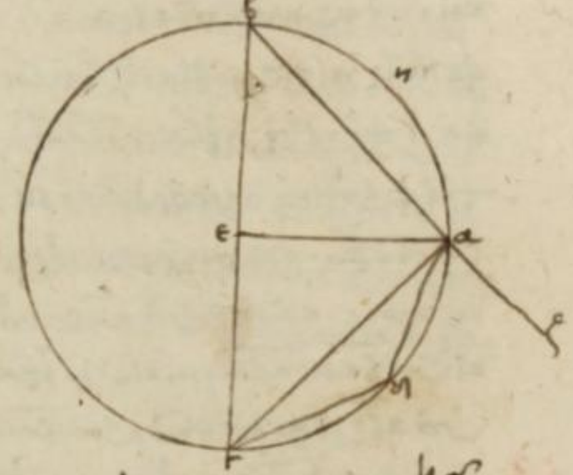
λ̄ε̄

Ἡ τοῦ δοθέντος περιφέρειαν δίχα τεμεῖν. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος περιφέρεια ἡ ΑΒΓ. δεῖ δὴ τῶν ΑΒΓ περιφέρειαν δίχα τεμεῖν. ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ. καὶ τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Δ. καὶ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΕ καὶ ἐπεζεύχθω αἱ ΑΕ. ΕΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΔΕ· δύο δὴ αἱ ΑΔ. ΔΕ. ταῖς ΓΔ. ΔΕ ἴσαι εἰσὶν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΕ βάσει τῇ ΕΓ ἴση ἐστίν· αἱ ἴσας ἄρα περιφέρειας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι. ἡ δὲ ΑΕ τῇ ΕΓ ἐστιν ἴση· ἡ ἄρα τῶν ΑΒ περιφέρεια τῇ τῶν ΒΓ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση· ἡ ΑΒΓ ἄρα περιφέρεια δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Β σημεῖον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



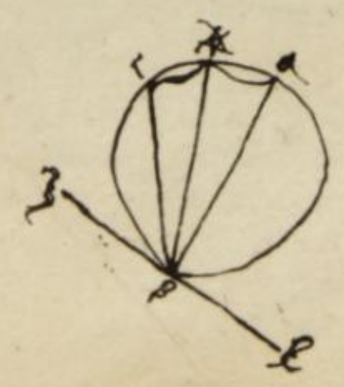
Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν· ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς· καὶ ἡ ἐν τῷ ἐλάττονι τμήματι μείζων ὀρθῆς ἐστιν· καὶ ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἐλάττων ὀρθῆς ἐστιν. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΓ· κέντρον δὲ τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΑ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ. ΑΔ. ΔΓ· λέγω ὅτι ἡμικυκλίου μὲν τοῦ ΒΑΓ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν· ἡ δὲ ἐν τῷ ΑΒΔ τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ ἐν τῷ ΑΔΓ τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΖ ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΔΕ· καὶ διήχθω ἡ ΑΕ ἐπὶ τὸ Η· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΑ· ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΑΒ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΓΕ τῇ ΕΔ· ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΓΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΓ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ ΕΒΑ. ΕΓΔ· ἀλλὰ ταῖς μὲν ὑπὸ ΕΒΑ. ΕΓΔ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· καὶ γὰρ ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· ταῖς δὲ ὑπὸ ΕΓΔ. ΒΑΔ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΑΗ· καὶ γὰρ ἐκτὸς τοῦ ΑΔΓ τριγώνου· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ ΒΑΔ. ΔΑΗ· ἀλλὰ ταῖς ὑπὸ ΒΑΔ. ΔΑΗ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΒΑΗ· καὶ εἰσὶν ἐφεξῆς· ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία· ἡμικυκλίου ἄρα τοῦ ΒΑΓ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν· καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΒΔ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τε τῆς ΒΑΔ εὐθείας καὶ τῆς ΒΔ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἡμικυκλίου τοῦ ΒΑΓ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ὀρθῆς· ἡ δὲ ὑπὸ ΔΑΖ ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΔΓ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τε τῆς ΑΔ εὐθείας καὶ τῆς ΔΓ περιφερείας ἐλάττων ἐστὶν ἡμικυκλίου τοῦ ΒΑΓ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΖ ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

τὴ ΑΓΔ· τοῦτ' ἔστι τῶν ἴσων περιφερειῶν, αἱ ἁπλαῖ τῇ αὐτῇ γωνίᾳ ἴσαι εἰσὶν ὀρθαὶ ἢ ἐλάττονες ἢ μείζονες ὀρθῶν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ. ΑΔΓ γωνίαι, ἴσαι εἰσὶν ὀρθαῖς ἢ ἐλάττονες ἢ μείζονες ὀρθῶν· ἐὰν μὲν οὖν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, ἐλάττων ᾖ ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΓ ἐλάττων ἔσται ὀρθῆς· καὶ ἐὰν μὲν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ᾖ ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΓ μείζων ἔσται ὀρθῆς· ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἴση ᾖ ὀρθῆ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΓ ἴση ἔσται ὀρθῇ· ὥστε ἐὰν ἐν τμήματι κύκλου ἡ γωνία ᾖ ὀρθῆς ἢ ἐλάττων ὀρθῆς ἢ μείζων ὀρθῆς· ἡ περιέχουσα τὸ τμῆμα γωνία ὀρθὴ ἐστὶν ἢ ἐλάττων ὀρθῆς ἢ μείζων ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία μείζων ὀρθῆς ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας· ἡ δὲ τοῦ μείζονος τμήματος γωνία ἐλάττων ὀρθῆς ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας· ἐπεὶ τῶν ἴσων περιφερειῶν τῶν ΑΕΒ. ΑΖΒ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΖΒ· ἐὰν ἄρα κύκλου τμῆμα τὸ ΑΕΒ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας ἀναγραφὲν ἐφάπτηται τῆς ΑΒ εὐθείας, ἐὰν μὲν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία ᾖ ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΒ ἴση ἔσται ὀρθῇ· ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ ἐλάττων ᾖ ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΒ ἐλάττων ἔσται ὀρθῆς· ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ μείζων ᾖ ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΒ μείζων ἔσται ὀρθῆς· ἐὰν ἄρα κύκλου τμῆμα τὸ ΑΕΒ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας ἀναγραφὲν ἐφάπτηται τῆς ΑΒ εὐθείας, ἐὰν μὲν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία ᾖ ὀρθῆς ἢ ἐλάττων ὀρθῆς ἢ μείζων ὀρθῆς· ἡ περιέχουσα τὸ τμῆμα γωνία ὀρθὴ ἐστὶν ἢ ἐλάττων ὀρθῆς ἢ μείζων ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία μείζων ὀρθῆς ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας· ἡ δὲ τοῦ μείζονος τμήματος γωνία ἐλάττων ὀρθῆς ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :+

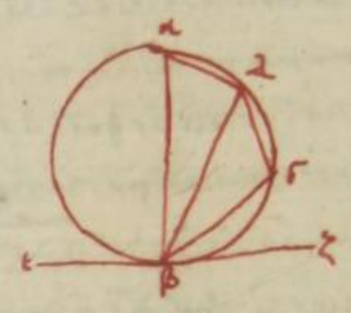


ιγ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τὸν δοθέντα εὐθύγραμμον ἀναγράψαι, ᾧ μὴ μείζονες γωνίαι εἰσὶ τεσσάρων ὀρθῶν, ἑκάστη δὲ τῶν γωνιῶν ἐστὶν ἐλάττων ὀρθῆς· δεῖ δὴ τὸν μὲν δοθέντα κύκλον τὸν ΑΒΓ, τὸν δὲ δοθέντα εὐθύγραμμον τὸν ΔΕΖ· ὃν δεῖ ἐν τῷ ΑΒΓ κύκλῳ ἀναγράψαι· ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Η σημεῖον· καὶ τῷ ΔΕΖ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν συνεστάτω ἡ ὑπὸ ΘΗΒ· καὶ ἐπὶ τὸ Η σημεῖον τῇ ΘΗ εὐθείᾳ ἴσην γωνίαν συνεστάτω ἡ ὑπὸ ΘΗΓ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΘΗΒ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ ἐλάττων ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΘΗΒ ἄρα ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ἐὰν ἄρα ἐπὶ τῆς ΗΒ εὐθείας καὶ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Η τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση γωνία εὐθύγραμμος συσταθῇ ἡ ὑπὸ ΘΗΒ· ἡ ΗΒ τὸν ΑΒΓ κύκλον τεμεῖ· ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΘΗΒ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ ἐλάττων ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΘΗΒ ἄρα ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ἐὰν ἄρα ἐπὶ τῆς ΗΒ εὐθείας καὶ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Η τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση γωνία εὐθύγραμμος συσταθῇ ἡ ὑπὸ ΘΗΒ· ἡ ΗΒ τὸν ΑΒΓ κύκλον τεμεῖ· καὶ ἐὰν μὲν ἡ ὑπὸ ΘΗΓ γωνία ἐλάττων ᾖ ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΒΓ ἐλάττων ἔσται ὀρθῆς· ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ ΘΗΓ μείζων ᾖ ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΒΓ μείζων ἔσται ὀρθῆς· ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ ΘΗΓ ἴση ᾖ ὀρθῆς· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΒΓ ἴση ἔσται ὀρθῇ· ὥστε ἐὰν ἐν τμήματι κύκλου ἡ γωνία ᾖ ὀρθῆς ἢ ἐλάττων ὀρθῆς ἢ μείζων ὀρθῆς· ἡ περιέχουσα τὸ τμῆμα γωνία ὀρθὴ ἐστὶν ἢ ἐλάττων ὀρθῆς ἢ μείζων ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία μείζων ὀρθῆς ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας· ἡ δὲ τοῦ μείζονος τμήματος γωνία ἐλάττων ὀρθῆς ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :+



45



τῶ ΑΓΔ· ὅτι καὶ ὑπὸ ΖΒΔ γωνίᾳ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΓΒΔ τμήματι σὺν ἡμικυκλίῳ οὔσῃ
γωνίᾳ, τῇ ὑπὸ ΑΒΔ· καὶ ὑπὸ ΕΒΔ γωνίᾳ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ τμήματι σὺν ἡμικυκλίῳ οὔσῃ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· καὶ λοιπὴ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΒΕ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ τμήματι σὺν ἡμικυκλίῳ
οὔσῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΖΒΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἄρα
γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΕ ἐστὶν ἴση· τῶν ἄρα ΖΕ, ΒΓ παραλλήλων ἐστὶν ἡ ΖΒ. ὅτι δεῖ δεῖξαι.

:αξιθ τοῦ ρ:

Ἐὰν ἀπὸ τοῦ διαμέτρου κύκλου ἀφαπτομένη τις εὐθεῖα ληφθῇ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον
:αξλς τοῦ ρ: εὐθεῖαι τινὲς διαχθῶσιν τέμνουσαι τὸν κύκλον, ἐὰν ἴσας ποιήσωσι τὰς ἀπολαμβανομένας
:αξλς τοῦ ρ: ὑπό τε τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς ἐκ τῆς ἁφῆς τῆς διαμέτρου, ἴσας ποιήσουσι καὶ τὰς
:αξλς τοῦς: ἀπολαμβανομένας ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῶν ἐκ τῆς ἁφῆς τῶν ἐπιζευγνυουσῶν.

ΚΥΚΛΟΥ τοῦ ΑΒΓ διαμέτρου ἔστω ἡ ΑΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΕ ἐφάπτουσα
τοῦ ΑΒΓ κύκλου· καὶ ἀπὸ τοῦ Α τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΖΔ, ΖΒ ἐκβεβλήσθωσαν
ἐπὶ τὰ Η, Θ σημεῖα· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΗΑ τῇ ΑΘ, ἡ δὲ ΖΑ τῇ ΑΕ.

λγ

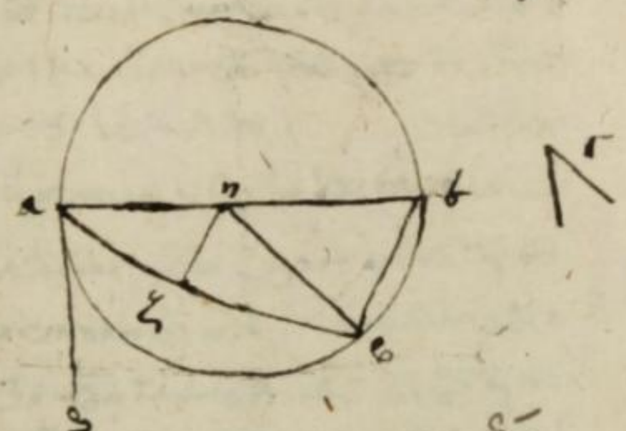
Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΘ· ἡ ἄρα ΚΘ τῇ ΗΖ ἐστὶ
παράλληλος· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΚΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΔΗ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΘΚ τῇ ὑπὸ ΑΗΔ.
ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπὸ ΑΔΗ τῇ ὑπὸ ΑΚΘ ἐστὶν ἴση, ἐπεὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΖ τῇ ὑπὸ ΑΚΒ· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΗΔ
τῇ ὑπὸ ΑΘΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΑΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΘΑΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΗΑ ἄρα τῇ ΑΘ ἐστὶν
ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΑΚΘ τῇ ὑπὸ ΑΔΗ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΔΗ τῇ ὑπὸ ΑΔΖ ἐστὶν ἴση,
καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΚΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΖΑΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΘΑΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ
ΖΑ ἄρα τῇ ΑΕ ἐστὶν ἴση· ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ διαμέτρου κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα τινὲς
εὐθεῖαι διαχθῶσιν τέμνουσαι τὸν κύκλον, ἐὰν ἴσας ποιήσωσι τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπό τε τῆς
ἐφαπτομένης καὶ τῆς ἐκ τῆς ἁφῆς τῆς διαμέτρου, ἴσας ποιήσουσι καὶ τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπὸ
τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῶν ἐκ τῆς ἁφῆς τῶν ἐπιζευγνυουσῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

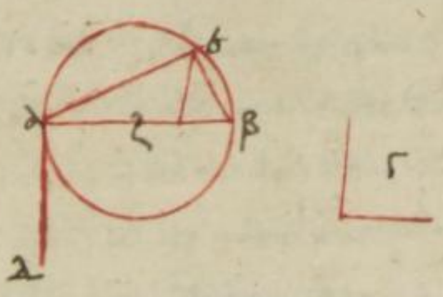
:αξμ τοῦς:

Ἐὰν ἀπὸ τοῦ διαμέτρου κύκλου ἀφαπτομένη τις εὐθεῖα ληφθῇ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον
:αξμα τοῦς: εὐθεῖαι τινὲς διαχθῶσιν τέμνουσαι τὸν κύκλον, ἐὰν ἴσας ποιήσωσι τὰς ἀπολαμβανομένας
:αξμα τοῦς: ὑπό τε τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς ἐκ τῆς ἁφῆς τῆς διαμέτρου, ἴσας ποιήσουσι καὶ τὰς
:αξμ τοῦς: ἀπολαμβανομένας ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῶν ἐκ τῆς ἁφῆς τῶν ἐπιζευγνυουσῶν.

ΚΥΚΛΟΥ τοῦ ΑΒΓ διαμέτρου ἔστω ἡ ΑΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΕ ἐφάπτουσα
τοῦ ΑΒΓ κύκλου· καὶ ἀπὸ τοῦ Α τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΖΔ, ΖΒ ἐκβεβλήσθωσαν
ἐπὶ τὰ Η, Θ σημεῖα· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΗΑ τῇ ΑΘ, ἡ δὲ ΖΑ τῇ ΑΕ.

καὶ ἐπὶ ἴσου κύκλου τοῦ ΖΗΘ. αἱ ΚΛ, ΜΝ. λέγω ὅτι ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ ἴση ἐστίν.
εἰ γὰρ ἐνδέχεται, ἔστω ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ ἴση. βαρύτερα ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΕΖ
ἴσα ἐστὶν ὀξυγωνίῳ τῷ ΑΗΘ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τὰ ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΕΖ βαρύτερα
ἐστὶ καὶ διὰ τοῦ Θ σημείου. καὶ ἐστὶν ὀξυγώνιον. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΘ. ἐπὶ δὴ
ἐπίπεδα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἀπὸ τῶν Α, Δ, τὰ ἐπὶ τὰ ὀρθὰ ἤχθωσαν αἱ ΑΞ, ΔΟ·
ἅψονται ἄρα τοῦ μὲν ΑΒΓ κύκλου τῶν ΑΗ, ΑΘ, τοῦ δὲ ΔΕΖ τῶν ΔΜ, ΔΝ.
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΞΗ, ΞΘ, ΟΜ, ΟΝ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΞ τῇ ΔΟ ἴση ἐστίν, ἀλλὰ καὶ
αἱ ΑΗ, ΑΘ τῇ ΔΜ, ΔΝ ἴσαι εἰσίν, καὶ γωνίας ὀρθὰς περιέχουσιν, βάσις ἄρα
ἡ ΞΗ βάσει τῇ ΟΜ ἴση ἐστίν, καὶ ἡ ΞΘ τῇ ΟΝ ἴση. ἀλλὰ ἡ ΞΗ τῇ ΞΘ ἐστιν ἴση·
καὶ ἡ ΟΜ ἄρα τῇ ΟΝ ἐστιν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ ἴση ἐστίν, καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ ΚΡΛ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΜΟΝ ἴση ἐστίν. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΡΛ τμῆμα τῷ
ΜΟΝ τμήματι. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ, ἀλλὰ ἡ μὲν ΜΝ τῇ ΟΜ ἐστιν
ἐλάττων διὰ τὸ ὀξυγώνιον εἶναι τὸ ΟΜΝ τρίγωνον, ἡ δὲ ΚΛ τῆς ΟΜ μείζων
ἐστίν, ἡ ΟΜ ἄρα τῆς ΚΛ μείζων ἐστίν. ἔστω τῇ ΟΜ ἴση ἡ ΚΣ· καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ΡΣ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΟΜ τῇ ΚΣ ἐστιν ἴση, ἀλλὰ ἡ ΟΜ τῇ ΚΛ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ
ΚΣ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΡΣ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΡΛ ἐστιν
ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΚΡΛ τῇ ὑπὸ ΜΟΝ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΚΡΣ ἄρα τῇ ὑπὸ
ΜΟΝ ἐστιν ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΡΣ τμῆμα τῷ ΜΟΝ τμήματι. ἀλλὰ τὸ ΜΟΝ
τμῆμα τῷ ΚΡΛ ὅμοιόν ἐστιν· καὶ τὸ ΚΡΣ ἄρα τμῆμα τῷ ΚΡΛ ὅμοιόν ἐστιν.
ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΚΣ, ΚΛ ὅμοια τμήματα τὰ ΚΡΣ, ΚΡΛ συνεστήκασιν,
ἅ ἐστι καὶ πρὸς τοῖς αὐτοῖς μέρεσι τῆς ΚΣ. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
ἴση ἐστὶν ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ. ἔστω δὴ ἡ ΚΛ τῆς ΜΝ μείζων· ἡ ΚΛ ἄρα τῆς ΟΜ
μείζων ἐστίν. ἔστω τῇ ΟΜ ἴση ἡ ΚΤ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΡΤ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΟΜ τῇ
ΚΤ ἐστιν ἴση, ἀλλὰ ἡ ΟΜ τῇ ΚΛ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΚΤ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστιν ἴση·
ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΡΤ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΡΛ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΚΡΛ
τῇ ὑπὸ ΜΟΝ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΚΡΤ ἄρα τῇ ὑπὸ ΜΟΝ ἐστιν ἴση· ὅμοιον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΡΤ τμῆμα τῷ ΜΟΝ τμήματι. ἀλλὰ τὸ ΜΟΝ τμῆμα τῷ ΚΡΛ ὅμοιόν
ἐστιν· καὶ τὸ ΚΡΤ ἄρα τμῆμα τῷ ΚΡΛ ὅμοιόν ἐστιν. ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΚΤ,
ΚΛ ὅμοια τμήματα τὰ ΚΡΤ, ΚΡΛ συνεστήκασιν, ἅ ἐστι καὶ πρὸς τοῖς αὐτοῖς
μέρεσι τῆς ΚΤ. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ΚΛ τῆς ΜΝ μείζων ἐστίν.
ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴση οὖσα· ἐλάττων ἄρα. καὶ τὰ τμήματα πλείονα ἐστὶ τὰ ΚΡΛ
τοῦ ΜΟΝ τμήματος ἡμικυκλίου.



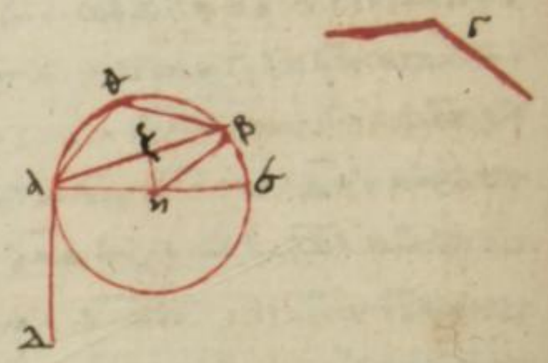


Περὶ ἴσων κύκλων τμήματα ὅμοια πρὸς ἴσαις περιφερείαις ἴσα ἐστίν.

Ἔστω ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐν τούτοις ὅμοια τμήματα πρὸς ἴσαις περιφερείαις τὰς ΑΒΓ, ΔΕΖ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῷ ΔΕΖ τμήματι.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τμήματος ἐπὶ τὸ ΔΕΖ καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ, τῆς δὲ ΑΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΖ, καὶ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Ζ, ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΒ περιφέρεια τῇ ΔΕ περιφερείᾳ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΓ εὐθεῖαν τῇ ΔΖ, τὴν δὲ ΑΒΓ περιφέρειαν τῇ ΔΕΖ περιφερείᾳ. ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς ΑΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΖ καὶ τῆς ΑΒ περιφερείας ἐπὶ τὴν ΔΕ περιφέρειαν, ἐφαρμόσει καὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῷ ΔΕΖ τμήματι. εἰ γὰρ ἡ μὲν ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ ἐφαρμόσασα ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πεσεῖται, ἡ δὲ ΑΒΓ περιφέρεια ἐπὶ τὴν ΔΕΖ περιφέρειαν ἐφαρμόσασα ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πεσεῖται

καὶ τῷ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΒΓ. ἐπεὶ τὴν ΖΑ ἴσην ἔθηκε τῇ ΖΒ. κοινὴ δὲ ἡ ΖΓ. δύο δὴ αἱ ΑΖ. ΖΓ ἴσαι εἰσὶ ταῖς ΒΖ. ΖΓ ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΓ ἴση ἐστίν. ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα. βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση ἐστίν. ὅ ἄρα κέντρου μὲν τοῦ Ζ. διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΖΑ. ΖΒ κύκλος περιγραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Γ. ἐὰν ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Α. Β. Γ ἐπὶ τὸν κύκλον αἱ ΑΔ. ΒΔ. ΓΔ. καὶ ἐπεὶ τῇ ΑΔ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ. ἀπὸ κέντρου δὲ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἐστὶν ἡ ΒΓ. καὶ ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΒΓ τοῦ κύκλου. ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ΑΓ ἐφάπτεται τοῦ κύκλου. ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ ΑΔΓ ἐκτὸς τυχόντος σημείου τοῦ Γ δύο εὐθεῖαι προσπίπτωσιν αἱ ΓΑ. ΓΒ. καὶ ἡ μὲν τέμνῃ τὸν κύκλον. ἡ δὲ ἐφάπτηται. ἴσαι δὲ ὦσιν αἱ ἐπὶ τὸν κοῖλον τῆς περιφερείας πίπτουσαι τῇ ἐφαπτομένῃ. ἡ δὲ ἐφαπτομένη ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ ἐκτὸς σημείου ἐπὶ τὸν κύκλον προσπιπτούσῃ τῇ μεταξὺ τῆς τε προσπτώσεως καὶ τῆς περιφερείας. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



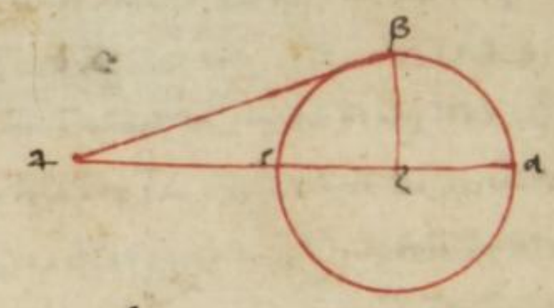
λα

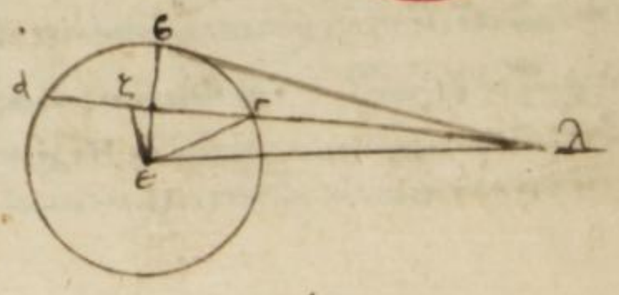
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν δυνατὸν ἀφελεῖν δυνάμει ἴσην τῷ δοθέντι τετραγώνῳ μείζονι ὄντι τοῦ ἀφαιρουμένου τετραγώνου. δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὴν ΔΕ εὐθεῖαν δυνάμει ἴσην τῷ δοθέντι τετραγώνῳ μείζονι ὄντι τοῦ ἀφαιρουμένου τετραγώνου. ἔστω δὲ τὸ μὲν δοθὲν τετράγωνον ᾧ δεῖ ἴσην δυνάμει τὴν ΔΕ ἀφελεῖν τὸ ἀπὸ τῆς Ζ. τὸ δὲ ἀφαιρούμενον τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ. ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἡ ΒΓ διάμετρος. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ τοῦ ΑΒΓ κύκλου οὐ διάμετρός ἐστιν. εἰ ἄρα ἐπιζεύξομεν δύο εὐθείας ἴσας τῇ ΔΕ ἐν τῷ ΑΒΓ κύκλῳ μὴ ποιούσας μετὰ τῆς ΔΕ τρίγωνον. ἐν ᾧ ἔσται ἡ ΔΕ βάσις. αἱ δὲ περιέχουσαι αὐτὴν γωνίαι ἴσαι ἔσονται ταῖς ὑπὸ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν περιεχομέναις γωνίαις. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΔ. ΔΓ. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἀφῄρηται τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ τετράγωνον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς Ζ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς Ζ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ ἐστὶν ἴσον. ἴση ἄρα ἡ ΒΔ τῇ Ζ. ἀλλὰ καὶ ἡ Ζ τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΔΕ ἄρα τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἡ ΔΕ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση. ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΓΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφάπτεται κατὰ τὸ Δ. καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ἁφὴν τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἐστὶν ἡ ΔΑ. ἐπὶ τοῦ ΑΔ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ἡ ΑΔ ἄρα καθέτου ἐπὶ τὴν ΒΓ ἐστίν. ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΔΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΔΓ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΑΔΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΔΓ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΒΓ ἐστὶν ἴση. ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΔΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΒΓ ἐστὶν ἡμίσεια. ἐὰν δὲ ἐπὶ τὴν ΑΓ ἀπὸ τοῦ Β σημείου πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ. ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐστὶν ἡ ΑΓ. ἐὰν δὲ ἐπὶ τὴν ΑΓ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ. ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐστὶν ἡ ΑΓ

λε

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπ᾽ αὐτοῦ δὲ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαι δύο, καὶ ἡ μὲν, αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον· ἡ δὲ, ἐφάπτηται· τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μετὰ ἐκτὸς σημείου καὶ τῆς κύρτης περιφερείας τοτε περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Κύκλου τοῦ αβγ, ληφθῶ τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ δ, ἀπὸ δὲ τοῦ δ πρὸς τὸν αβγ κύκλον προσπιπτέτωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ δγα· δβ· καὶ ἡ μὲν δγα· τε μενέτω τὸν αβγ κύκλον· ἡ δὲ δβ, ἐφαπτέσθω· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δβ τετραγώνῳ· ἤτοι οὖν διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶν, ἢ οὔ. ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω τὸ ζ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου· καὶ ἐπιζεύχθωσαν ζβ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζβδ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ γδ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ ζ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ γ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδγ· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γζ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζδ· ἴσον δὲ ἡ ζγ, τῇ ζβ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδγ· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζβ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζδ· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῶν ζβ· βδ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ζβδ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδγ· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζβ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς βδ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ζβ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδγ· μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ζβ· βδ· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ζβ· βδ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ζβ· βδ· ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζδ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ζδ· ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ζα· αδ· τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν αδγ· μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ζα· αδ· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ζα· αδ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ζα· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αδγ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δβ· ἐφάπτομένης· αὐτὰρ δὴ ἡ αγ, διὰ τοῦ κέντρου τοῦ αβγ κύκλου· καὶ ἡ ληφθῶσα τὸ κέντρον τὸ ε· ἐπὶ τὴν ἐπιζευχθῶσαν κάθετος ἤχθω ἡ εζ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εβ· εγ· εα· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ εβδ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ εζ διὰ τοῦ κέντρου οὖσα τὴν μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν βγ· πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ κατὰ τὸ ζ τέμνει· ἡ ἄρα ζγ τῆς ζβ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ γδ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ ζ σημεῖον· εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ γ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδγ· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γζ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζδ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ζε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδγ· μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν γζ· ζε· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ζε· εδ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν εζ· ζδ· ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εδ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς εδ· ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν εβ· βδ· τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν αδγ· μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν γζ· ζε· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν εβ· βδ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ζε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδγ· μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν γζ· ζε· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν εβ· βδ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν γζ· ζε· ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γε· τὸ δὲ ἀπὸ τῶν αδ, δγ· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εγ, ἴσον ἐστὶ τοῖς





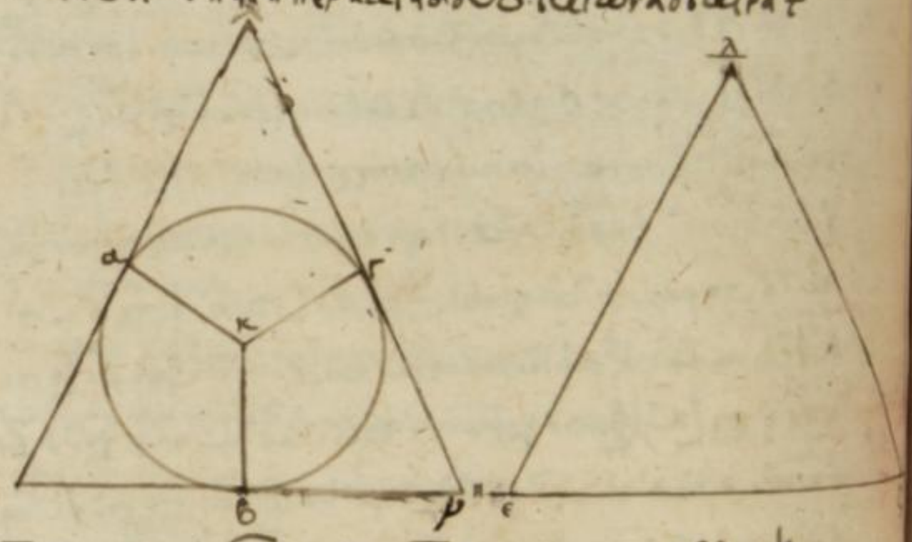
τῷ ΑΓΜ τοῦ ΓΔ. ἴσον δὲ καὶ τὸ ΔΓΝ τῷ ΓΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΓΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΓΔ. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ ΑΓΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΓΝ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΝΓ πρὸς ΓΜ. ὀρθὴ δὲ ἑκατέρα τῶν ΒΓΝ, ΑΓΜ. τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΓΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΜΓΝ. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ ΑΓΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΓΔ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΔ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς ΓΒ. ἐὰν ἄρα κώνου ἀφῇ τις ἐπίπεδον μέσον ἐκτὸς ὂν τῆς ἐξ ἀρχῆς ὑποθέσεως ὀρθὸν πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ κώνου ἢ ἀμβλυγώνιον, ἔσται ἡ ἀφὴ κύκλος.

ἐὰν κώνου ἀφθῇ τις ἐπίπεδον μέσον ἐκτὸς ὂν τῆς ἐξ ἀρχῆς ὑποθέσεως ὀρθὸν πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ κώνου. λέγω ὅτι ἡ ἀφὴ κύκλος ἐστίν. ἔστω γὰρ κώνου τομὴ ἡ ΑΒΓ, κορυφὴ δὲ τοῦ κώνου τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἡ μὲν ΑΓ διάμετρος τῆς τομῆς, ἡ δὲ ΒΔ τοῦ κώνου ἄξων, καὶ ἔστω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὰ Ε, Ζ μέρη προσπίπτουσα τῷ κώνῳ. μετὰ δὴ τοῦτο τοῦ τε σημείου Β καὶ τῆς κωνικῆς περιφερείας ἴσον ἀπέχοντα σημεῖα ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κώνου λαμβανέσθω τὰ Η, Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΘ, ΒΔ. καὶ ἡ μὲν ΒΔ τοῦ κώνου ἄξων, τὸ μεταξὺ ἄρα τῶν ΗΘ, ΒΔ σημεῖον ἔσται τοῦ κώνου κέντρον. ἔστω τὸ Κ. ἐπεζεύχθω ἡ ΚΓ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΗΘ ὀρθή ἐστι πρὸς τὴν ΒΔ, καὶ ἐπὶ μὲν τῆς ΗΘ ἐφάπτεται τοῦ ΗΓΘ κύκλου ἡ ΑΗ, ἐπὶ δὲ τῆς ΒΔ ἐφάπτεται τοῦ ΒΓΔ κύκλου ἡ ΑΒ, ἐπίπεδον ἄρα ἐστὶ τὸ διὰ τῶν ΑΗ, ΑΒ τῷ διὰ τῶν ΗΘ, ΒΔ παραλλήλων οὖσιν. ἐπεὶ οὖν ἐπίπεδον ἐστὶ τὸ διὰ τῶν ΑΗ, ΑΒ τῷ διὰ τῶν ΗΘ, ΒΔ, καὶ ἔστιν ἐν μὲν τῷ διὰ τῶν ΑΗ, ΑΒ τὸ Α σημεῖον, ἐν δὲ τῷ διὰ τῶν ΗΘ, ΒΔ τὸ Κ σημεῖον, ἔστιν ἄρα ἡ ΑΚ εὐθεῖα. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΚΓ εὐθεῖα. ἐὰν ἄρα ἐπίπεδον διὰ τῆς ΑΓ ἀχθῇ, ἔσται ἐν τῷ διὰ τῶν ΑΗ, ΑΒ ἐπιπέδῳ τὸ τρίγωνον τὸ ΑΚΓ. καὶ ἐπεὶ ἐν μὲν τῷ διὰ τῶν ΑΗ, ΑΒ ἐπιπέδῳ ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ ΑΚΓ, ἐν δὲ τῷ διὰ τῶν ΗΘ, ΒΔ ἐπιπέδῳ ἐστὶ τὸ ΗΓΘ κύκλος, ἔστιν ἄρα καὶ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων ἡ ΚΓ. ἐὰν ἄρα κώνου ἀφθῇ τις ἐπίπεδον μέσον ἐκτὸς ὂν τῆς ἐξ ἀρχῆς ὑποθέσεως ὀρθὸν πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ κώνου ἢ ἀμβλυγώνιον, ἔσται ἡ ἀφὴ κύκλος. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν τοῦ δοθέντος κώνου τοῦ δοθέντος ἀβλύ, καὶ μείζονος οὔσης τῆς τοῦ κώνου διαμέτρου ἴσον ἀβλὺν ἐνδέχωσιν. ἔστω δοθὲν κῶνος ὁ λϐγ. ἡ δὲ δοθεῖσα ἀβλεῖα ἡ ϗ. καὶ μείζων ἔστω τῆς τοῦ κώνου διαμέτρου ἡ ϗϐ. λέγω ὅτι τοῦ λϐγ κώνου τῇ ϗ ἀβλείᾳ, ἴσον ἀβλὺν ἐνδέχωσιν. ἤχθω τοῦ λϐγ κώνου διάμετρος ἡ ϐγ. καὶ μείζων ἔστω τοῦ ϐγ ἡ ϐδ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γδ. καὶ ἐπεὶ ἡ ϐδ τῆς ϐγ μείζων ἐστίν, ἡ ϐγ τοῦ ϐδ ἐλάσσων ἐστίν. κείσθω τῇ ϐδ ἴση ἡ ϐε. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γε. καὶ κείσθω τῶν γδ, γε μεταξὺ ἀνάλογον ἡ γζ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζϐ. καὶ ἐπεὶ ἡ ϐδ τῆς ϐγ μείζων ἐστίν, ἡ ϐγ τοῦ ϐδ ἐλάσσων ἐστίν. κείσθω τῇ ϐδ ἴση ἡ ϐε. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γε. καὶ κείσθω τῶν γδ, γε μεταξὺ ἀνάλογον ἡ γζ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζϐ. καὶ ἐπεὶ ἡ γδ τῆς γε μείζων ἐστίν, ἡ γε τῆς γζ μείζων ἐστίν. κείσθω τῇ γδ ἴση ἡ γη. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ηϐ. καὶ ἐπεὶ ἡ γδ τῆς γζ μείζων ἐστίν, ἡ γζ τῆς ϐγ

αὐτὰ δύο· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ λοιπῇ
τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· ἰσογωνίου ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ,
ὡς εἰρήκαμεν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα κύκλου τοῦ δοθέντι τριγώνῳ
ἰσογωνίῳ τρίγωνον ἐγγέγραπται, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

Πρὸς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.
Ἤχθω ὁ δοθεὶς κύκλος, ὁ ΑΒΓ· τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον, τὸ ΔΕΖ· δεῖ δὴ πρὸς τὸν ΑΒΓ
κύκλον, τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι. ἐκβεβλήσθω
ἡ ΕΖ, καὶ διῃρήσθω κατὰ τὰ Η, Θ, Κ σημεῖα· καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου
κέντρον τὸ Λ· καὶ διήχθω ἀπὸ τοῦ Λ τυχοῦσα ἡ ΛΒ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΛΒ
εὐθείᾳ, καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Λ, τῇ ὑπὸ ΔΖΗ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΛΜ·
τῇ δὲ ὑπὸ ΔΖΘ, ἴση ἡ ὑπὸ ΒΛΝ· καὶ διὰ τῶν ΛΒ σημείων ὁποτέρᾳ τῶν ΛΜ, ΛΝ
πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΞΟΛΠ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΜΛΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΗ ἐστὶν ἴση, καὶ
ἐστὶ τῆς μὲν ὑπὸ ΜΛΒ ἡ διπλασίων ἡ ὑπὸ ΞΛΒ, τῆς δὲ ὑπὸ ΔΖΗ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ
διπλασίων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΞΛΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. ἀλλὰ ἡ μὲν
ὑπὸ ΞΛΒ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΞΛΚ· καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΞΛΚ ἐστὶν ἴση.
πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΝΛΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΘ ἐστὶν ἴση, καὶ ἐστὶ τῆς μὲν ὑπὸ ΝΛΒ
διπλασίων ἡ ὑπὸ ΠΛΒ, τῆς δὲ ὑπὸ ΔΖΘ διπλασίων ἡ ὑπὸ ΔΖΕ· ἴση ἄρα ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΠΛΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΞΛΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ
ΞΛΚ ἄρα τῇ ὑπὸ ΠΛΒ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΚΛΠ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ
ΞΛΠ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΚΛΒ ἐστὶν ἴση. ἐπὶ δὴ τῶν ΞΛΠ, ΚΛΒ κύκλων τὰ ἀπὸ τῶν
ἴσων περιφερειῶν τῶν ΞΟΠ, ΚΗΒ γωνίαν ποιοῦντα πρὸς τοῖς κέντροις τοῖς Λ
ἴσα ἐστίν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΞΟΠ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΗΒ γωνίᾳ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ
ΚΗΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΞΟΠ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ
αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΛΞΟ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· ἰσογωνίου ἄρα ἐστὶ τὸ ΞΟΠ
τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. καὶ περίκειται περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον· τὸ δὲ δοθὲν

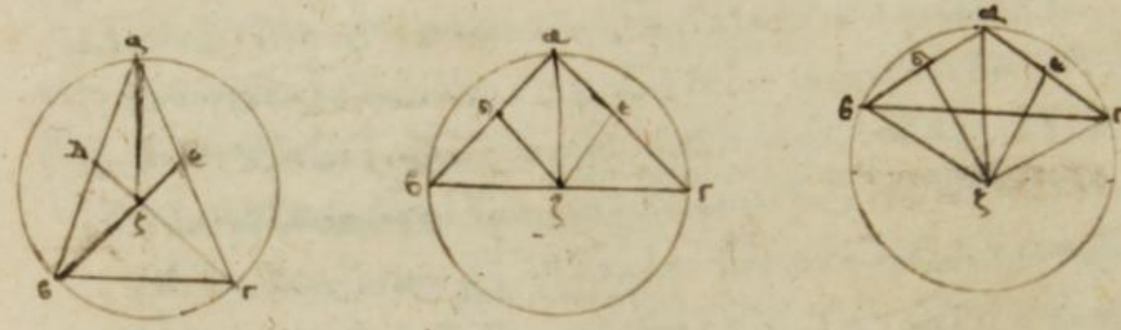


τρίγωνον τὸ ΔΕΖ· ἐγγέγραπται δὲ καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ ἰσογωνίου·
τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΞΟΠ ἐστὶν ἰσογώνιον· περὶ δοθέντα ἄρα κύκλον τὸν
ΑΒΓ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ ΔΕΖ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγέγραπται, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

Χρεία κύκλον τὸν δοθέντα τετραγώνῳ ἰσοπλευρίῳ τετράγωνον περιγράψαι. ὅπερ δεῖ ποιῆσαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς τετράγωνος κύκλος ὁ ΑΒΓ. δεῖ δὴ τὸν δοθέντα τετράγωνον τὸν ΑΒΓ τετράγωνον περὶ κύκλον γράψαι. τετμήσθω γὰρ ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Δ σημεῖον. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Δ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΔΒ. ΔΓ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΖΗ. καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΔ. ΖΔ. ΗΔ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Θ. Κ. Λ σημεῖα. καὶ διὰ τῶν Ε. Η. τῷ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΜΝ. καὶ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΞΟ. καὶ διὰ τῶν Θ. Κ. Λ τῇ μὲν ΒΜ ἴση ἤχθω ἡ ΚΠ. τῇ δὲ ΜΝ ἴση ἤχθω ἡ ΠΡ. τῇ δὲ ΝΓ ἴση ἤχθω ἡ ΡΣ. καὶ διὰ τῶν Β. Μ. Ν. Γ τῇ ΘΛ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΤΜΥ. ΦΝΧ. ΨΒΩ. ΓΣΑ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΜΝ. ἀλλὰ τῇ μὲν ΒΓ ἴση ἐστὶν ἡ ΤΥ. τῇ δὲ ΜΝ ἴση ἐστὶν ἡ ΦΧ. καὶ ἡ ΤΥ ἄρα τῇ ΦΧ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν ΤΜΝΦ. ΜΥΧΝ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΤΜ τῇ ΦΝ. ἡ δὲ ΜΥ τῇ ΝΧ. ἀλλὰ ἡ ΤΜ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΦΝ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΜΝ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΤΜ ἄρα τῇ ΜΝ ἐστὶν ἴση. αἱ ΤΜ. ΦΝ ἄρα τῇ ΜΝ ἴσαι εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΤΜ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ ἡ ΒΓ τῇ ΜΝ

κοινὴ δὲ βάσις ἡ ΔΖ· βάσει ἄρα τῇ ΔΖ. ἐφάπτεται ὁ μείζων κύκλος τοῦ ἐλάττονος κατὰ τὸ Δ. λέγω δὴ ὅτι καὶ κατὰ τὸ Ζ. εἰ γὰρ μή, ἐφάψεται ἢ κατὰ τὸ ἐντὸς ἢ κατὰ τὸ ἐκτός. ἐφαπτέσθω εἰ δυνατὸν κατὰ τὸ ἐντὸς ὡς τὸ Ζ, ἵνα ἡ ΔΖ. ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ἐν τῷ μείζονι κύκλῳ εὐθεῖα ἡ ΑΖ, ἡ δὲ ΑΔ ἐν τῷ ἐλάττονι, ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΑΖ. ἀλλὰ ἡ ΑΔ τῇ ΑΖ ἐστιν ἴση· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἐφάψεται ὁ μείζων κύκλος τοῦ ἐλάττονος κατὰ τὸ ἐντὸς τοῦ Ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ κατὰ τὸ ἐκτός· ἐφάπτεται ἄρα κατὰ τὸ Δ. βάσις δὲ ἡ ΔΖ· βάσει ἄρα τῇ ΔΖ. ἐφάπτεται ὁ μείζων κύκλος τοῦ ἐλάττονος. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς ΒΓ, ἴση οὖσα τῇ ΔΖ, ἐφάπτεται. ὁ ἄρα πρὸς τῷ Α κύκλος τοῦ πρὸς τῷ Η κύκλου ἐφάπτεται κατὰ τὸ Δ. ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων κατὰ μίαν τῶν περιφερειῶν αὐτῶν, οὐ τμήσονται ἀλλήλους ἐὰν μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ληφθῶσιν αἱ ἐπιζευγνύμεναι εὐθεῖαι αἱ ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν κύκλων ἐπὶ τὴν τῆς ἁφῆς περιφέρειαν ἐκβαλλόμεναι. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

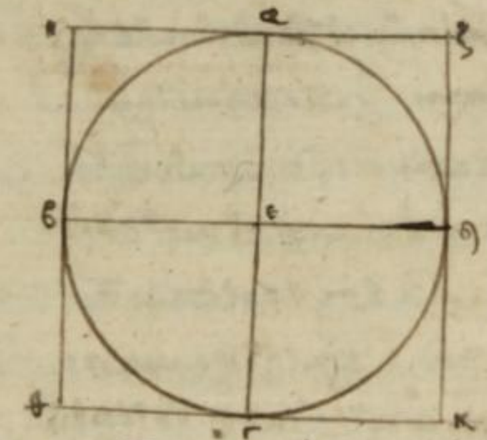


Περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἐὰν περὶ πλευρὰν τὴν ΒΓ κύκλος γραφῇ ὁ ΒΓΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸν ΒΓΔ κύκλον ἐφάπτηται ἡ ΑΔ, ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸν ΒΓΔ κύκλον ἐφάπτηται ἡ ΑΔ, καὶ

πρόβλημα ιδ'

Δοῦ τοῦ δοθέντος κύκλου τετράγωνον ἐγγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου τετράγωνον ἐγγράψαι. ἤχθωσαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΑ, δύο δὴ αἱ ΒΕ, ΕΑ ἴσαι εἰσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΑ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΑ ἴση ἐστίν· ἑκατέρα γὰρ ὀρθή· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΑΔ ἴση ἐστίν. ὁμοίως δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΒΓ, ΓΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΑΔ ἴση ἐστίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιόν ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΒΔ διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΔ. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ΑΒΓ, ΒΓΔ, ΓΔΑ ὀρθή ἐστιν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστὶν· καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον.

τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τὸν ΑΒΓΔ τετράγωνον περιγέγραπται. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον περιγράψαι. ἤχθωσαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ διὰ τῶν Α, Β, Γ, Δ σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου αἱ ΖΗ, ΗΘ, ΘΚ, ΚΖ. καὶ ἐπεὶ ἐφάπτεται μὲν ἡ ΖΚ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΕΑ, αἱ ἄρα πρὸς τῷ Α γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Γ, Δ σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία, καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΖ ἄρα ὀρθή ἐστιν. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΚ τῇ ΒΔ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΖΚ τῇ ΑΓ παράλληλός ἐστιν. ἐὰν δὴ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΗΖ, ΘΚ, καὶ διὰ τὰ προδειχθέντα παράλληλος ἔσται ἑκατέρα τῶν ΗΖ, ΘΚ τῇ ΑΓ. ἐὰν δὲ ἐπὶ εὐθείας τινὸς αἱ ἀπὸ τοῦ μεγέθους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἀπολαμβανόμεναι ἴσαι ὦσιν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ αἱ ὅλαι ἑκατέρα ὅλῃ ἴσαι ἔσονται· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΖ, ΘΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΒΔ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ καὶ αἱ ΑΓ, ΒΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΘ, ΖΚ ἴσαι εἰσίν· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΖ, ΘΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΘ, ΖΚ ἴση ἐστίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΖ τετράπλευρον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιόν ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΖΚ τῇ ΒΔ, καί ἐστιν αὐταῖς ἐπιβεβλημένη ἡ ΑΒ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ, ΒΑΖ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΖ. καὶ αἱ πρὸς τοῖς Η, Θ ἄρα ὀρθαί εἰσιν. ἐὰν δὲ τετράπλευρον ἰσόπλευρον μὲν ᾖ, ὀρθογώνιον δὲ μή, ῥόμβος καλεῖται· ὥστε ῥόμβος ἐστὶ τὸ ΗΘΚΖ τετράπλευρον. ὅμοιον δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκάτερον τῶν ΗΓΒΑ, ΑΔΚΖ παραλληλογράμμων ῥόμβος ἐστίν.

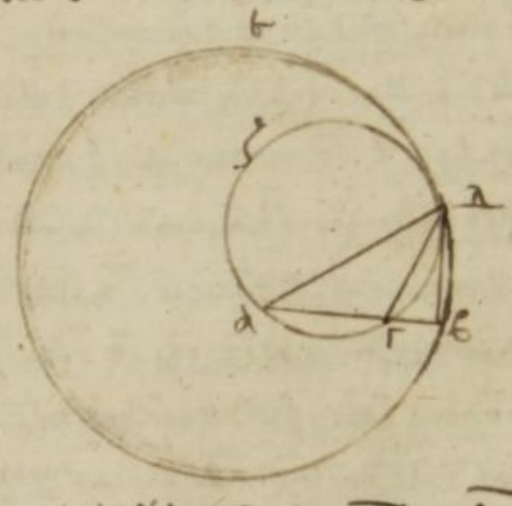


Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τετράγωνον περιγέγραπται. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον περιγράψαι. ἤχθωσαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ διὰ τῶν Α, Β, Γ, Δ σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου αἱ ΖΗ, ΗΘ, ΘΚ, ΚΖ. καὶ ἐπεὶ ἐφάπτεται μὲν ἡ ΖΚ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΕΑ, αἱ ἄρα πρὸς τῷ Α γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Γ, Δ σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία, καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΖ ἄρα ὀρθή ἐστιν. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΚ τῇ ΒΔ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΖΚ τῇ ΑΓ παράλληλός ἐστιν. ἐὰν δὴ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΗΖ, ΘΚ, καὶ διὰ τὰ προδειχθέντα παράλληλος ἔσται ἑκατέρα τῶν ΗΖ, ΘΚ τῇ ΑΓ. ἐὰν δὲ ἐπὶ εὐθείας τινὸς αἱ ἀπὸ τοῦ μεγέθους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἀπολαμβανόμεναι ἴσαι ὦσιν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ αἱ ὅλαι ἑκατέρα ὅλῃ ἴσαι ἔσονται· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΖ, ΘΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΒΔ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ καὶ αἱ ΑΓ, ΒΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΘ, ΖΚ ἴσαι εἰσίν· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΖ, ΘΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΘ, ΖΚ ἴση ἐστίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΖ τετράπλευρον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιόν ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΖΚ τῇ ΒΔ, καί ἐστιν αὐταῖς ἐπιβεβλημένη ἡ ΑΒ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ, ΒΑΖ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΖ. καὶ αἱ πρὸς τοῖς Η, Θ ἄρα ὀρθαί εἰσιν. ἐὰν δὲ τετράπλευρον ἰσόπλευρον μὲν ᾖ, ὀρθογώνιον δὲ μή, ῥόμβος καλεῖται· ὥστε ῥόμβος ἐστὶ τὸ ΗΘΚΖ τετράπλευρον. ὅμοιον δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκάτερον τῶν ΗΓΒΑ, ΑΔΚΖ παραλληλογράμμων ῥόμβος ἐστίν.

τῶν ΑΒ. ΖΓ, ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἐπὶ πέρατων ΑΖ. θΓ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπὶ πέρατων ΑΒ. ΖΓ. ἐπὶ πέρατων ΑΖ. θΓ ἐστὶν ἴσον. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΓ. θΓ, τετράπλευρον λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΖ. τῇ ΒΓ. καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΒ. αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΑΖ. ΑΒΓ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΖ. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒ. ΖΓ τοῖς ΑΖ. θΓ. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΓ. θΓ τετράπλευρον. ἐστὶ δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΓ. θΓ. περὶ τὸ αὐτὸ δὲ καὶ τὸ ΑΒΓΔ τρίγωνον περὶ τὸν αὐτὸν δὲ καὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον περιέσται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ἴσον τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον ἑστῆσαι. ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον, τὸ ΑΒΓΔ. δεῖ δὴ τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον κύκλον ἑστῆσαι. τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ΑΒ. ΒΓ. ΓΔ. ΔΑ εἰς δίχα κατὰ τὰ Ε. Ζ. Η. Θ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ. ΗΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ. τῇ ΕΒ. κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ. δύο δὴ αἱ ΑΕ. ΕΖ. δυσὶ ταῖς ΒΕ. ΕΖ. ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ. γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΕΖ. ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ΑΖ. βάσει τῇ ΖΒ. ἴση ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΖΓ. ΓΗ. ΗΘ. ΘΑ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΖ. ΖΒ. ἴση ἐστίν· τετράπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΖΓΗ. ἰσόπλευρον μὲν δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον, ἐπεὶ ἡ ΖΓ. τῇ ΑΗ. παράλληλός ἐστιν, ἐπιζευχθείσης τῆς ΑΖ. καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπεσούσης τῆς ΑΒ. αἱ ὑπὸ ΒΑΖ. ΑΖΓ ἄρα γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΖ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΓ. ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον αἱ ὑπὸ ΑΗΓ. ΖΓΗ ὀρθαί εἰσιν. αἱ τέσσαρα ἄρα αἱ ὑπὸ ΑΖΓ. ΖΓΗ. ΓΗΑ. ΗΑΖ ὀρθογώνιόν ἐστιν ἄρα τὸ ΑΖΓΗ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΖΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἐν κύκλῳ τετράγωνον παραλληλόγραμμον παρὰ τὰς ἀπὸ τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου ἐφαπτομένας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, τὸ ἐπιζευχθὲν τετράγωνον ἥμισυ ἔσται τοῦ τετραγώνου τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστῶτος τετραγώνου, ἐὰν διὰ τῶν πρὸς τοῖς κύκλου σημείων ἐφάπτωνται τοῦ κύκλου εὐθεῖαι, καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΖΓ. τῆς ΑΒ. διπλῆ, ἡ δὲ ΖΓ. τῆς ΖΓ. ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ΑΖΓΗ. τοῦ περὶ τὸν κύκλον τετραγώνου ἥμισυ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον ἥμισυ τοῦ περὶ τὸν κύκλον τετραγώνου· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΖΓΗ. τῷ ΑΒΓΔ. ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΖΓΗ. τετράγωνον κύκλῳ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὰς διαμέτρους τετράγωνα ἴσα ἐστίν· ἐπειδήπερ ἐὰν ὦσιν δύο τετράγωνα ἴσα, καὶ τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα ἴσα ἐστίν· καὶ ἐὰν τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα ἴσα ἐστίν, καὶ τὰ τετράγωνα ἴσα ἐστίν· τὸ δὲ ΑΒΓΔ τετράγωνον κύκλῳ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ ἐὰν ἐν κύκλῳ τετράγωνον παραλληλόγραμμον παρὰ τὰς ἀπὸ τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου ἐφαπτομένας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, τὸ ἐπιζευχθὲν τετράγωνον ἥμισυ ἔσται τοῦ τετραγώνου τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστῶτος τετραγώνου, ἐὰν διὰ τῶν πρὸς τοῖς κύκλου σημείων ἐφάπτωνται τοῦ κύκλου εὐθεῖαι, καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΑΒ. τῆς ΖΓ. διπλῆ, ἡ δὲ ΖΓ. τῆς ΖΓ. ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔ. τοῦ περὶ τὸν κύκλον τετραγώνου ἥμισυ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ΑΖΓΗ. τετράγωνον ἥμισυ τοῦ περὶ τὸν κύκλον τετραγώνου· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ. τῷ ΑΖΓΗ. ἀλλὰ τὸ ΑΖΓΗ. κύκλῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΑΒΓΔ ἄρα κύκλῳ ἐστὶν ἴσον. ἴσον ἄρα τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον ἑστῆσαι. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

· ιρ΄ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι. ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον, τὸ αβγδ. δεῖ δὴ τὸ δοθὲν τετράγωνον, τὸ αβγδ, κύκλον περιγράψαι. ἐπεζεύχθωσαν αἱ αγ, βδ, αἱ μετ' ἀλλήλων κατὰ τὸ ε. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν ἡ αδ τῇ αβ. κοινὴ δὲ ἡ αγ, δύο δὴ αἱ δα, αγ, ταῖς βα, αγ, ἴσαι εἰσὶν, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ δαγ γωνίᾳ τῇ βαγ ἴση· βάσις ἄρα ἡ δγ βάσει τῇ βγ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ αδγ ἄρα τρίγωνον τῷ αβγ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αδγ γωνία τῇ ὑπὸ αβγ γωνίᾳ· καὶ ἐπεὶ δίχα τέτμηται ἡ ὑπὸ βαδ γωνία ὑπὸ τῆς αγ εὐθείας, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ δαγ γωνία τῇ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ· ἡ βάσις ἄρα ἡ δγ βάσει τῇ βγ ἐστὶν ἴση· τὸ ἄρα αδγ τρίγωνον τῷ αβγ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αδγ γωνία τῇ ὑπὸ αβγ γωνίᾳ· καὶ ἐπεὶ δίχα τέτμηται ἑκατέρα τῶν ὑπὸ βαδ, αδγ γωνιῶν ὑπὸ τῶν αγ, δε εὐθειῶν, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ δαε γωνία τῇ ὑπὸ εαγ γωνίᾳ, καὶ ἡ ὑπὸ αδε τῇ ὑπὸ εδγ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δαγ γωνία τῇ ὑπὸ αγδ γωνίᾳ, καὶ αἱ πρὸς τῷ α ἄρα γωνίαι τῇ πρὸς τῷ γ εἰσὶν ἴσαι· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ αδγ ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ δαγ, αγδ ἴσης ἐστὶν ἡμίσεια· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ αδγ γωνία τῇ ὑπὸ αβγ γωνίᾳ, καὶ ἡ ὑπὸ αδγ ἄρα ἑκατέρᾳ



Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου, οὐκ ἔσονται ἐκεῖναι δίχα ἀλλήλας.

Ἐν κύκλῳ γὰρ τῷ ΑΒΓΔ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε μὴ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΒΔ δίχα τὴν ἑτέραν τέμνουσα.

Εἰ γὰρ δυνατόν, τετμήσθω ἑκατέρα δίχα κατὰ τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ ἐστιν ἴση, κοινὴ δὲ ἡ ΕΔ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΔ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΔ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΓΔ ἴση ἐστίν· ἀνίση ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ· οὐκ ἄρα ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΒΔ δίχα τὴν ἑτέραν τέμνει.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου, οὐκ ἔσονται ἐκεῖναι δίχα ἀλλήλας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας δίχα, ἀλλὰ μὴ πρὸς ὀρθάς, οὐκ ἔσονται ἐκεῖναι δίχα ἀλλήλας.

Ἐν κύκλῳ γὰρ τῷ ΑΒΓΔ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα κατὰ τὸ Ε· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΒΔ πρὸς ὀρθὰς τὴν ἑτέραν τέμνουσα.

Εἰ γὰρ δυνατόν, τετμήσθω ἑκατέρα δίχα κατὰ τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ ἐστιν ἴση, κοινὴ δὲ ἡ ΕΔ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΔ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΔ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΓΔ ἴση ἐστίν· ἀνίση ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ· οὐκ ἄρα ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΒΔ δίχα τὴν ἑτέραν τέμνει πρὸς ὀρθάς.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου, οὐκ ἔσονται ἐκεῖναι δίχα ἀλλήλας.

Ἐν κύκλῳ γὰρ τῷ ΑΒΓΔ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε μὴ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΒΔ δίχα τὴν ἑτέραν τέμνουσα.

Εἰ γὰρ δυνατόν, τετμήσθω ἑκατέρα δίχα κατὰ τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ ἐστιν ἴση, κοινὴ δὲ ἡ ΕΔ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΔ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΔ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΓΔ ἴση ἐστίν· ἀνίση ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ· οὐκ ἄρα ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΒΔ δίχα τὴν ἑτέραν τέμνει.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου, οὐκ ἔσονται ἐκεῖναι δίχα ἀλλήλας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας δίχα, ἀλλὰ μὴ πρὸς ὀρθάς, οὐκ ἔσονται ἐκεῖναι δίχα ἀλλήλας.

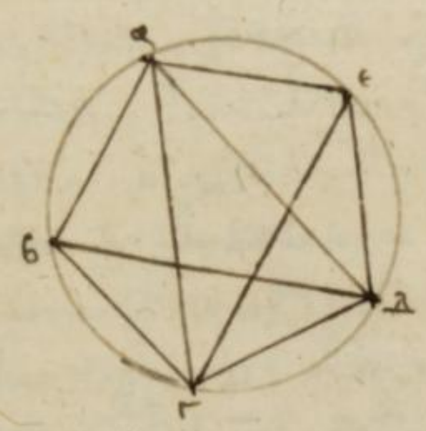
Ἐν κύκλῳ γὰρ τῷ ΑΒΓΔ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα κατὰ τὸ Ε· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΒΔ πρὸς ὀρθὰς τὴν ἑτέραν τέμνουσα.

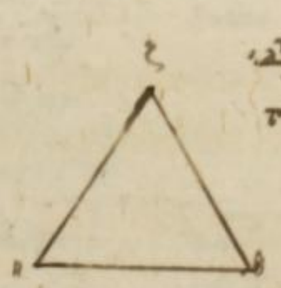
Εἰ γὰρ δυνατόν, τετμήσθω ἑκατέρα δίχα κατὰ τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ ἐστιν ἴση, κοινὴ δὲ ἡ ΕΔ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΔ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΔ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΓΔ ἴση ἐστίν· ἀνίση ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ· οὐκ ἄρα ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΒΔ δίχα τὴν ἑτέραν τέμνει πρὸς ὀρθάς.

βεβάλλοντι· αἱ πέντε ἄρα περιφέρειαι, αἱ ΑΒ· ΒΓ· ΓΔ· ΔΕ· ΕΑ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν·
ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι
αἱ ΑΒ· ΒΓ· ΓΔ· ΔΕ· ΕΑ· ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ
πεντάγωνον· λέγω δή, ὅτι ἐστὶ καὶ ἰσογώνιον· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ περιφέρεια τῇ ΔΕ
περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΒΓΔ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΒΓΔ
περιφέρεια ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒ περιφερείᾳ
ἐστὶν ἴση· καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΑΒΓΔ
γωνίας ἡ ΑΕΔ, ἐπὶ δὲ τῆς ΕΔΓΒ γωνίας
ἡ ΒΑΕ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΕΔ· ΒΑΕ
γωνιῶν ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν ἑκατέρα
τῶν ΑΒΓΔ· ΕΔΓΒ βέβηκεν· ἴσαι ἄρα
εἰσὶν ἀλλήλαις· ὁμοίως δὴ καὶ ἑκάστη τῶν
ΑΒΓ· ΒΓΔ· ΓΔΕ· ΔΕΑ γωνιῶν· ἑκατέρα
τῶν ΑΕΔ· ΒΑΕ γωνιῶν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

+ πέβλημα +

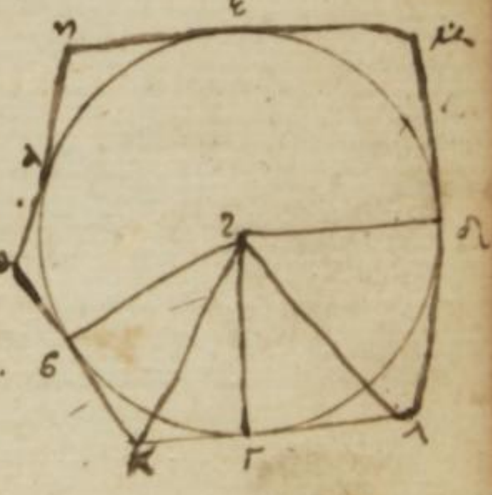
περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.
ἀγέω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον, πεντάγωνον
ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι· νενοήσθω τοῦ ΑΒΓΔΕ κύκλου πεντάγωνον
τὸ ΚΛΜΝΞ, ὥστε ἑκατέραν τῶν ΚΛ· ΛΜ· ΜΝ· ΝΞ· ΞΚ περιφερειῶν, ἑκατέρᾳ
τῶν ΑΒ· ΒΓ· ΓΔ· ΔΕ· ΕΑ περιφερειῶν· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΜ· ΚΝ· ΚΟ· ΛΝ· ΜΞ·
ΝΟ· ΞΟ· καὶ ἐπεὶ ἡμικυκλίου τοῦ ΚΛΜ, ἐπὶ τῆς ΚΜ βέβηκεν ἡ ΚΟΜ γωνία,
ἐπὶ δὲ τῆς ΚΝ βέβηκεν ἡ ΚΛΜ γωνία, καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΚΟΜ· ΚΛΜ
ὀρθή· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΟΜ γωνία τῇ ΚΛΜ γωνίᾳ· καὶ ἐπεὶ ἰσοσκελὲς ἐστὶ τὸ ΚΟΜ
τρίγωνον, ἴση ἐστὶν ἡ ΚΜ εὐθεῖα τῇ ΚΟ εὐθείᾳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΚΝ τῇ ΚΟ
ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΚΜ τῇ ΚΝ ἐστὶν ἴση· αἱ ΚΜ· ΚΝ ἄρα τῶν ΚΛ· ΛΜ· ΜΝ· ΝΞ· ΞΚ
εὐθειῶν ἴσων οὐσῶν, ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ ΚΛΜΝΞ πεντάγωνον· ἰσόπλευρον δὲ καὶ
τὸ ΚΛΜΝΞ πεντάγωνον· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΚΟ τῇ ΚΜ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ΚΜ τῇ ΚΝ· καὶ ἡ ΚΟ
ἄρα τῇ ΚΝ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ δὲ ἡ ΚΟ τῇ ΛΟ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ΚΟ τῇ ΝΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα
τῇ ΝΟ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΝΟ τῇ ΞΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΞΟ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΞΟ
τῇ ΜΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΜΟ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΜΟ τῇ ΚΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΚΟ
ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΟ τῇ ΝΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΝΟ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΝΟ τῇ ΞΟ·
καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΞΟ ἐστὶν ἴση· αἱ ΚΟ· ΛΟ· ΜΟ· ΝΟ· ΞΟ ἄρα εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν·





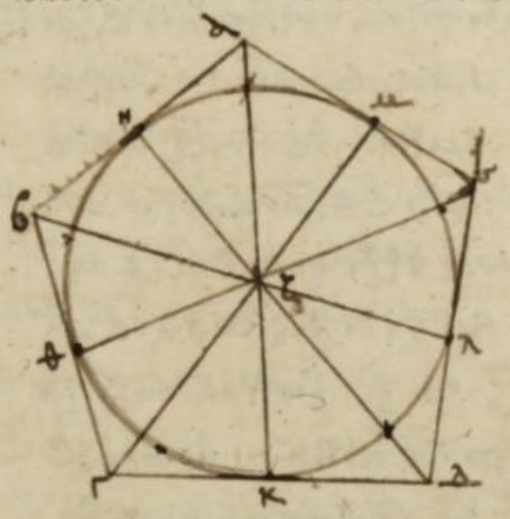
ἐπεὶ οὖν ἰσοσκελὲς ἐστὶ τὸ ΚΛΜ τρίγωνον, καὶ ἐπὶ τῆς ΚΜ βέβηκεν ἡ ΚΟΜ γωνία,
ἐπὶ δὲ τῆς ΚΝ βέβηκεν ἡ ΚΛΜ γωνία, καὶ ἑκατέρα τῶν ΚΟΜ· ΚΛΜ ἐστὶν ἡμίσεια
ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΟΜ γωνία τῇ ΚΛΜ γωνίᾳ· καὶ ἐπεὶ ἰσοσκελὲς ἐστὶ τὸ ΚΟΜ
τρίγωνον, ἴση ἐστὶν ἡ ΚΜ εὐθεῖα τῇ ΚΟ εὐθείᾳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΚΝ τῇ ΚΟ
ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΚΜ τῇ ΚΝ ἐστὶν ἴση· αἱ ΚΜ· ΚΝ ἄρα τῶν ΚΛ· ΛΜ· ΜΝ· ΝΞ· ΞΚ
εὐθειῶν ἴσων οὐσῶν, ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ ΚΛΜΝΞ πεντάγωνον· ἰσόπλευρον δὲ καὶ
τὸ ΚΛΜΝΞ πεντάγωνον· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΚΟ τῇ ΚΜ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ΚΜ τῇ ΚΝ· καὶ ἡ ΚΟ
ἄρα τῇ ΚΝ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ δὲ ἡ ΚΟ τῇ ΛΟ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ΚΟ τῇ ΝΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα
τῇ ΝΟ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΝΟ τῇ ΞΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΞΟ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΞΟ
τῇ ΜΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΜΟ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΜΟ τῇ ΚΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΚΟ
ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΟ τῇ ΝΟ· καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΝΟ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΝΟ τῇ ΞΟ·
καὶ ἡ ΛΟ ἄρα τῇ ΞΟ ἐστὶν ἴση· αἱ ΚΟ· ΛΟ· ΜΟ· ΝΟ· ΞΟ ἄρα εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν·

ιβ



Πολύγωνον εἰς κύκλον ἐγγράψαι καὶ ἀναγράψαι ἴσον τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὃ μὴ ἐστὶ τετράπλευρον.

Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον ὃ μὴ ἐστὶ τετράπλευρον τὸ ΑΒΓΔΕ. δεῖ δὴ εἰς κύκλον ἐγγράψαι καὶ ἀναγράψαι πολύγωνον ἴσον τῷ ΑΒΓΔΕ εὐθυγράμμῳ. ἐπεὶ γὰρ καὶ τὰ ΑΒΓ, ΑΓΔ, ΑΔΕ τρίγωνα ἐγγράψαι εἰς κύκλον ἐστίν, ἐγγεγράφθω καὶ ἔστω τὸ περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλος ὁ ΗΘΚ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον αὐτοῦ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Μ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν ἡ ΗΘΚ περιφέρεια τῇ ΚΛ περιφερείᾳ, ἧς ἡ ΗΚ τῇ ΚΘ ἐστιν ἴση, τῇ δὲ ΚΘ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΛ, καὶ ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΗΚΛ περιφέρεια διπλασία ἐστὶ τῆς ΚΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΛΜΝ περιφέρεια διπλασία ἐστὶ τῆς ΜΝ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΚΛ περιφέρεια τῆς ΚΛ ἐστὶ διπλασία, ἴση δὲ ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ, καὶ ἡ ΗΚΛ ἄρα τῆς ΜΝ ἐστὶ διπλασία. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΗΚΛ τῆς ΗΚ διπλασία· ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΜΝ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΘΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΞΟ, ΟΠ ἐστὶν ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΗΚ ὅλῃ τῇ ΞΠ ἐστὶν ἴση. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΗΚ τῇ ΜΝ ἴση· καὶ ἡ ΜΝ ἄρα τῇ ΞΠ ἐστὶν ἴση. ἐὰν δὲ ἐν κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ ἄρτιον τὸ πλῆθος ὂν τῶν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ, ἡ ὑπὸ τὰς ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ λαμβανομένας γωνίας ἔχουσα τὴν μεταξὺ τῶν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνίαν ὀρθήν ἐστιν· καὶ τὸ πολύγωνον ἄρα τὸ ἐγγραφὲν ἰσόπλευρον ἔσται. καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν ΜΝ, ΞΠ τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση, ἡ ΚΛ δὲ τῇ ΗΚ, καὶ ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΜΝ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΗΚΛ ἄρα περιφέρεια τῇ ΜΝΞΠ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΗΚΛ τῇ ΚΛΜΝ ἴση· καὶ ἡ ΚΛΜΝ ἄρα τῇ ΜΝΞΠ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΝ· ὅλη ἄρα ἡ ΚΛΜΝ ὅλῃ τῇ ΝΜ

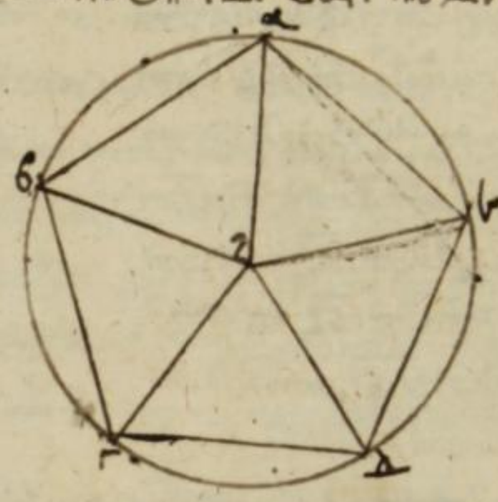

α
β
γ
δ
ε
ζ
η
θ
κ

+ περὶ πενταγώνου +

ιβ

Ἐὰν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον ἐγγραφῇ, ὁ περὶ τὸν κύκλον περιγραφόμενος πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιόν ἐστιν.

ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ, καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον ἐγγεγράφθω τὸ ΑΒΓΔΕ· λέγω, ὅτι καὶ ὁ περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον περιγραφόμενος πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιόν ἐστιν.



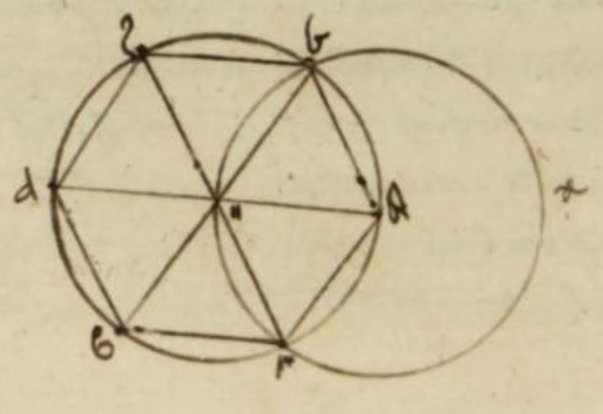
εἰλήφθω γὰρ τὰ Ζ, Η, Θ, Κ, Λ κέντρα τῶν κύκλων, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ, ΖΕ· καὶ ἀπὸ τῶν Ζ, Η, Θ, Κ, Λ ἐπὶ τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Α ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΗΘ, ΘΚ, ΚΛ, ΛΖ. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΖΑ, ΖΒ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΖΗ κοινή, δύο δὴ αἱ ΖΑ, ΖΗ δυσὶ ταῖς ΖΒ, ΖΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΑΗ βάσει τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση· ἐπεὶ ἐὰν τὸ Ζ κέντρῳ τῷ δὲ ΑΗ διαστήματι κύκλος γραφῇ, καὶ διὰ τοῦ Β σημείου ἐλεύσεται· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΑΚ, ΚΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΒΚ, ΚΓ ἴση ἐστίν· καὶ ἔστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ ἴση· αἱ δύο ἄρα αἱ ΑΚ, ΚΒ δυσὶ ταῖς ΒΚ, ΚΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ΑΚΒ γωνίᾳ τῇ ΒΚΓ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΒΓ ἴση ἐστίν· καὶ τὸ ΑΒΚ τρίγωνον τῷ ΒΚΓ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΒΓ· διπλῆ δὲ ἡ ὑπὸ ΚΑΒ τῆς ὑπὸ ΚΑΗ· καὶ ἡ ὑπὸ ΚΒΓ ἄρα τῆς ὑπὸ ΚΑΗ διπλῆ ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΚ, ΒΚΓ, ΚΓΔ, ΓΔΚ, ΔΚΑ διπλῆ ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΚΑΗ· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ ΑΒΚ, ΒΚΓ, ΚΓΔ, ΓΔΚ, ΔΚΑ γωνίαι ἀλλήλαις· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΚΓΔΚ πεντάγωνον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον· ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ ΚΑΒ γωνία διπλῆ ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΚΑΗ, ἡ δὲ ὑπὸ ΚΑΗ τῆς ὑπὸ ΑΔΚ ἐστὶ διπλῆ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΔΚ· καὶ ἡ ὑπὸ ΚΑΒ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΔΚ ἐστὶ διπλῆ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΚ, ΒΚΓ, ΚΓΔ διπλῆ ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΚΓ· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ ΚΑΒ, ΑΔΚ, ΒΚΓ, ΚΓΔ γωνίαι ἀλλήλαις· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΚΓΔΚ πεντάγωνον· ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἐστίν· ὁ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον περιγραφόμενος πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

+ περὶ ἑξαγώνου +

ιγ

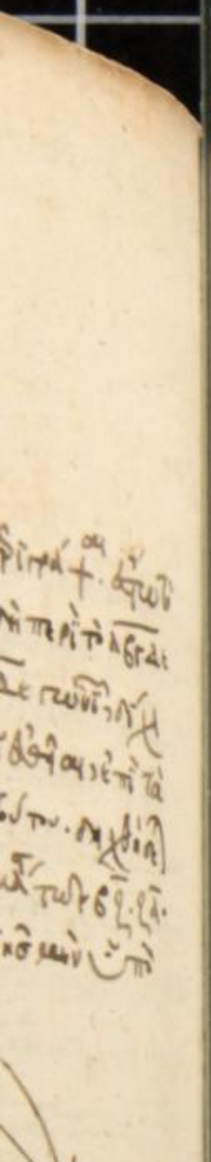
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕΖ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔΕΖ κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.



εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Η, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Η τυχοῦσα εὐθεῖα ἡ ΑΔ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Δ διαστήματι δὲ τῷ ΔΗ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΗΓΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ, ΓΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΔ, ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΓ, ΓΒ, ΒΑ· λέγω, ὅτι ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓΔΕΖ κύκλον.

ἐπεὶ γὰρ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΔ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΗΓΘ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΔΓ· ἀλλὰ ἡ ΗΑ τῇ ΗΔ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ΑΗ ἄρα τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση· πάλιν, ἐπεὶ ἡ ΗΕ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΓ τῇ ΗΑ ἐδείχθη ἴση, καὶ ἡ ΗΕ ἄρα τῇ ΗΑ ἐστὶν ἴση· ἡ ΑΗΕ ἄρα πλευρὰ τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΗ τῇ ΓΗ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΗ τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ΖΗ ἄρα τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΖΗΓ ἄρα πλευρὰ τῇ ΕΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΑ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΑ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ΖΗ ἄρα τῇ ΔΓ



κηε· τῆς γδ· πάλιν ἐπὶ τὴν ΓΔ τὸν μείζονα κύκλον ἴσον ἀφῃρήσθω τὸ ΔΕ· τῆς ΔΕ· δυνάμει ἴση ἔστω ἡ ΓΖ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΔ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ· ἐπὶ γὰρ ἴσων βάσεων τῶν ΑΒ ΓΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις εἰσὶν αἱ ΑΔ ΒΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ, ἔστι δὲ καὶ τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ κύκλου μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, τὸ δὲ ΔΖΓ τρίγωνον τοῦ ΔΖΓ τμήματος ἔλαττον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τμῆμα τοῦ ΔΖΓ τμήματος μεῖζόν ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΔ δύναται τὴν τε ΓΖ καὶ τὴν ΖΔ δυναμένην τὴν ΓΕ· ΓΕ· ὁμοίως δὲ δείξομεν καὶ ὅτι ἡ ΓΔ δύναται τὴν ΓΕ· ΕΔ· ἡ ἄρα ΓΖ τὴν ΓΕ· ΕΔ· ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ· ἡ δὲ ΖΔ τὴν ΑΒ οὐκ ἐλάττων ἐστίν· ἡ ΓΖ ἄρα τὴν ΓΕ· ΕΔ· ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἡ ΓΖ ἄρα τὴν ΓΕ· ΕΔ· ὑπερέχει τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΓΕ· ΕΔ· δυνάμει ἴση· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσα ἐστὶ τῷ ΓΕ· ΕΔ· ἀλλὰ τὸ ΓΕ· ΕΔ· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖα γραμμὴ τμήματος ἐκβληθείσης ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τὸ ἀπὸ τῆς ἐκβληθείσης ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐκτὸς μεταξὺ τῆς τε περιφερείας καὶ τῆς ἐφαπτομένης ἀπολαμβανομένης, ἡ ἐφαπτομένη τὸν κύκλον ἅψεται· ἐὰν γὰρ μὴ ἅπτηται, καὶ ἐκβαλλομένη ἐντὸς πεσεῖται καὶ τεμεῖ τὸν κύκλον· ἔστω πάλιν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ μέρους τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐκβεβλήσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ· τέμνουσα μὲν τὸν κύκλον κατὰ τὰ Β Γ σημεῖα, ἐφαπτομένη δὲ τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ τὸ Δ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΖ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεται μὲν εὐθεῖα ἡ ΕΔ· ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ τὸ Δ ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΔΖ· ἐπὶ τῆς ΔΖ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· τὸ Η· ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ· καὶ διήχθω ἡ ΑΗ ἐπὶ τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΓ· ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΘ διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἡ ΑΓΘ ἄρα ἡμικύκλιόν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΘ· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεται μὲν εὐθεῖα ἡ ΕΔ· ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ τὸ Δ ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΔΖ· ἐπὶ τῆς ΔΖ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· τὸ Η· ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ· καὶ διήχθω ἡ ΑΗ ἐπὶ τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΓ· ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΘ διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἡ ΑΓΘ ἄρα ἡμικύκλιόν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΘ· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεται μὲν εὐθεῖα ἡ ΕΔ· ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ τὸ Δ ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΔΖ· ἐπὶ τῆς ΔΖ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· τὸ Η· ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ· καὶ διήχθω ἡ ΑΗ ἐπὶ τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΓ· ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΘ διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἡ ΑΓΘ ἄρα ἡμικύκλιόν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΘ·

:: ξη κατ τουτ::

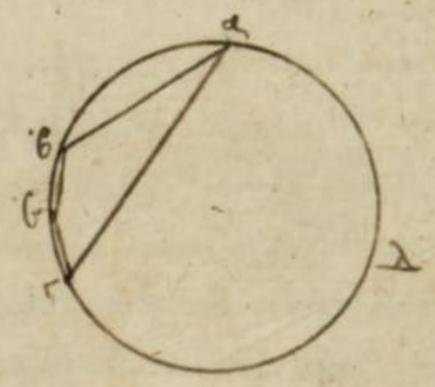
:: ξθ κατ τουτ::

:: ξζ κατ τουτ::

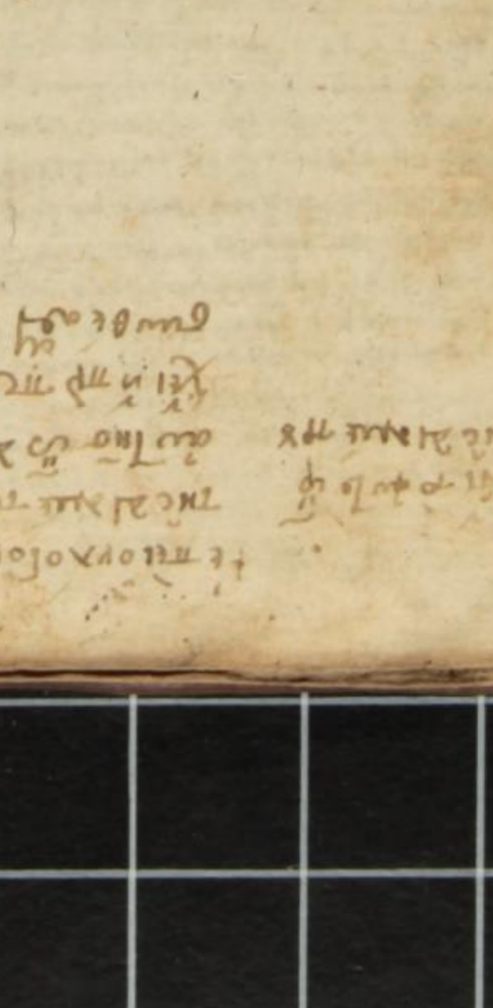
ο΄

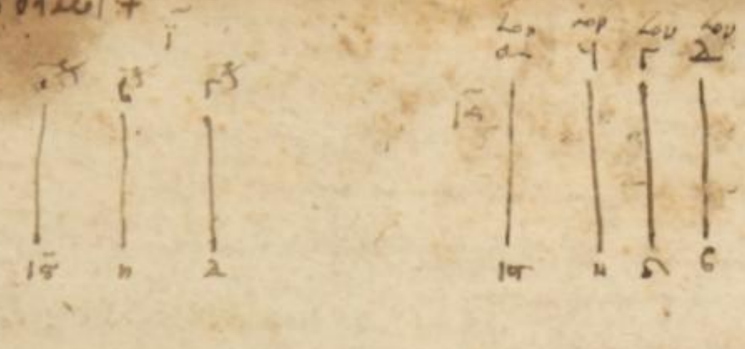
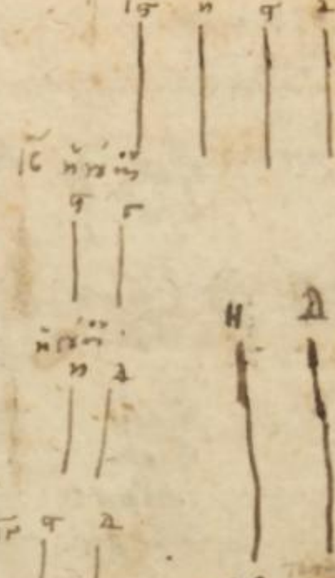
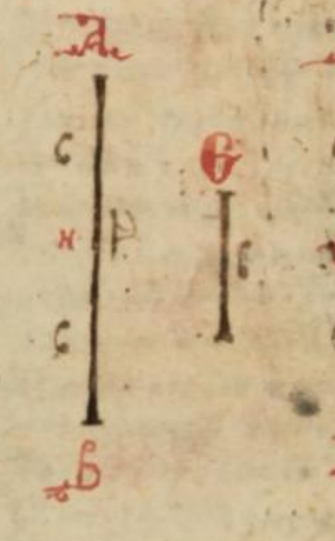
τ

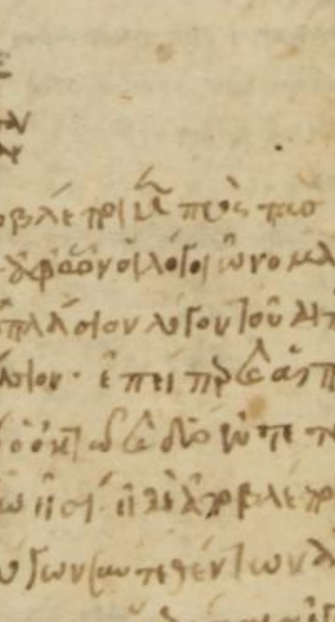
55

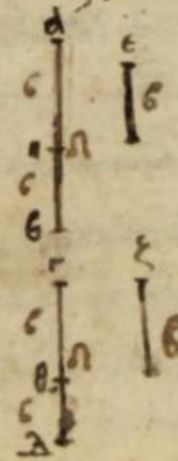

α
β
γ
δ

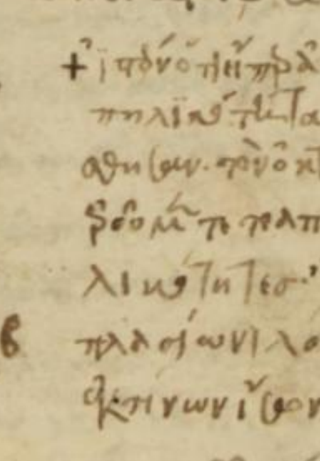
56





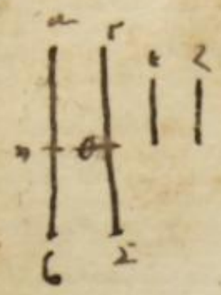






λόγου ἡ τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, οὗ πλάσιον ἄλογον ἐλλείπει ᾧ πρῶτον ὅ τε
ὅταν εἰς τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων μεσότης ἄλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον. περὶ πλάσιον ἄλογον
ἐλλείπεται ᾧ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον. καὶ αὖ τὰ ἑξῆς εἰς πλῆ. ἐὰν δὲ καὶ ἄλογον ᾖ
ὁμόλογον μεῖζον ἢ θ λείπεται, τὰ μὲν ἄκρα μείζονι ἢ πυμῇ ὁμοίως· τὰ δὲ λείποντα μέσῃ τρισὶν ἢ πυμῇ ὁμοίως·
ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶν ὁ ἥμισυ τοῦ ἄκρου μέσῃ, πρὸς τὸ ἔλαττον. καὶ τοῦ ἐλάττονος, πρὸς
τὸ ἔλαττον· καὶ πάλιν λόγος ἐστὶν ὁ ἥμισυ τοῦ ἐλάττονος ἄκρου πρὸς τὸ
ἡμισυ αὐτὸ ἔλαττον· σὺν θέσει λόγου ἐστὶν ὁ ἥμισυ τοῦ ἄκρου μέσῃ τρισὶν ἐλάττονι
ὡς ἐνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἔλαττον· διαιρέσει λόγος ἐστὶν ὁ ἥμισυ τοῦ ἄκρου
ᾧ περιέχει τὸ ἡμισυ τοῦ ἐλάττονος, πρὸς αὐτὸ τὸ ἔλαττον· ιγ΄ ἀναστροφῇ λόγου
ἐστὶν ὁ ἥμισυ τοῦ ἄκρου πρὸς τὸν ὑπερέχοντα, ᾧ ὑπερέχει τὸ ἡμισυ τοῦ ἐλάττονος
τοῦ ἐλάττονος· ὅτι δὲ λόγος ἐστίν, πλάσιον ὄντων μεταβάσεων ἐν ἴσῃ
λοιποῖς ἴσων τὸ πλῆθος, οἷον αὐτῶν ὅλων μεγάθει αὐτῶν πρὸς αὐτὸν λόγων ὃν τὸ
τοῦ πρώτου μεταβάσει, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, ἔστω ἐν τοῖς ὁμοτέροις
μεταβάσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον· ἡ ΑΜ ἀσσ. λῆψις τῶν ΑΜ ἀσσ,
καθ' ὑπόθεσιν ἐν τοῖς αὐτοῖς μέτροις· πάντων δὲ αὐτῶν λόγος ἐστὶν ὁ τῶν ἴσων
ἢ ὑπὸ μείζονος πρὸς τὸ ἔλαττον, οὕτως ἡ ὑπὸ μείζονος πρὸς τὸ ἔλαττον· ἡ δὲ ΑΜ
ἀσσ ἐλάττονος πρὸς ΑΜ ὁτιοῦν, ἔστω ἡ ΑΜ ἐλάττων πρὸς ΑΜ ὁτιοῦν· τετραπλασίων δὲ
ἐστὶν ὁ τῶν ἴσων μεταβάσεων, ἐὰν ἐν ἴσοις ἴσων μεταβάσεων ᾖ τὸ πλῆθος,
πάντα μὲν ὡσαύτως ἐν τοῖς πρώτοις μεταβάσι πυμῇ ἐλάττονος πρὸς ἔλαττον, ἔστω ἐν τοῖς
ὁμοτέροις μεταβάσι πυμῇ ἐλάττονος πρὸς ἔλαττον· ἐστω δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεταβάσι
πυμῇ ἐλάττονος πρὸς ΑΜ ὁτιοῦν, ἔστω ἐν τοῖς ὁμοτέροις ΑΜ ὁτιοῦν πρὸ πυμῆς ἐλάττονος· +
ἐὰν δὴ ὁπόσα οὖν μεταβάσεων, ὁπόσων ὢν μεταβάσεων ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἴσον
πολλαπλάσιον, ὁπόσα πλάσιον ἐστὶν ἓν τῶν μεταβάσεων ἑνὸς, τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ πᾶν
τοῦ πάντος· + ὁπόσα οὖν μεταβάσεων, τὰ ΑΒ, ΓΔ· ὁπόσων οὖν μεταβάσεων τῶν ΕΖ, ἴσων
τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἴσον πολλαπλάσιον· λέγω ὅτι ὁπόσα πλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒ
τοῦ Ε, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ ΑΒ ΓΔ, τῶν ΕΖ· ἐπεὶ γὰρ ἴσων πολλαπλάσιον
τὸ ΑΒ τοῦ Ε, καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ· ὅσα ἄρα ἐν τῷ ΑΒ μεταβάσεις εἰσὶν ἴσαι τοῖς ἐν τῷ ΓΔ, ἴσα καὶ

πολλαπλάσια ἔσται καὶ τὰ ΑΒ ΓΔ τῶν Ε Ζ· ὁπόσα οὖν μεταβάσεων τὰ ΑΒ ΓΔ, τῶν ΕΖ, ἴσων
τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἴσον πολλαπλάσιον· ὁπόσα πλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Ε, τοσαυταπλάσια
ἔσται καὶ τὰ ΑΒ ΓΔ τῶν ΕΖ· ἴσον δὲ ἐν τῷ ΑΒ τοῖς ἐν τῷ ΓΔ· ἴσα καὶ ἐν τοῖς πρώτοις
μεταβάσι πυμῇ ἐλάττονος πρὸς ἔλαττον, ἔστω ἐν τοῖς ὁμοτέροις ΑΜ ὁτιοῦν πρὸ πυμῆς ἐλάττονος· +
ἐὰν δὴ ὁπόσα οὖν μεταβάσεων, ὁπόσων ὢν μεταβάσεων ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἴσον
πολλαπλάσιον, ὁπόσα πλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεταβάσεων ἑνὸς, τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ πᾶν
τοῦ πάντος· + ὁπόσα οὖν μεταβάσεων, τὰ ΑΒ, ΓΔ· ὁπόσων οὖν μεταβάσεων τῶν ΕΖ, ἴσων
τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἴσον πολλαπλάσιον· λέγω ὅτι ὁπόσα πλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒ
τοῦ Ε, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ ΑΒ ΓΔ



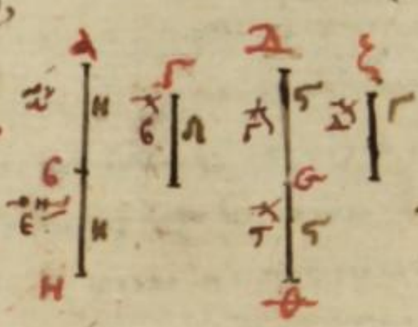
ἀξίωμα α

ἀξίωμα β

ἐννοεῖν δὲ καὶ τοῦτο

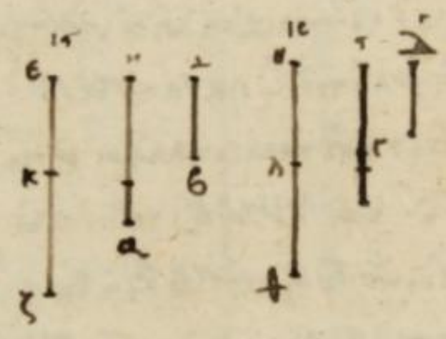
$\overline{\beta}$ $\overline{\beta}$

λβ, ἴσα δὲ τῶν ε μετρεθήσεται, τὰ δ, ηβ· τὸ δὲ γ, ἴσα τῶν ζ, ἴσα δὲ τῶν ζ, τὰ γ θ, θδ· ὥστε καὶ τὸ πλῆθος τῶν γ θ θδ τῶν λε, ηβ· καὶ ἐπεὶ τὸν αὐτὸν ἀφῄρηται τὸ μεὶ δ ηβ τὸ δὲ γ θ τῶν ζ, ἴσον ἄρα ἀφῄρηται τὸ δ ηβ, καὶ τὰ δ η γ θ, τριῶν ἐστί· ὅσα ἄρα ἀφῄρηται μονὰς τὸν αὐτὸν τὰ ηβ, τριῶν ἐστί· καὶ τὰ ηβ θδ, τριῶν ἐστί· ὅσα ἄρα ἀφῄρηται μονὰς τὸν αὐτὸν ζ ἴσα ταῦτα καὶ ἐν τοῖσδε ηβ γδ, ἴσα τοῖσδε ἐστί· ὅσα πολλαπλάσια ἄρα ἐστὶ τὸ δ ηβ τῶν ε, τοσαυταπλάσια καὶ τὰ δ η γδ τῶν ε ἐστί· ἐὰν ἄρα ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὅσα πολλαπλάσιόν ἐστιν ἑνὸς τῶν μεγεθῶν ἑνὸς, τοσαῦτα πολλαπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων ὅπερ ἔδει δεῖξαι ✠

Ἐὰν, πρῶτον ὁποσαοῦν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τοσαυτοῦν, ἑνὸς πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ σύνθετον ἄρα πρῶτον καὶ ἐπιμέτρου δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου· ἐὰν ἄρα πρῶτον τὸ δ ηβ, δεύτερον τοῦ ε, ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ δ η γδ τοῦ ε, τετάρτου τοῦ ζ· ἐπιμέτρου δὲ τοῦ ηβ, δευτέρου τοῦ ε, ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ θβ, τετάρτου τοῦ ζ· λέγω ὅτι καὶ σύνθετον πρῶτον καὶ ἐπιμέτρου δευτέρου τὸ δ ηβ θβ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ δ η γδ, καὶ ἕκτον τὸ θβ, τετάρτου τοῦ ζ·

ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ δ ηβ τοῦ ε, καὶ τὸ δ η γδ τοῦ ζ· ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ δ ηβ ἴσα τῷ ε, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ δ η γδ ἴσα τῷ ζ· διῃρήσθω τὸ μὲν δ ηβ εἰς τὰ δ η, η β, ἴσα τῷ ε, τὸ δὲ δ η γδ εἰς τὰ δ η, η γ, ἴσα τῷ ζ· ἔστιν ἄρα ἴσον τὸ πλῆθος τῶν δ η, η β τῷ πλήθει τῶν δ η, η γ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ δ η τῷ δ η, κοινὸν προσκείσθω τὸ η β, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ δ ηβ τῷ δ η γ· ἔστιν ἄρα ὁποσαπλάσιόν ἐστι τὸ δ η τοῦ δ η, τοσαυταπλάσιον καὶ τὸ δ ηβ τοῦ δ η γ· ἐπιμέτρου δὲ τοῦ δ η, δευτέρου τοῦ δ η, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ θβ, τετάρτου τοῦ ζ· ὁποσαπλάσιόν ἐστι τὸ δ η τοῦ δ η, τοσαυταπλάσιον καὶ τὸ δ ηβ θβ τοῦ δ η γ· ἀλλὰ τὸ δ η τοῦ δ η, ἐστὶν ὁποσαπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ δ η γδ τοῦ ε, τοῦ ζ· καὶ τὸ δ ηβ θβ ἄρα τοῦ δ η γ, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ δ η γδ τοῦ ε, τοῦ ζ· ὁποσαπλάσιόν ἐστιν ἓν μέρος τὸ δ η γ τοῦ δ ηβ θβ, τοσαυταπλάσιον καὶ τὸ δ η γδ τοῦ ε, τοῦ ζ· ὁποσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ δ η γ τοῦ δ ηβ θβ, τοσαυταπλάσιον καὶ ὅλον τὸ δ η γδ τοῦ ε, τοῦ ζ· ὁποσαπλάσιόν ἐστιν ἀφαιρεθὲν τὸ δ η τοῦ δ η, τοσαυταπλάσιον καὶ τὸ λοιπὸν τὸ β θ τοῦ λοιποῦ τοῦ γδ· ὁποσαπλάσιόν ἐστιν ἄρα τὸ δ η τοῦ δ η, τοσαυταπλάσιον καὶ τὸ ὅλον τὸ δ ηβ θβ τοῦ ε, τοῦ ζ· ἴσον δὲ τὸ δ η τῷ ε· ἴσον ἄρα καὶ τὸ δ ηβ θβ τῷ ε, τοῦ ζ· ἐὰν ἄρα πρῶτον ὁποσαοῦν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τοσαυτοῦν, ἑνὸς πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ σύνθετον ἄρα πρῶτον καὶ ἐπιμέτρου δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου· ἐὰν ἄρα πρῶτον τὸ δ ηβ, δεύτερον τοῦ ε, ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ δ η γδ τοῦ ε, τετάρτου τοῦ ζ· ἐπιμέτρου δὲ τοῦ ηβ, δευτέρου τοῦ ε, ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ θβ, τετάρτου τοῦ ζ· ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τρίτου, καὶ ἐπιμέτρου δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι ✠ + + +

γ

Ἐὰν πρῶτος δευτέρου ἴσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, ὡς τρίτος τετάρτου· καὶ ἀφαιρεθεὶς ἴσάκις ἔσται πολλαπλάσιος τοῦ πρώτου καὶ τρίτου· καὶ ἐσόμενοι τῶν ἀφαιρεθέντων ἑκάτερος ἑκατέρου ἴσάκις ἔσται πολλαπλάσιος· τὸ μὲν τοῦ δευτέρου· τὸ δὲ τοῦ τετάρτου. πρῶτος γὰρ τὸ ε. δευτέρου τοῦ ζ, ἴσάκις ἔστω πολλαπλάσιος· ὡς τρίτος τὸ η. τετάρτου τοῦ θ· καὶ ἀφῃρήσθω τῶν μὲν αε, ἴσάκις πολλαπλάσιος ἔστω ἡ εκ τοῦ ζ· λέγω ὅτι ἴσάκις ἔστι καὶ ἡ κη τοῦ θ· τὸ αὐτὸ γὰρ ἔσται πολλαπλάσιος ἡ εκ τοῦ ζ· καὶ τὸ κη τοῦ θ· ἐπεὶ γὰρ ἴσάκις ἔστιν ἡ εκ τοῦ ζ· καὶ τὸ η τοῦ θ· ἔστω δὴ τῶν μὲν εκ καὶ η ἰσάκις πολλαπλάσιος ἡ εκ τοῦ ζ· καὶ τὸ η τοῦ θ· ἴσα δὴ ἔστω τὰ εκ καὶ η· ἀφῃρήσθω τῶν μὲν εκ ἡ εα· τοῦ ζ· τῶν δὲ η ἡ ηλ· τοῦ θ· ἴσάκις ἄρα ἐστὶν ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἔστω δὴ ἴσάκις ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἔστω δὴ ἴσάκις ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· καὶ ἐπεὶ ἴσάκις ἐστὶν ἡ εκ τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἴσον τὸ μὲν εκ τοῖς εα καὶ ηλ· τὸ δὲ η τοῖς ηλ καὶ ηλ· ἴσάκις ἄρα ἐστὶν ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἔστω δὴ ἴσάκις ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· καὶ ἐπεὶ ἴσάκις ἐστὶν ἡ εκ τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἴσάκις δὲ καὶ ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· καὶ ἄρα ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἴσάκις ἔσται καὶ ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ κη τοῦ θ· ἐπεὶ οὖν πρῶτος ἡ εα δευτέρου τοῦ ζ· ἴσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιος καὶ τρίτος τὸ ηλ· τετάρτου τοῦ θ· ἔστι δὲ καὶ πέμπτον τὸ εη· πρώτου τοῦ ζ· ἴσάκις πολλαπλάσιον· καὶ ἕκτον τὸ κη· τετάρτου τοῦ θ· ἴσάκις ἔστι πολλαπλάσιον· καὶ σύνθετον ἄρα πρῶτος ἡ εα καὶ πέμπτον τὸ εη· δευτέρου τοῦ ζ· ἴσάκις πολλαπλάσιον· καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ κη· τετάρτου τοῦ θ· ἴσάκις ἔσται πολλαπλάσιον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



τῶν ἴσάκις πολλαπλασίων, καθ' ὃν λόγον ἐστὶ πολλαπλασία

δ

Ἐὰν πρῶτος τρίτου ἴσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, καὶ δεύτερος τετάρτου· καὶ ἀφαιρεθεὶς ἴσάκις ἔσται πολλαπλάσιος τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου· καὶ ἐσόμενοι τῶν ἀφαιρεθέντων ἑκάτερος ἑκατέρου ἴσάκις ἔσται πολλαπλάσιος· τὸ μὲν τοῦ δευτέρου· τὸ δὲ τοῦ τετάρτου. πρῶτος γὰρ τὸ ε. τρίτου τοῦ ζ· ἴσάκις ἔστω πολλαπλάσιος· καὶ δεύτερος τὸ η. τετάρτου τοῦ θ· καὶ ἀφῃρήσθω τῶν μὲν εκ ἡ εα· τοῦ ζ· τῶν δὲ η ἡ ηλ· τοῦ θ· λέγω ὅτι ἴσάκις ἐστὶν ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἐπεὶ γὰρ ἴσάκις ἐστὶν ἡ εκ τοῦ ζ· καὶ τὸ η τοῦ θ· ἔστω δὴ τῶν μὲν εκ καὶ η ἰσάκις πολλαπλάσιος ἡ εκ τοῦ ζ· καὶ τὸ η τοῦ θ· ἴσα δὴ ἔστω τὰ εκ καὶ η· ἀφῃρήσθω τῶν μὲν εκ ἡ εα· τοῦ ζ· τῶν δὲ η ἡ ηλ· τοῦ θ· ἴσάκις ἄρα ἐστὶν ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἔστω δὴ ἴσάκις ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· καὶ ἐπεὶ ἴσάκις ἐστὶν ἡ εκ τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἴσον τὸ μὲν εκ τοῖς εα καὶ ηλ· τὸ δὲ η τοῖς ηλ καὶ ηλ· ἴσάκις ἄρα ἐστὶν ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἔστω δὴ ἴσάκις ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· καὶ ἐπεὶ ἴσάκις ἐστὶν ἡ εκ τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἴσάκις δὲ καὶ ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· καὶ ἄρα ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ ηλ τοῦ θ· ἴσάκις ἔσται καὶ ἡ εα τοῦ ζ· καὶ ἡ κη τοῦ θ· ἐπεὶ οὖν πρῶτος ἡ εα δευτέρου τοῦ ζ· ἴσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιος καὶ τρίτος τὸ ηλ· τετάρτου τοῦ θ· ἔστι δὲ καὶ πέμπτον τὸ εη· πρώτου τοῦ ζ· ἴσάκις πολλαπλάσιον· καὶ ἕκτον τὸ κη· τετάρτου τοῦ θ· ἴσάκις ἔστι πολλαπλάσιον· καὶ σύνθετον ἄρα πρῶτος ἡ εα καὶ πέμπτον τὸ εη· δευτέρου τοῦ ζ· ἴσάκις πολλαπλάσιον· καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ κη· τετάρτου τοῦ θ· ἴσάκις ἔσται πολλαπλάσιον· καὶ ἐπεὶ δύο μεγέθη τὰ εκ καὶ η· δευτέρου τοῦ ζ· ἴσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον· καὶ ἀφῃρήσθω τὰ εα καὶ ηλ· τετάρτου τοῦ θ· ἴσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον· καὶ ἐσόμενοι τῶν ἀφαιρεθέντων ἑκάτερος ἑκατέρου ἴσάκις ἔσται πολλαπλάσιος· τὸ μὲν τοῦ δευτέρου· τὸ δὲ τοῦ τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε

Ἐὰν πρῶτος τοῦ τρίτου μέρος ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος τοῦ αὐτοῦ ἐνάλλον· καὶ τρίτος τοῦ τετάρτου τὸ αὐτὸ μέρος ᾖ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος τοῦ αὐτοῦ ἐνάλλον· καὶ τὸ λοιπὸν πρῶτος τοῦ δευτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται καὶ τρίτος τοῦ τετάρτου· καὶ ὅλος πρῶτος ὅλου τοῦ δευτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται καὶ τρίτος τοῦ τετάρτου· καὶ ὅλος πρῶτος ὅλου τοῦ δευτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τρίτος τοῦ τετάρτου· πρῶτος γὰρ τὸ αβ· τρίτου τοῦ γδ· τὸ αὐτὸ μέρος ἔστω ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος τοῦ αὐτοῦ ἐνάλλον· καὶ τρίτος τὸ εβ· τετάρτου τοῦ ζδ· τὸ αὐτὸ μέρος ἔστω ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος τοῦ αὐτοῦ ἐνάλλον· καὶ τὸ λοιπὸν ἄρα πρῶτος τὸ αε· δευτέρου τοῦ γζ· τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τρίτος τὸ εβ· τετάρτου τοῦ ζδ· λέγω ὅτι καὶ ὅλος πρῶτος τὸ αβ· δευτέρου τοῦ γζ· τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τρίτος τὸ εβ· τετάρτου τοῦ ζδ· ὅσον γάρ ἐστι τὸ αε· τοῦ γζ· τοσοῦτον ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ αβ· τὸ αη· ἀπὸ δὲ τοῦ γδ· τὸ εθ· ἔστιν ἄρα καὶ τὸ λοιπὸν τὸ εβ· τοῦ λοιποῦ τοῦ ηβ· τὸ αὐτὸ μέρος ὃ τὸ αε· τοῦ γζ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς τὸ αε· πρὸς τὸ γζ· οὕτως ἀφῃρήσθω τὸ αη· τοῦ εθ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ λοιπὸν τὸ εβ· πρὸς τὸ λοιπὸν τὸ ηβ· οὕτως τὸ αε· πρὸς τὸ γζ· ἀλλὰ τὸ αε· τοῦ γζ· ἐστὶ τὸ αὐτὸ μέρος ὃ τὸ εβ· τοῦ ζδ· καὶ τὸ εβ· ἄρα τοῦ ζδ· τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τὸ λοιπὸν τὸ ηβ· τοῦ λοιποῦ τοῦ γδ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛ

Ἐὰν πρῶτος τοῦ δευτέρου πολλαπλάσιον μέρος ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος τοῦ αὐτοῦ ἐνάλλον· καὶ τρίτος τοῦ τετάρτου τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ᾖ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος τοῦ αὐτοῦ ἐνάλλον· καὶ τὸ λοιπὸν πρῶτος τοῦ δευτέρου τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ἔσται καὶ τρίτος τοῦ τετάρτου· καὶ ὅλος πρῶτος ὅλου τοῦ δευτέρου τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ἔσται καὶ τρίτος τοῦ τετάρτου· καὶ ὅλος πρῶτος ὅλου τοῦ δευτέρου τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ἐστὶ καὶ τρίτος τοῦ τετάρτου· πρῶτος γὰρ τὸ αβ· δευτέρου τοῦ γ· τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ἔστω ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος τοῦ αὐτοῦ ἐνάλλον· καὶ τρίτος τὸ εβ· τετάρτου τοῦ ζ· τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ἔστω ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος τοῦ αὐτοῦ ἐνάλλον· καὶ τὸ λοιπὸν ἄρα πρῶτος τὸ αε· δευτέρου τοῦ γ· τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ἐστὶ καὶ τρίτος τὸ εβ· τετάρτου τοῦ ζ· λέγω ὅτι καὶ ὅλος πρῶτος τὸ αβ· δευτέρου τοῦ γ· τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ἐστὶ καὶ τρίτος τὸ εβ· τετάρτου τοῦ ζ· ὅσον γάρ ἐστι τὸ αε· τοῦ γ· τοσοῦτον ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ αβ· τὸ αη· ἀπὸ δὲ τοῦ ζ· τὸ εθ· ἔστιν ἄρα καὶ τὸ λοιπὸν τὸ εβ· τοῦ λοιποῦ τοῦ ηβ· τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ὃ τὸ αε· τοῦ γ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς τὸ αε· πρὸς τὸ γ· οὕτως ἀφῃρήσθω τὸ αη· τοῦ εθ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ λοιπὸν τὸ εβ· πρὸς τὸ λοιπὸν τὸ ηβ· οὕτως τὸ αε· πρὸς τὸ γ· ἀλλὰ τὸ αε· τοῦ γ· ἐστὶ τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ὃ τὸ εβ· τοῦ ζ· καὶ τὸ εβ· ἄρα τοῦ ζ· τὸ αὐτὸ πολλαπλάσιον μέρος ἐστὶ καὶ τὸ λοιπὸν τὸ ηβ· τοῦ λοιποῦ τοῦ γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ

Ἐὰν πρῶτος τρίτου ἴσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, καὶ δεύτερος τετάρτου· καὶ ἀφαιρεθεὶς ἴσάκις ἔσται πολλαπλάσιος τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου· καὶ ἐσόμενοι τῶν ἀφαιρεθέντων ἑκάτερος ἑκατέρου ἴσάκις ἔσται πολλαπλάσιος· τὸ μὲν τοῦ δευτέρου· τὸ δὲ τοῦ τετάρτου· ὅπερ δεῖ πολλάκις

ζ

Ἐὰν πρῶτος πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον· καὶ τρίτος πρὸς τέταρτον· καὶ τὸ ἴσάκις πολλαπλάσιον πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὸ ἴσάκις πολλαπλάσιον δευτέρου καὶ τετάρτου κατὰ τὸ ὑπάρχον πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον· τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ἑκάτερον πρὸς ἑκάτερον· πρῶτος γὰρ τὸ α· πρὸς δεύτερον τὸν β· τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον· καὶ τρίτος τὸ γ· πρὸς τέταρτον τὸν δ· καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν α γ· ἴσάκις πολλαπλάσια τὰ ε ς· τῶν δὲ β δ· ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἴσάκις πολλαπλάσια τὰ ζ η· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ε· πρὸς τὸ ζ· οὕτως τὸ ς· πρὸς τὸ η· εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ε ς· ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ θ ι· τῶν δὲ ζ η· ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ κ λ· καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν ε· τοῦ α· καὶ τὸ ς· τοῦ γ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α· πρὸς τὸ ε· οὕτως τὸ γ· πρὸς τὸ ς· καὶ ἐπεὶ πάλιν ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν ε· τοῦ α· καὶ τὸ ς· τοῦ γ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α· πρὸς τὸ ε· οὕτως τὸ γ· πρὸς τὸ ς· ἐπεὶ δὲ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν ε· τοῦ α· καὶ τὸ ς· τοῦ γ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α· πρὸς τὸ ε· οὕτως τὸ γ· πρὸς τὸ ς· πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν θ· τοῦ ε· καὶ τὸ ι· τοῦ ς· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ε· πρὸς τὸ θ· οὕτως τὸ ς· πρὸς τὸ ι· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ α· πρὸς τὸ ε· οὕτως τὸ γ· πρὸς τὸ ς· καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ α· πρὸς τὸ θ· οὕτως τὸ γ· πρὸς τὸ ι· πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν ζ· τοῦ β· καὶ τὸ η· τοῦ δ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ β· πρὸς τὸ ζ· οὕτως τὸ δ· πρὸς τὸ η· ἐπεὶ δὲ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν ζ· τοῦ β· καὶ τὸ η· τοῦ δ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ β· πρὸς τὸ ζ· οὕτως τὸ δ· πρὸς τὸ η· πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν κ· τοῦ ζ· καὶ τὸ λ· τοῦ η· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ζ· πρὸς τὸ κ· οὕτως τὸ η· πρὸς τὸ λ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ β· πρὸς τὸ ζ· οὕτως τὸ δ· πρὸς τὸ η· καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ β· πρὸς τὸ κ· οὕτως τὸ δ· πρὸς τὸ λ· ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ α β γ· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος ἃ ἀνὰ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστίν· ἔστιν ἄρα καὶ ἐν τῇ ἐξ ἴσου ἀναλογίᾳ· εἰ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ α· πρὸς τὸ γ· οὕτως τὸ ε· πρὸς τὸ ς· ἐστὶν ὡς τὸ α· πρὸς τὸ γ· οὕτως τὸ θ· πρὸς τὸ ι· καὶ ὡς ἄρα τὸ ε· πρὸς τὸ ς· οὕτως τὸ θ· πρὸς τὸ ι· πάλιν ἐπεὶ τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ β γ δ· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος ἃ ἀνὰ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστίν· ἔστιν ἄρα καὶ ἐν τῇ ἐξ ἴσου ἀναλογίᾳ· εἰ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ β· πρὸς τὸ γ· οὕτως τὸ ζ· πρὸς τὸ η· ἐστὶν ὡς τὸ γ· πρὸς τὸ δ· οὕτως τὸ η· πρὸς τὸ λ· καὶ ὡς ἄρα τὸ β· πρὸς τὸ δ· οὕτως τὸ ζ· πρὸς τὸ λ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ α· πρὸς τὸ γ· οὕτως τὸ ε· πρὸς τὸ ς· καὶ ὡς ἄρα τὸ α· πρὸς τὸ β· οὕτως τὸ ε· πρὸς τὸ ζ· καὶ ὡς τὸ γ· πρὸς τὸ δ· οὕτως τὸ ς· πρὸς τὸ η· ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ ε ζ η· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος ἃ ἀνὰ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστίν· ἔστιν ἄρα καὶ ἐν τῇ ἐξ ἴσου ἀναλογίᾳ· εἰ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ε· πρὸς τὸ ζ· οὕτως τὸ θ· πρὸς τὸ κ· ἐστὶν ὡς τὸ ζ· πρὸς τὸ η· οὕτως τὸ κ· πρὸς τὸ λ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ε· πρὸς τὸ η· οὕτως τὸ θ· πρὸς τὸ λ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ α· πρὸς τὸ γ· οὕτως τὸ ε· πρὸς τὸ ς· καὶ ὡς ἄρα τὸ α· πρὸς τὸ γ· οὕτως τὸ θ· πρὸς τὸ ι· καὶ ὡς τὸ γ· πρὸς τὸ δ· οὕτως τὸ ς· πρὸς τὸ η· καὶ ὡς ἄρα τὸ γ· πρὸς τὸ δ· οὕτως τὸ ι· πρὸς τὸ λ· ἐπεὶ οὖν τέσσαρα μεγέθη ἐστὶ τὰ α γ δ· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος ἃ ἀνὰ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστίν· ἔστιν ἄρα καὶ ἐν τῇ ἐξ ἴσου ἀναλογίᾳ· εἰ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ α· πρὸς τὸ γ· οὕτως τὸ θ· πρὸς τὸ ι· ἐστὶν ὡς τὸ γ· πρὸς τὸ δ· οὕτως τὸ ι· πρὸς τὸ λ· καὶ ὡς ἄρα τὸ α· πρὸς τὸ δ· οὕτως τὸ θ· πρὸς τὸ λ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ β· πρὸς τὸ δ· οὕτως τὸ ζ· πρὸς τὸ λ· καὶ ὡς ἄρα τὸ α· πρὸς τὸ β· οὕτως τὸ θ· πρὸς τὸ ζ· καὶ ὡς τὸ β· πρὸς τὸ δ· οὕτως τὸ ζ· πρὸς τὸ λ

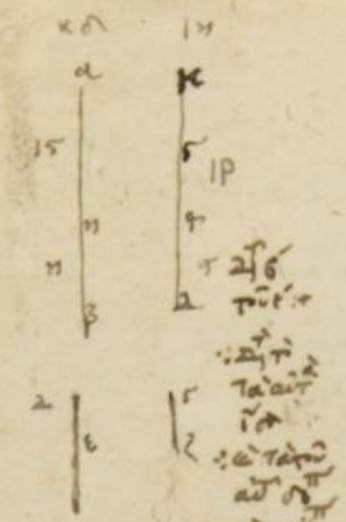
βα. ἀλλὰ εἴτις ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΑΒ. ΓΔ, ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ τὰ ΕΖ, ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ ΓΔ τὰ ΗΘ, καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν ΕΖ, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΚΛ. τῶν δὲ ΗΘ ἀλλα εἴτις ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ μν. καὶ εἰ μὲν ἰσάκις ἐστὶ, πολλα-
πλάσιον τὸ μὲν ΚΛ τοῦ ΕΖ, τοσοῦτον καὶ τὸ μν τοῦ ΗΘ. καὶ εἰλήφθω τῶν ΚΛ, μν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ξο, πρ. καὶ ἔτι τῶν ΕΖ, ΗΘ ἄλλα εἴτις ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ σ, τ. καὶ ἔτι τῶν ΚΛ, μν ἄλλα εἴτις ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ υφ, χψ. καὶ ἔτι τῶν ΕΖ, ΗΘ ἄλλα εἴτις ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ω, αα. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΚΛ τοῦ ΕΖ, καὶ τὸ μν τοῦ ΗΘ. καὶ εἴληπται τῶν μὲν ΚΛ, μν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ξο, πρ. τῶν δὲ ΕΖ, ΗΘ ἄλλα εἴτις ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ σ, τ. ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ ξο τοῦ σ πολλαπλάσιον, τὸ αὐτὸ καὶ τὸ πρ τοῦ τ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ξο τῷ πρ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ξο τῶν ΚΛ, μν ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ ΚΛ τὰ ΕΖ· τὸ δὲ πρ τῶν ΗΘ, ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ μν τὰ ΕΖ. ἐὰν ἄρα ὑπερέχῃ τὸ ΚΛ τοῦ μν, ὑπερέξει καὶ τὸ ΕΖ τοῦ ΗΘ, καὶ ἐὰν ἴσον, ἴσον, καὶ ἐὰν ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν ΚΛ, μν τῶν ΕΖ, ΗΘ ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ ξο, πρ τῶν αὐτῶν ΕΖ, ΗΘ ἄλλα εἴτις ἰσάκις πολλαπλάσια. τὰ ξο ἄρα, πρ τῶν ΚΛ, μν ἐστὶν ἄλλα εἴτις ἰσάκις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Κ πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Ζ, καὶ τὸ μ πρὸς τὸ Η, οὕτως τὸ ν πρὸς τὸ Θ. ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. καὶ ὡς ἄρα τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Κ πρὸς τὸ Ε, καὶ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ μ πρὸς τὸ Η. ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Α, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Κ, καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ μ. ἐὰν ἄρα μεγέθη ἰσάκις πολλαπλάσια ὑπερέχῃ τὰ ΚΛ, μν τῶν ΕΖ, ΗΘ ἰσάκις πολλαπλασίων, ὑπερέχ

τὸ αε, ἀφαιρεθὲν τοῦ ρξ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ εβ, λοιποῦ τοῦ ξα ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ λδ ὅλου τοῦ ρα· ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ αε τοῦ ρξ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ εβ, τοῦ ρη· καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ εβ τοῦ ρη, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ λδ, τοῦ ηξ· κεῖται δὲ καὶ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ λε τοῦ ρξ, καὶ τὸ λδ, τοῦ ρα· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ λδ, ἑκατέρου τῶν ηξ, ρα· ἴσον ἄρα τὸ ηξ, τῷ ρα· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ρξ· λοιπὸν ἄρα τὸ ηξ, λοιπῷ τῷ αξ, ἴσον ἐστί· καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ εβ, τοῦ ηξ, ἴσον δὲ τὸ ηξ τῷ αξ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ εβ τοῦ αξ· ἰσάκις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ λδ, τοῦ ρα· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ εβ, λοιποῦ τοῦ ξα ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ λδ ὅλου τοῦ ρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

+ θεωρημα +

ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἢ τοιαῦτα ἢ ἴσα τοῖς αὐτοῖς, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἢ τοιαῦτα ἢ ἴσα ἔσται· δύο γὰρ μεγέθη τὰ λδ· ρα, δύο δὲ μεγέθη τῶν ηξ, ξα, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· καὶ ἀφῃρέθη τὰ λε· ρξ, τοσαῦτα αὐτῶν τοῦτο ηξ, ξα ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· λέγω ὅτι καὶ λοιπὰ τὰ εβ, τοῖς ξα ἤτοι ἴσα ἐστὶν αὐτοῖς ἢ τοιαῦτα ἢ ἴσα ἔσται πολλαπλάσια· ὁποσαπλάσιον γὰρ τὸ εβ τοῦ ρξ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ θβ τοῦ ηξ, ἴσον δὲ τὸ θβ τῷ αξ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ εβ τοῦ ηξ, ἴσον δὲ τὸ θβ τῷ αξ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ θβ τοῦ ηξ· καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ λδ, τοῦ ρα· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ εβ, λοιποῦ τοῦ ξα ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ λδ ὅλου τοῦ ρα· ἴσον δὲ τὸ εβ τῷ θβ· καὶ τὸ θβ ἄρα τοῦ ηξ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, καὶ τὸ εβ τοῦ ξα· ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ εβ τοῦ ξα, καὶ τὸ θβ τοῦ ηξ· ἐὰν ἄρα ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ὁσαπλάσιον ᾖ, ὁσαπλάσιόν ἐστιν καὶ τὸ ὅλον τοῦ ὅλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι· + + θεωρημα + +

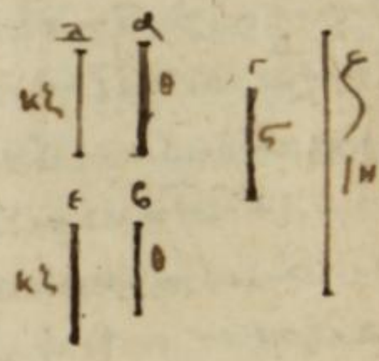
ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν αὐτοῖς ἢ ἰσάκις ἐστὶν αὐτῶν πολλαπλάσια· δύο γὰρ μεγέθη τὰ λδ· ρα, δύο δὲ μεγέθη τῶν ηξ, ξα, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· καὶ ἀφῃρέθη τὰ λε· ρξ, τοσαῦτα αὐτῶν τοῦτο ηξ, ξα ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· λέγω ὅτι καὶ λοιπὰ τὰ εβ, τοῖς ξα ἤτοι ἴσα ἐστὶν αὐτοῖς ἢ ἰσάκις ἐστὶν αὐτῶν πολλαπλάσια· ὁποσαπλάσιον γάρ ἐστι τὸ εβ τοῦ ρξ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ θβ τοῦ ηξ· καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ εβ τοῦ ηξ, ἴσον δὲ τὸ ηξ τῷ αξ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ εβ τοῦ αξ· ἰσάκις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ ρξ, καὶ τὸ λδ, τοῦ ρα· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ εβ τοῦ ξα, καὶ τὸ λδ, τοῦ ρα· ἴσον δὲ τὸ εβ τῷ θβ· καὶ τὸ θβ ἄρα τοῦ ηξ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, καὶ τὸ λδ τοῦ ρα· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ θβ τοῦ ηξ, καὶ τὸ λδ τοῦ ρα· ἰσάκις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ λδ τοῦ ρα, καὶ τὸ εβ τοῦ ξα· καὶ τὸ θβ ἄρα τοῦ ηξ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, καὶ τὸ εβ τοῦ ξα· ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ θβ τοῦ ηξ, καὶ τὸ εβ τοῦ ξα· ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν αὐτοῖς ἢ ἰσάκις ἐστὶν αὐτῶν πολλαπλάσια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·



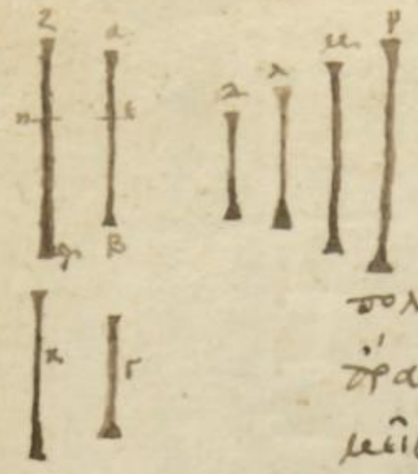
ἀρα ἐστὶ τὸ πμα παλόν ὃν τὸ ΚΒ τοῦ ΚΖ καὶ τὸ ΓΔ, τοῦ ΖΗ· ἐπὶ ἓν ἑκάτερον τοῦ ΚΒ, ΓΔ, τοῦ ΚΖ, ἴσα καὶ ὅμοια ἐστὶ πμα παλόν, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΒ, τῷ ΓΔ· καὶ κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΒ· λοιπὸν ἄρα, τὸ ΑΓ, λοιπῷ τῷ ΒΔ, ἴσον ἐστί· ἀλλὰ τὸ ΖΘ ΩΓ, τῷ ΖΓ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΒΔ ἄρα, τῷ ΖΓ ἐστὶν ἴσον· ὥστε δύο τὰ ΓΒ, τῷ ΓΖ ἐστὶν ἴσον ἐστὶ, καὶ τὸ ΒΔ ἴσον τῷ ΖΓ· ὅμοιον δὲ ἐστὶν ὅλον ὅλῳ· καὶ ἐστὶν ἄρα ὡς μία τῶν ἡγουμένων πρὸς μίαν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΖ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΖΓ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΒΖ πρὸς τὸ ΖΓ· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΓΔ τοῦ ΓΒ πμα παλόν· τὸ δὲ ΖΓ, τοῦ ΒΔ· ἀλλὰ ἐὰν ὦσι δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἴσα τὸ πλῆθος πμα παλόν, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἴσα τὸ πλῆθος πμα παλόν, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς ὅλοις ἴσα ἐστὶν, ἕκαστον ἑκάστῳ ἴσον ἐστὶν, ἐφ' ὃ ἐὰν ἡ ἀναλογία ᾖ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΖ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΖΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

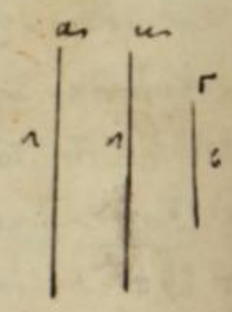
ζ

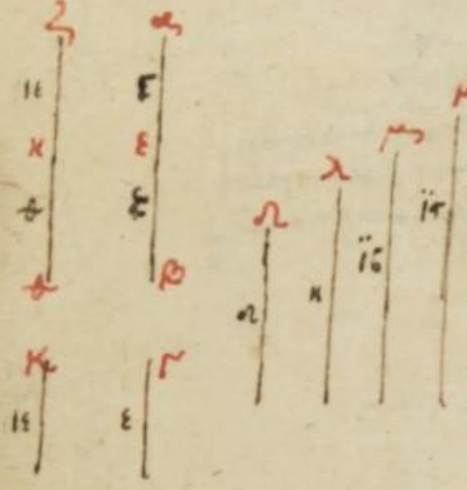
Ἐὰν ᾖ πέντε τὰ αὐτὰ, τοῖς αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος· καὶ τὰ αὐτὰ, πρὸς τὰ ἴσα ἀνάλογον ἔστω ἑκάτερον ἑκατέρῳ τὰ ΑΒ· λέγω δὲ τὸ ἑκάτερον τῶν ΑΒ, πρῶτον, τοῦ αὐτοῦ ἔχειν λόγον· καὶ τὸ ἕτερον τῶν ΑΒ· ἀλλὰ ἓν φθωνὸν τῶν ΑΒ ἴσα πμα παλόν ἐστὶ, τὰ ΑΓ· τῶν ΔΕ ἄλλο ὁπηοῦν πμα παλόν, τὸ ΖΗ· ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ΑΓ πμα παλόν τὸ Δ τοῦ Α, ἤτοι τοῦ Β, ἴσον δὲ τὸ Δ τῷ Β, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Β τοῦ Ε· ἄλλο δέ τι ἔτυχε πμα παλόν τὸ ΖΗ· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Δ τοῦ Ζ, ὑπερέχει καὶ τὸ Β τοῦ Ζ· ὑπερέχει δὲ καὶ τὸ Ε τοῦ Ζ· ἴσον ἴσῳ· καὶ ἐλάττον, ἐλάττονι· καὶ ἴσον, ἴσῳ· ἐστὶ δὲ τὸ μὲν ΑΓ πμα παλόν τοῦ ΑΒ· τὸ δὲ ΖΗ, τοῦ ΔΕ· ἄλλο δέ τι ἔτυχε πμα παλόν ὅμοιον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Ε· λέγω δὲ ὅτι καὶ τὸ Γ πρὸς ἕκατερον τῶν Δ, Ε, τοῦ αὐτοῦ ἔχει λόγον· τῶν δὲ Α, Β, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· τῶν ἄρα Α, Β, Γ τὰ ἑξῆς ἀνάλογον ἐστὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·



Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη ἀνάλογον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου πμα παλόν ᾖ· καὶ τὰ δεύτερα τοῦ τρίτου πμα παλόν ἔσται· καὶ ἐὰν τὰ δεύτερα τοῦ τρίτου πμα παλόν ᾖ· καὶ τὰ πρῶτα τοῦ τρίτου πμα παλόν ἔσται· ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη ἀνάλογον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου πμα παλόν ᾖ· καὶ τὰ δεύτερ

λέγω ὅτι τὸ λβ πρὸς τὸ αε μεῖζον λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ιε πρὸς τὸ λ· καὶ τὸ αε πρὸς τὸ μεῖζον λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ λβ· ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ λβ τοῦ ιε πολλαπλασίων ἑαυτοῦ τὸ δὲ ἔλασσον τῶν αε· εβ· πολλαπλασίων ἑαυτοῦ ἐστι πρώτου μεῖζον· ἔστω πρῶτον τὸ αε, ἔλαττον τοῦ εβ· καὶ πεποιήσθω ἀπὸ τοῦ αε, ἴσως οὖν τὸ γενόμενον μεῖζον γενήσεται τοῦ λ· καὶ ἔστω αὐτοῦ πολλαπλάσιον, τὸ ζη μεῖζον ὂν τοῦ λ· καὶ ὅσα πολλαπλάσιά ἐστι τὸ ζη τοῦ αε, τοσαυταπλάσιον γενέτω καὶ τὸ μεὶν ηθ, τοῦ εβ, τὸ δὲ κ τοῦ γ· καὶ ἀνάφθω τοῦ μὲν ηθ πολλαπλάσιον μὲν, τὸ λ· τοῦ δὲ κ πολλαπλάσιον δὲ τὸ ις· καὶ ἔστω τὸ λαμβανόμενον πολλαπλάσιον μὲν γενὲν τοῦ λ· πρῶτον δὲ μεῖζον τοῦ ις· εἰλήφθω καὶ ἔστω τοῦ μὲν ηθ, τετραπλάσιον μὲν τοῦ λ· πρῶτον δὲ μεῖζον τοῦ κ· ἐπεὶ οὖν τὸ κ τοῦ πρώτου ἐστὶν ἥμισυ, τὸ δὲ ἥμισυ τοῦ πολλαπλασίου ἐστὶ πολλαπλάσιον· καὶ ἐπὶ ἡμίσεος ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ζη τοῦ αε, καὶ τὸ θη τοῦ εβ, ἡμίσεος ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ζη τοῦ αε, καὶ τὸ ζθ τοῦ λβ· ἡμίσεος δὲ ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ζθ τοῦ αε, ἥμισυ δὲ τὸ κ τοῦ γ· τὰ ζθ ἄρα τῶν λβ, γ ἡμίσεος ἐστὶ πολλαπλασίων· πάλιν ἐπεὶ ἡμίσεος ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ηθ τοῦ εβ, ὡς τὸ κ τοῦ γ, ἥμισυ δὲ τὸ ηθ τοῦ εβ, ἥμισυ ἄρα καὶ τὸ κ τοῦ γ· τὸ δὲ κ τοῦ γ ἡμίσεος ἐστὶ πολλαπλάσιον· ἡμίσεος ἄρα καὶ τὸ ηθ τοῦ εβ, τὰ ηθ ἄρα τῶν εβ, γ ἡμίσεος ἐστὶ πολλαπλασίων· ἐλάττονα δὲ τὰ ηθ τῶν ζθ· ἡμίσεος γὰρ καὶ τὸ ζη τοῦ αε· ὅλον ἄρα τὸ ζθ, τῶν λβ γ ἡμίσεος ἐστὶ μείζονα· ἔστω οὖν αὐτῶν ἥμισυ τὰ λμ· τῶν γ ἡμίσεος ἐστὶ πολλαπλάσια· ἐπεὶ οὖν τὸ ηθ τοῦ εβ ἡμίσεος ἐστὶ πολλαπλάσιον, τὰ δὲ ηθ τῶν εβ γ ἡμίσεος ἐστὶ πολλαπλάσια· καὶ τὰ λμ ἄρα τῶν εβ γ ἡμίσεος ἐστὶ πολλαπλάσια· τὰ δὲ λμ τῶν εβ ἥμισυ ἐστὶ τετραπλάσια· ἡμίσεος δὲ ἐστὶ καὶ τὰ ζθ τῶν λβ· τὰ ζθ ἄρα τῶν λβ γ ἡμίσεος ἐστὶ τετραπλάσια· ἡμίσεος δὲ ἐστὶ καὶ τὰ λμ τῶν εβ· τὰ λμ ἄρα τῶν εβ γ ἡμίσεος

τομαπλ̄. Τὰ δὲ ζθ̄κ̄, τοῦν ᾱ ζ̄ γ̄, λήμα ἀεὶ ἔχει σὰκὶς πομαπλα· τὸ δὲ
ὅλον, ὅπερ ἐστὶν μεῖζον ἀλόγου εἶχεν, ἢ πρὸς τὸ ἔλαττον τὸ ᾱ ζ̄· λήμα δὴ φῆσει,
μεῖζον ἐαυτοῦ ε ζ̄· τὸ δὲ ἔλαττον τὸ ε ζ̄· τομαπλασιάζομεν οὖν, ἵνα
ποτὲ τοῦ μεῖζον· πεπομαπλασιάσθω ἑαυτὸ ἐαυτὸ ηθ̄· τομαπλασίων
μὲν τοῦ ε ζ̄· μεῖζον ἢ τοῦ ᾱ· ἐὰν δὲ πλασίονα λάβωμεν τὸ ηθ̄ τοῦ ε β̄, τοσαυταπλ̄
μεῖζον ἐσόμεθα, τὸ κθ̄ ξ̄η, τοῦ ᾱ ἐστὶ τὸ ξ̄η̄, τοῦ γ̄· ὁμοίως δὴ λέγομεν ὅτι τὰ ζ̄
θ̄η̄, τοῦν ᾱ ζ̄ γ̄ ἴσάκις ἐστὶ τομαπλ̄· ἐὰν εἰλήφθω ὁμοίως τὸ μ̄· τομαπλ̄
μεῖζον τοῦ λ̄· πρώτως ἢ μεῖζον τοῦ ζ̄η̄· ὥστε πάλιν τὸ ζ̄η̄, τοῦ μ̄ δὲ ἐστὶν
ἔλασσον· μεῖζον ἢ τὸ ηθ̄, τοῦ λ̄· ὅλον δὴ τὸ ζθ̄, τοῦ λ̄η̄· τοῦτ' ἐστὶ τοῦ μ̄·
ὑπερέχει· ὃ ξ̄η̄, τοῦν δὲ ξ̄ ὑπερέχει· ἐὰν οὖν τὸ ζ̄η̄ μεῖζον ὂν τοῦ
ξ̄η̄· τοῦτ' ἐστὶ τὸ κ̄, τοῦ ν̄ δὲ ὑπερέχει· ἡ δὲ αὐτὴ καὶ ἀκολουθοῦσα τοῖς
ἐπάνω, πρὸς ἃ ἀναφέρομεν τὴν λ̄όγου σύνθεσιν· τῶν δὲ ἀναλογίας
μετεφῶν· ὃ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτό, μεῖζον λόγον ἔχει
ἢ πρὸς τὸ ἔλαττον· ἐὰν τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μεῖζον
λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ μεῖζον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·



ϛ̄

ζ̄

η̄

α προς το αυτο τον αυτον εχουτα λογον, ισα αλληλοις
εστιν· και προς ἃ το αυτο τη αυτη εχει λογον, εκειναι ἴσαι
εισιν· εχετω γαρ εκατερα των α γ̄ προς τον β̄ λογον· λεγω, οτι ισον εστι
το α τω γ̄· ει γαρ μη, ουκ αν εκατερον των α γ̄, προς το β̄ τη αυτη εχοι λογον·
εχει δε· ισον αρα εστι το α τω γ̄· εχετω δη παλιν τα προς εκατερα των α γ̄,
τον αυτον λογον· λεγω οτι ισον εστι το α τω γ̄· ει γαρ μη, ουκ αν το προς
εκατερον των α γ̄, τον αυτη εχοι λογον· εχει δε· ισον αρα εστι το α τω γ̄·
Τα δε προς το αυτο τον αυτον εχοντα λογον, ισα αλληλοις εστιν· εστω γαρ
το αυτο· τον αυτον εχει λογον, εκειναι ἴσαι εισιν· ὃ περ εδει δειξαι·
ων προς το αυτο λογον εχοντων, το μειζονα λογον εχον, εκεινο μειζον εστι·
περ οι το αυτο μειζονα λογον εχει, εκεινο ελαττον εστιν· εχετω γαρ α, προς

ῑ

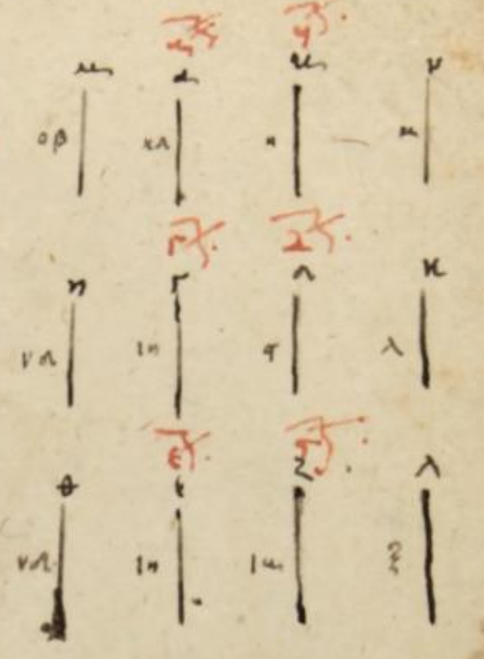
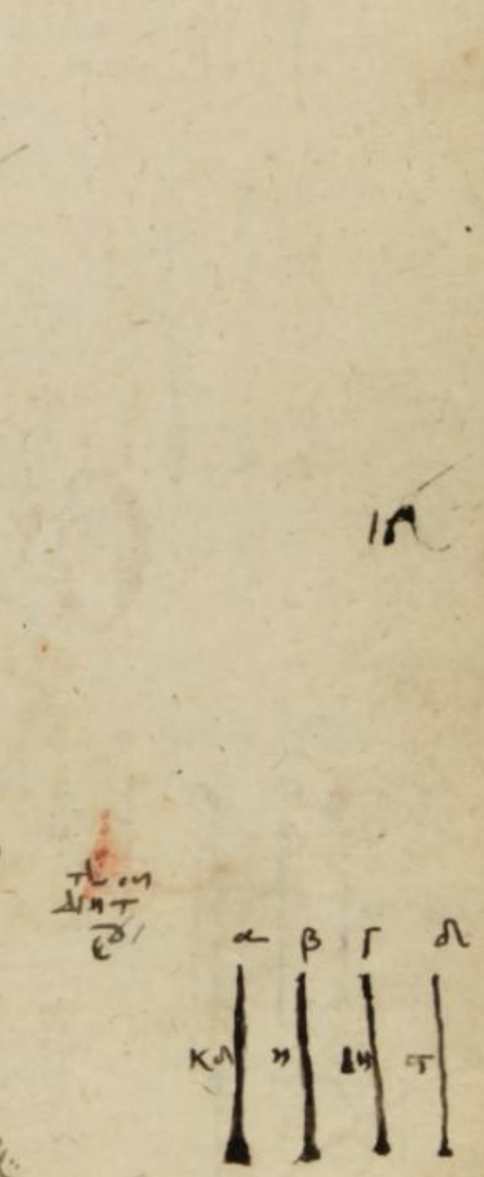
εἰπὼν, ἤτοι ἴσον ἐστὶν τὸ ᾱ τῶν ζ̄, ἢ ἔλασσον· ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἐστὶ τοῦ τῶν ζ̄ ἑκάτερον
ὡς αὐτῶν ᾱ ζ̄, πρὸς τὸν αὐτὸν εἰ λόγον· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶν, τὸ
ᾱ τῶν ζ̄· οὐδὲ μὴν ἔλαττόν ἐστι τὸ ᾱ τοῦ β̄. τὸ ᾱ γάρ, πρὸς τὸν ἔλασσον λόγον ἢ
εἴ ἐστιν, ἢ πρὸς τὸ ζ̄ πρὸς τὸν γ̄· οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ ᾱ τοῦ ζ̄ ἐλλείχθησ-
ὅτι οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ᾱ τοῦ ζ̄· ἐκκείσθω πάλιν τὸν γ̄, πρὸς τὸ ζ̄ μείζο-
λόγον ἢ πρὸς πρὸς τὸ ᾱ· λέγω ὅτι ἔλασσόν ἐστι τὸ ζ̄ τοῦ ᾱ· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ ᾱ πρὸς τὸ ζ̄, οὕτως τὸ γ̄ πρὸς
τὸν ἀπὸ πρὸς τὸν ᾱ· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς τὸ ᾱ πρὸς τὸ ζ̄, οὕτως τὸ γ̄ πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν ᾱ β̄· τὸ ᾱ ἄρα πρὸς τὸ ζ̄
μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ̄ πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν ᾱ β̄· ἀλλὰ τὸ γ̄ πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν ᾱ β̄, πρὸς τὸν ἔλασσον
ἐστὶ λόγον ἢ ἐν ᾧ ἐστὶ τὸ β̄ πρὸς τὸν ᾱ· ἐν ᾧ γὰρ ἐστὶ τὸ γ̄ πρὸς τὸν ᾱ· καὶ τὸ ᾱ πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν ᾱ β̄· ἐν ᾧ
ἄρα ἐστὶ τὸ β̄ πρὸς τὸν ᾱ· καὶ τὸ ᾱ πρὸς τὸ ζ̄ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ β̄ πρὸς τὸν ᾱ· ἐναλλὰξ ἄρα τὸ ᾱ
πρὸς τὸ β̄ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ζ̄ πρὸς τὸν ᾱ· ὅπερ ἀδύνατον ἐδείχθη·

Τῶν αὐτῶν λόγοι οἱ αὐτοί, καὶ ἀνάλογοί εἰσιν οἱ αὐτοί· ἐστω ὡς ἡ ᾱ πρὸς τὸ β̄, οὕτως τὸ γ̄ πρὸς τὸ δ̄, οὕτως καὶ τὸ ε̄ πρὸς τὸ ζ̄· λέγω ὅτι καὶ ἐστὶν ὡς τὸ ᾱ πρὸς τὸ γ̄, οὕτως τὸ ε̄ πρὸς τὸ ζ̄· εἰλήφθω γὰρ τῶν ᾱ β̄ γ̄ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ ηκθ· τῶν δὲ γ̄ δ̄ ε̄ ζ̄, ἄλλα ἅττα ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ λμν· καὶ ἐστὶν ὡς τὸ ᾱ πρὸς τὸ β̄, οὕτως τὸ γ̄ πρὸς τὸ δ̄, καὶ εἰλήφθη τῶν μὲν ᾱ β̄ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ηκθ, τῶν δὲ γ̄ δ̄ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ λμ· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ η̄ πρὸς τὸ κ̄, οὕτως τὸ λ̄ πρὸς τὸ μ̄· καὶ ἐστὶν ὡς τὸ κ̄ πρὸς τὸ θ̄, οὕτως τὸ μ̄ πρὸς τὸν ν̄· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς τὸ η̄ πρὸς τὸ θ̄, οὕτως τὸ λ̄ πρὸς τὸν ν̄· καὶ ἐστὶν ὡς τὸ η̄ πρὸς τὸ θ̄, οὕτως τὸ ε̄ πρὸς τὸ ζ̄· καὶ ὡς ἄρα τὸ ε̄ πρὸς τὸ ζ̄, οὕτως τὸ λ̄ πρὸς τὸν ν̄· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ᾱ πρὸς τὸ β̄, οὕτως τὸ γ̄ πρὸς τὸ δ̄· καὶ εἰλήφθη τῶν μὲν ᾱ γ̄ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ηκ, τῶν δὲ β̄ δ̄ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ θμ· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ η̄ πρὸς τὸ θ̄, οὕτως τὸ κ̄ πρὸς τὸ μ̄· καὶ ἐστὶν ὡς τὸ η̄ πρὸς τὸ θ̄, οὕτως τὸ ε̄ πρὸς τὸ ζ̄· καὶ ὡς ἄρα τὸ ε̄ πρὸς τὸ ζ̄, οὕτως τὸ κ̄ πρὸς τὸ μ̄· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ᾱ πρὸς τὸ γ̄, οὕτως τὸ β

Τα ὅλα τῶν ζ̄ζ̄, ἀπὸ ἃ ἐὰν ᾖ σύγκρισις πολλαπλ[α]σ[ι]ασ[μὸς] ἐστιν ὅλα ὡς τὸ ἀπ̓ τὸ ζ̄, οὕτως
τὸ ἐπὶ τὸ ζ̄· οἱ ἄρα τῶν αὐτῶν λόγοι οἱ αὐτοί, ἤγουν ἴσοι εἰσὶν οἱ αὐτοί. ὁ
πρόβλημα ξα΄

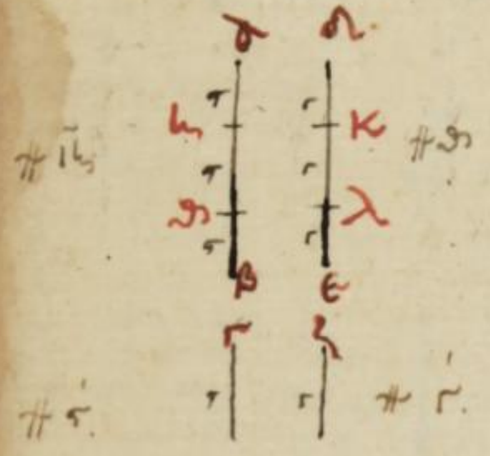
Ἐὰν ᾖ ὁποσοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων,
οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστωσαν
ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, τὰ Α̅ Β̅ Γ̅ Δ̅· ὡς τὸ Α̅ πρὸς τὸ Β̅, οὕτως τὸ Γ̅ πρὸς
τὸ Δ̅· λέγω ὅτι καὶ ὡς τὸ Α̅ πρὸς τὸ Β̅, οὕτως ἅπαντα τὰ Α̅ Γ̅ πρὸς ἅπαντα τὰ Β̅
Δ̅· εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α̅ Γ̅ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ Η̅ Θ̅· τῶν δὲ Β̅ Δ̅, ἄλλα
ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ Κ̅ Λ̅· καὶ ἔτι εἰλήφθω τῶν μὲν Α̅ Γ̅ ἰσάκις πολλαπλ[α]σ[ι]ασ[μὸς],
τὰ Η̅ Θ̅, τῶν δὲ Β̅ Δ̅, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ Κ̅ Λ̅, καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ Α̅
πρὸς τὸ Β̅, οὕτως τὸ Γ̅ πρὸς τὸ Δ̅, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α̅ Γ̅ ἰσάκις πολλαπλ[α]σ[ι]ασ[μὸς]
τὰ Η̅ Θ̅, τῶν δὲ Β̅ Δ̅, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ Κ̅ Λ̅, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Η̅
τοῦ Κ̅, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ̅ τοῦ Λ̅· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· ὡστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Η̅ τοῦ Κ̅, ὑπερέχει καὶ τὰ Η̅ Θ̅ τῶν
Κ̅ Λ̅· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· καί ἐστι τὰ μὲν Η̅ Θ̅, τῶν αὐτῶν Α̅ Γ̅ ἰσάκις πολλαπλ[α]σ[ι]ασ[μὸς]· ἐπεὶ γὰρ ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ὅσα ἐστὶν ἓν τῶν ἡγουμένων, τοσαῦτα καὶ τὰ ἄλλο ἓν τῶν ἑπομένων πολλαπλάσια ἐστιν ἅπαντα ἅπαντων· διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ τὰ Κ̅ Λ̅ τῶν Β̅ Δ̅ ἐστὶν ἰσάκις πολλαπλάσια· καὶ ἐπεὶ εἴληπται τῶν μὲν Α̅ Γ̅ ἰσάκις πολλαπλ[α]σ[ι]ασ[μὸς] τὰ Η̅ Θ̅, τῶν δὲ Β̅ Δ̅, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ̅ Λ̅, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α̅ πρὸς τὸ Β̅, οὕτως τὸ Η̅ πρὸς τὸ Κ̅, καὶ τὰ Η̅ Θ̅ πρὸς τὰ Κ̅ Λ̅· ἀλλ̓ ὡς τὸ Α̅ πρὸς τὸ Β̅, οὕτως καὶ τὸ Γ̅ πρὸς τὸ Δ̅· καὶ ὡς ἄρα τὸ Γ̅ πρὸς τὸ Δ̅, οὕτως καὶ τὰ Η̅ Θ̅ πρὸς τὰ Κ̅ Λ̅· ὁπόταν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ τὰ ἥμισυ ἀνάλογον ἔσται καὶ ἐν τυχόντα τῶν ἡμίσεων πρὸς ἓν τῶν λοιπῶν ἡμίσεων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡμίσεα πρὸς ἅπαντα τὰ λοιπὰ ἡμίσεα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, ἥτις τρίτον πρὸς τέταρτον, μείζονα λόγον ἔχῃ ἡ πρῶτον πρὸς τρίτον, ἤπερ δεύτερον πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἡ πρῶτον πρὸς δεύτερον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τρίτον πρὸς τέταρτον· ὡστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Η̅ τοῦ Κ̅, ὑπερέχει καὶ τὰ Η̅ Θ̅ τῶν Κ̅ Λ̅· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· καί ἐστι τὰ μὲν Η̅ Θ̅ τῶν αὐτῶν Α̅ Γ̅ ἰσάκις πολλαπλ[α]σ[ι]ασ[μὸς]· ἐπεὶ γὰρ ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ὅσα ἐστὶν ἓν τῶν ἡγουμένων, τοσαῦτα καὶ τὰ ἄλλο ἓν τῶν ἑπομένων πολλαπλάσια ἐστιν ἅπαντα ἅπαντων· διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ τὰ Κ̅ Λ̅ τῶν Β̅ Δ̅ ἐστὶν ἰσάκις πολλαπλάσια· καὶ ἐπεὶ εἴληπται τῶν μὲν Α̅ Γ̅ ἰσάκις πολλαπλ[α]σ[ι]ασ[μὸς] τὰ Η̅ Θ̅, τῶν δὲ Β̅ Δ̅, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ̅ Λ̅, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α̅ πρὸς τὸ Β̅, οὕτως τὸ Η̅ πρὸς τὸ Κ̅, καὶ τὰ Η̅ Θ̅ πρὸς τὰ Κ̅ Λ̅· ἀλλ̓ ὡς τὸ Α̅ πρὸς τὸ Β̅, οὕτως καὶ τὸ Γ̅ πρὸς τὸ Δ̅· καὶ ὡς ἄρα τὸ Γ̅ πρὸς τὸ Δ̅, οὕτως καὶ τὰ Η̅ Θ̅ πρὸς τὰ Κ̅ Λ̅· ὁπόταν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ τὰ ἥμισυ ἀνάλογον ἔσται καὶ ἐν τυχόντα τῶν ἡμίσεων πρὸς ἓν τῶν λοιπῶν ἡμίσεων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡμίσεα πρὸς ἅπαντα τὰ λοιπὰ ἡμίσεα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, ἥτις τρίτον πρὸς τέταρτον, μείζονα λόγον ἔχῃ ἡ πρῶτον πρὸς τρίτον, ἤπερ δεύτερον πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἡ πρῶτον πρὸς δεύτερον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τρίτον πρὸς τέταρτον· λέγω ὅτι καὶ πρῶτον τὸ Α̅ πρὸς δεύτερον τὸ Β̅ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἥτις τρίτον τὸ Γ̅ πρὸς τέταρτον τὸ Δ̅· τρίτον γὰρ τὸ Γ̅ πρὸς τέταρτον τὸ Δ̅ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρῶτον τὸ Ε̅ πρὸς δεύτερον τὸ Ζ̅, μείζονα λόγον ἔχῃτω ἡ πρῶτον τὸ Α̅ πρὸς δεύτερον τὸ Β̅, ἤπερ τὸ Ε̅ πρὸς τὸ Ζ̅· τρίτον γὰρ τὸ Γ̅ πρὸς τέταρτον τὸ Δ̅, μείζονα λόγον ἔχῃτω ἤπερ τὸ Ε̅ πρὸς τὸ Ζ̅· λέγω ὅτι καὶ πρῶτον τὸ Α̅ πρὸς δεύτερον τὸ Β̅ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τρίτον τὸ Γ̅ πρὸς τέταρτον τὸ Δ̅· ἐπεὶ γὰρ



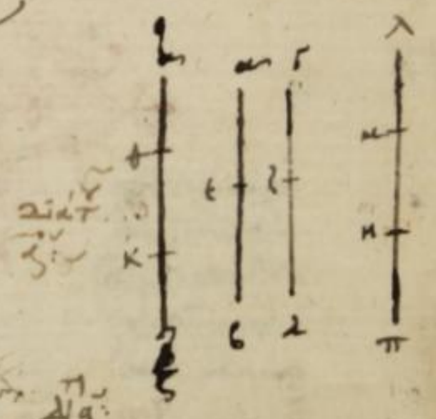
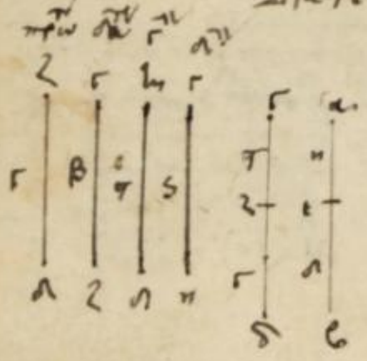
ὁ δὲ τὸ λ μείζονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ ζ ἐστὶν ἀριθμὸς τῶν ἐξ ἐπὶ
πομμαπλ. ταῦτα γὰρ ἅπαξ ἔχει ἐξ καὶ πλασίονα μέρος: ὁ δὲ τὸ μ τοῦ ν
πομμαπλ, τοῦ τοῦ λ πομμαπλασίονα μέρος ἔχει. ὁ δὲ τοῦ ξ πομμαπλ,
τοῦ ζ πομμαπλ δὶς ἔχει. ἀλλὰ φωκ τῶν μ ἐξ ἐστὶν πομμαπλ,
τὰ ῆθ: ταῦτα γὰρ ἅπαξ ἔχει ἐξ καὶ πλασίονα μέρος, τὰ ῆλ: ὥστε τὸν μ ἢ,
τοῦ ῆ, τρὶς ἔχει, ὁ δὲ β, τοῦ λ δὶς ἔχει: ὁ ὅσα πλασίονα μέρη ἐστὶ τὸ κ
τοῦ ε, τοσαυταπλάσιονα ἐστὶ καὶ τὸ μ τοῦ α. ὅσα πλασίονα μέρη ἐστὶ τὸ κ τοῦ λ, τοσαυ-
ταπλ ἐστὶ καὶ τὸν τοῦ ζ: ὁ δὲ ν ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ ζ. οὗτος τὸν πρὸς
τὸ λ, ὁ εἰ λη πλασίων τῶν μ ἐστί. ἰσάκις πομμαπλ, τὰ μ, ταῦτα γὰρ τὰ
ἀλλὰ φωξ ἰσάκις πομμαπλ. τὰ ν, εἰ γὰρ ἔχει ὁ μ τοῦ ν, οὕ-
τως ἔχει καὶ τὸ κ τοῦ ν. ὁ δὲ ἴσον, ἴσον. ὁ δὲ ἔλαττον, ἔλαττον: ὁ πρὸς
δὲ τὸν τοῦ κ. ὁ γὰρ ἔχει καὶ τὸ μ τοῦ ν: ὁ δὲ β, τοῦ λ οὐ χ πρὸς τὸ
ὁ δὲ τὰ μ ῶν, τῶν ᾱ ἰσάκις πομμαπλ: τὰ δὲ νλ, τῶν ζξ: ἅμα
ἃ φωξ ἰσάκις πομμαπλ: ὁ δὲ α, πρὸς τὸ ζ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ
πρὸς τὸ ε πρὸς τὸ ζ: ἐὰν δὲ τρία πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
ὃν τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχει
ἢ πρὸς πέμπτον πρὸς ἕκτον, ὑ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει
ἢ πρὸς πέμπτον πρὸς ἕκτον: ὅ προεδείχθη: ✝ ✝

ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ὃν τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ
πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται: ἂν
ἴσον, ἴσον: καὶ ἐλαττον, ἔλαττον: πρῶτον δὲ τὸ α, πρὸς δεύτερον τὸ β,
τὸν αὐτὸν λόγον ἐχέτω: ὃν τρίτον τὸ γ, πρὸς τέταρτον τὸ δ: μεῖζον δὲ ᾖ
τὸ α τοῦ γ: λέγω ὅτι καὶ τὸ β τοῦ δ μεῖζόν ἐστιν: ἐπεὶ γὰρ τὸ α μεῖζόν ἐστι
τοῦ γ. ἄλλο δέ τι ὅ ἐστι τὸ β, τὸ α ἄρα πρὸς τὸ β μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς
τὸ γ πρὸς τὸ β: ὡς δὲ τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ. καὶ τὸ γ ἄρα
πρὸς τὸ δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς τὸ β: ἐκεῖνο δὲ πρὸς ὃ μείζονα



ΤΑ μὲν ἐν τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἐκ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τῶν ἀφ' ἑκατέρου τῶν ἀρχικῶν λαμβανόμενα ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ἀπ' αὐτῶν ἀφαιρεθέντα

λη φθείσῃ τὰ ΑΜ ΗΛ, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Λ, οὕτως τὸ ΗΜ πρὸς τὸ Θ· ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Λ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Ζ· καὶ ἐστιν ἄρα ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ ΗΜ πρὸς τὸ Θ· καὶ τὰ Β, ΗΜ ἄρα μεταθέντα ἀνάλογόν εἰσιν· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Β πρὸς τὸ ΗΜ, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Θ· μεῖζον δὲ τὸ Β τοῦ Γ μεῖζον ἐστὶ καὶ τὸ ΗΜ τοῦ ΑΜ μεῖζον ἐστὶ καὶ ἴσον, ἴσον· καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· εἰ δὲ μεῖζον τὸ Ε τοῦ Η, μεῖζον καὶ τὸ Ζ τοῦ Θ· καὶ ἴσον, ἴσον· καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὡς ἄρα τὸ Γ πρὸς τὸ Λ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Ζ· τὰ δὲ Γ, Λ, τουτέστι τὰ Α, Ε, τῶν Α, Ε, Ζ, Η πολλαπλάσιά ἐστι τὰ αὐτὰ πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Η· ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ τὰ ἡμιόλια αὐτῶν ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἀλλὰ δὴ τὰ Α, Ε, Ζ, Η μεγέθη ἀνάλογον ἔστω, ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Η· λέγω ὅτι καὶ τὰ ἡμιόλια αὐτῶν ἀνάλογον ἔσται· τὰ ἄρα Β, Γ, Λ, Θ τὰ ἡμιόλια τῶν Α, Ε, Ζ, Η ἀνάλογόν εἰσιν· ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Γ· ὡς δὲ τὸ Α πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Η· καὶ ὡς ἄρα τὸ Ζ πρὸς τὸ Η, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Γ· πάλιν, ἐπεὶ ἀνάλογόν εἰσι τὰ Β, Γ, Λ, Θ, μεῖζον δὲ τὸ Β τοῦ Γ μεῖζον ἐστὶ καὶ τὸ Θ τοῦ Λ· καὶ ἴσον, ἴσον· καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· εἰ δὲ μεῖζον τὸ Ε τοῦ Η, μεῖζον καὶ τὸ Ζ τοῦ Θ· καὶ ἴσον, ἴσον· καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὡς ἄρα τὸ Γ πρὸς τὸ Λ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Ζ· τὰ δὲ Γ, Λ, τουτέστι τὰ Α, Ε, τῶν Α, Ε, Ζ, Η πολλαπλάσιά ἐστι τὰ αὐτὰ πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Η· ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ τὰ ἡμιόλια αὐτῶν ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.


πω
κ
γ
λ
ζ
ζ
ζ
ζ
γ
β
ε
δ
δ
ζ
ε
γ
δ
ζ
ε

Ταὐτὴ ὡς ὁλ πρὸς ὅλ. οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἐστὶν ὡς ὅλον πρὸς ὅλον: ὡς γὰρ ὅλον τὸ ΑΒ, πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΕ, πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓΖ: λέγω ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ ΕΒ, πρὸς λοιπὸν τὸ ΖΔ, ἔσται, ὡς ὅλον τὸ ΑΒ, πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ: ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ οὕτως τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ, καὶ ἐναλλάξ. ὡς δὲ τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ, οὕτως τὸ ΕΒ πρὸς τὸ ΖΔ· καὶ γὰρ ἐξ ὑποθέσεως ἀνάλογόν ἐστιν· διῃρημένα ἄρα ἀνάλογόν ἐστιν· ὡς ἄρα τὸ ΕΒ πρὸς τὸ ΖΔ, οὕτως τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ· ὡς δὲ τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ, οὕτως ὅλον πρὸς ὅλον· ὡς ἄρα τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΕΒ πρὸς τὸ ΖΔ· ὡς δὲ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ· καὶ τὸ ΕΒ ἄρα πρὸς τὸ ΖΔ, οὕτως τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ· καὶ ἐναλλάξ· ὡς ἄρα τὸ ΕΒ πρὸς τὸ ΑΕ, οὕτως τὸ ΖΔ πρὸς τὸ ΓΖ· καὶ συνθέντι· ὡς ἄρα τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΑΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΓΖ· καὶ ἐναλλάξ· ὡς ἄρα τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ· ὡς δὲ τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ, οὕτως τὸ ΕΒ πρὸς τὸ ΖΔ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΕΒ πρὸς τὸ ΖΔ, οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ

μεῖζον ἐστι· καὶ ἴσον· ἴσον· καὶ ἔλαττον ἔλαττον· ἐὰν τε λάμβανῃ τὰ ἀ
β̄ γ̄· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, τὰ λ̄ ε̄ ζ̄· σὺν δὲ λαμβανόμενα κατὰ
λόγον· ὡς μὲν τὸ ἀ πρὸς τὸ ζ̄, οὕτως τὸ λ̄ πρὸς τὸ ε̄· ὡς δὲ τὸ β̄ πρὸς τὸ γ̄, οὕτως δὲ
τὸ λ̄ πρὸς τὸ ζ̄· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὅλον τὸ ἀ τοῦ γ̄ ὅλου τοῦ ζ̄ μεῖζον ἐστι· καὶ ἴσον· καὶ
ἔλαττον ἔλαττον· ἐὰν δὲ μεῖζον ᾖ τὸ ἀ τοῦ γ̄, ἄλλο τι ἐστὶν ὃ ἐπέχει τὸ ἀ τοῦ γ̄,
τοῦτο ἐπὶ τοῦ ζ̄ μεῖζον λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ̄ πρὸς τὸ ζ̄· ἀλλὰ μὴν δὲ
τὸ ἀ πρὸς τὸ ζ̄, οὕτως τὸ λ̄ πρὸς τὸ ε̄· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ λ̄ τοῦ ε̄ μεῖζον λόγον ἔχει ἤπερ
τὸ γ̄ πρὸς τὸ ζ̄· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ λ̄ τῶν ε̄ ζ̄· καὶ ἔλαττον· ἐὰν δὲ τὰ εἰρημένα μένοντων
τῶν πλήθει ἴσων ἄλλα τοσαῦτα συντεθῇ ἃ πρὸς ἄλληλα λαμβάνεται κατὰ τὸν αὐτὸν
λόγον· ἴσον ἔσται καὶ τὸ ἐκ τῶν πρώτων τοῦ ἐκ τῶν δευτέρων μεῖζον· καὶ ἴσον· καὶ
ἔλαττον ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

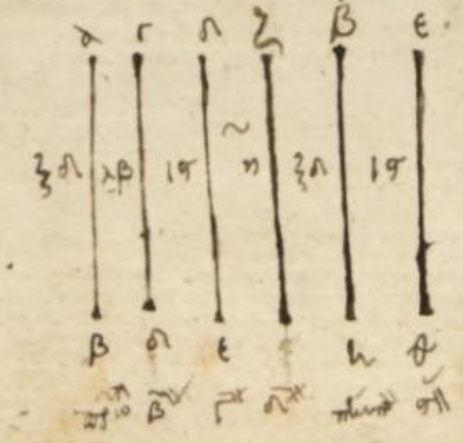
Καὶ ἐὰν ᾖ τεταγμένα μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανόμενα τὸν
αὐτὸν λόγον, ᾖ δὲ αὐτῶν τεταραγμένη ἡ ἀναλογία δι' ἴσου τὸ πρῶτον
τοῦ ἐσχάτου μεῖζον ἐστι, καὶ τὸ πρῶτον τοῦ ἐσχάτου μεῖζον καὶ ἴσον καὶ
ἔλαττον ἔλαττον· ἐὰν τε τὰ μεταξὺ μεγέθη ἀνάλογον, τὰ ἄ ζ̄· καὶ ἄλλα αὐτοῖς
ἴσα τὸ πλῆθος, τὰ λ̄ ε̄ ζ̄· σὺν δύο λαμβανόμενα, ἓν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἐὰν δὲ τὰ
δι' ἴσου ἀπ' αὐτῶν ἀνάλογον ᾖ· ὡς μὲν τὸ ἀ πρὸς τὸ ζ̄, οὕτως τὸ λ̄ πρὸς
τὸ ζ̄· ὡς δὲ τὸ ζ̄ πρὸς τὸ γ̄, οὕτως τὸ ε̄ πρὸς τὸ λ̄· δι' ἴσου ἄρα τὸ ἀ πρὸς τὸ γ̄ μεῖζον
ἐστιν· καὶ ἴσον· καὶ ἔλαττον ἔλαττον· ἐὰν δὲ μεῖζον ᾖ τὸ ἀ τοῦ γ̄, ἄλλο τι ἐστὶν ὃ ὑπερέχει
τὸ ἀ τοῦ γ̄, τοῦτο ἐπὶ τοῦ ζ̄ μεῖζον λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ̄ πρὸς τὸ ζ̄· ἀλλὰ μὴν δὲ τὸ ἀ πρὸς
τὸ ζ̄, οὕτως ἐστὶ τὸ λ̄ πρὸς τὸ ε̄· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ λ̄ τοῦ ε̄ μεῖζον λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ̄ πρὸς
τὸ ζ̄, οὕτως ἐστὶ τὸ ε̄ πρὸς τὸ ζ̄· ὡς δὲ τὸ γ̄ πρὸς τὸ ζ̄, οὕτως ἐστὶ τὸ ε̄ πρὸς τὸ λ̄·

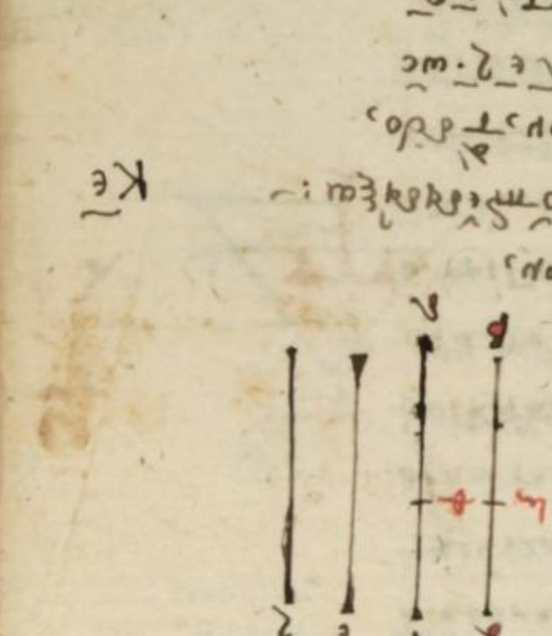
ὑ τοῦ ε πρὸς τὸ ζ μείζονα λόγον ἔχα ἤπερ τὸ δ πρὸς τὸ ε· πρὸ ὃ δὴ τὸ αὐτὸ μεί-
ζονα λόγον ἔχα, ἴκα γὰρ οἱ ἴλαττόνις ἰσάκις ἴλαττόνις ἐστὶν ἴλαττόνις ἄρα τὸ ζ τοῦ δ· μείζονα ἄρα
ἐστὶ τὸν τοῦ ζ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἰσομήκη τὸ α τῷ γ, ἰσομήκης καὶ ὁ
τὸν τῷ ζ· καὶ ἴλαττον, ἴλαττον· ἐὰν ἄρα ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα
αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ᾖ
ἥ δὲ τετραγμένη αὐτῶν ἔλαττον ἐστὶ τοῦ δὶς τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου
μείζονα ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἑκτοῦ μείζονα ἐστίν· καὶ ἐστὶν ὡς μὲν τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον,
ἴλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς
ἴσα τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λό-
γῳ ἴσα· ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη, τὰ α β γ· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, τὰ δ
ε ζ· σὺν δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ὡς μὲν τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ δ
πρὸς τὸ ε· ὡς δὲ τὸ β πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ· λέγω ὅτι καὶ δι' ἴσου, ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ ἴσα· ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ζ· ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν ἐστι τὰ μεγέθη,
ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, ἔστω δὲ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανόμενα
ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ἐστὶν ἄρα ὡς μὲν τὸ α πρὸς τὸ γ,
οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ζ· ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς
ἴσα τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λό-
γῳ ἔσται· ἐὰν δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἑκτοῦ μεῖζον ἔσται,
καὶ ἐὰν ἴσον, ἴσον, καὶ ἐὰν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς
ἴσα τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ τεταραγμένη
αὐτῶν ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ἔστω τρία μεγέθη
τὰ α β γ· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ
λόγῳ, τὰ δ ε ζ· ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία· ὡς μὲν τὸ α πρὸς
τὸ β, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ· ὡς δὲ τὸ β πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ε· λέγω

65

ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ· ἀλλ' ἑφθοῦν μὲν Α Β Δ ἰσάκις
πολλαπλάσια, ταὶ ΗΘ Κ τῶν Γ Ε Ζ, ἄλλα ἄττα τυχὼν ἰσάκις πολλαπλάσια,
ταὶ ΛΜ Ν ἐστὶν ἰσάκις πολλαπλάσια ταὶ ΗΘ τῶν Α Β, τὰ δὲ μεριστοῖς ὡ
σαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β,
οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, τὸ ΛΜ πρὸς τὸ Ν· καὶ
ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Η πρὸς τὸ Θ, τὸ ΛΜ πρὸς τὸ Ν·
Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Γ· τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, οὕτως καὶ ἐναλλὰξ· ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ,
Τὸ Γ πρὸς τὸ Ε· καὶ ἐπεὶ ταὶ ΗΘ Κ τῶν Β Δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· τὰ δὲ
μεριστοῖς ἰσάκις πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ Β πρὸς
Τὸ Δ, τὸ Θ πρὸς τὸ Κ· ἀλλ' ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, τὸ Γ πρὸς τὸ Ε· καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ
πρὸς τὸ Κ, τὸ Γ πρὸς τὸ Ε· πάλιν ἐπεὶ ταὶ ΛΜ Ν τῶν Γ Ε ἰσάκις ἐστὶ πολλα
πλάσια, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ε, τὸ Λ πρὸς τὸ Μ· ἀλλ' ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ε,
οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ, τὸ Λ πρὸς τὸ Μ· ἐναλλάξ·
ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ Λ, τὸ Κ πρὸς τὸ Μ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Θ, τὸ Μ πρὸς
Τὸ Ν· ἐπὶ δύο ἄρα εἰσὶ μεγέθη ἐστὶν ἀνάλογον τά Η Θ Λ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
πλῆθος τὰ Κ Μ Ν, σὺν δύο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ καὶ ἐστὶν αὐτῶν
Τεταραγμένη ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Λ, οὕτως τὸ Κ
Πρὸς τὸ Ν· καὶ ἐστὶν ἴσον, ἴσον· καὶ ἐστὶν ἔλαττον, ἔλαττον· καὶ ἐστὶ τὰ μὲν Η Κ, τῶν Α Δ,
ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ Λ Ν, τῶν Γ Ζ ἄλλα ἄττα τυχόντα ἰσάκις πολλαπλ.
ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ· ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη· καὶ ἄλλα
αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ᾖ δὲ τεταραγ
μένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶν ὡς τὸ πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον· καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· ἕξει
δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον· καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον,
καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον· καὶ τρίτον
καὶ ἕκτον, πρὸς τέταρτον· πρῶτον γὰρ τὸ Α Β, πρὸς δεύτερον τὸ Γ, τὸν αὐτὸν ἔχει
τῷ λόγον· καὶ τρίτον τὸ Δ Ε, πρὸς τέταρτον τὸ Ζ· ἔχει δὲ καὶ πέμπτον
Τὸ Β Η, πρὸς δεύτερον τὸ Γ, τὸν αὐτὸν λόγον· καὶ ἕκτον τὸ Ε Θ, πρὸς τέταρτον
Τὸ Ζ· λέγω ὅτι καὶ συντεθὲν τὸ πρῶτον καὶ πέμπτον· τὸ Α Η, πρὸς δεύτερον
Τὸ Γ, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον, τὸ Δ Θ, πρὸς τέταρτον τὸ Ζ·

Κε



Ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ ε ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΕΘ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΖ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν, κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΕΗ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΗ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν, ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΕΖ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕ τῆς ΕΗ· καὶ κεῖται τῇ μὲν ΑΕ ἴση ἡ ΕΚ, τῇ δὲ ΕΗ ἴση ἡ ΕΜ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΚ τῆς ΜΗ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΚ τῆς ΜΗ μείζων ἐστίν, κείσθω τῇ ΜΗ ἴση ἡ ΑΝ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΘ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΚ τῇ ΜΗ, ἧς ἡ ΑΝ τῇ ΜΗ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΝΚ λοιπῇ τῇ ΗΘ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΚ, ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΕΖ, καὶ ἡ ΕΖ ἄρα τῇ ΕΚ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΕΚ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΘ, δύο δὴ αἱ ΖΕ, ΕΘ δυσὶ ταῖς ΚΕ, ΕΘ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΕΘ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΕΘ ἐστιν ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΘΖ βάσει τῇ ΘΚ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΕ τῇ ΕΖ, ἀλλὰ ἡ μὲν ΕΖ τῇ ΕΗ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΚΕ τῇ ΕΜ, καὶ ἡ ΕΗ ἄρα τῇ ΕΜ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΗΘ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΜΘ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΗ τῇ ΕΜ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΘ, δύο δὴ αἱ ΗΕ, ΕΘ δυσὶ ταῖς ΜΕ, ΕΘ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΕΘ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΜΕΘ ἐστιν ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΘΗ βάσει τῇ ΘΜ ἐστιν ἴση· ἀλλὰ ἡ ΘΗ τῇ ΘΚ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΘΜ ἄρα τῇ ΘΚ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΝΚ τῇ ΗΘ, ἧς ἡ ΜΗ τῇ ΘΚ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΜΝ λοιπῇ τῇ ΘΚ ἐστιν ἴση· ἀλλὰ ἡ ΘΚ τῇ ΘΜ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΜΝ ἄρα τῇ ΘΜ ἐστιν ἴση· τὸ ΜΘΝ ἄρα τρίγωνον ἰσόπλευρόν ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΖ ἐστὶ διπλασίων, ἧς ἡ ΕΚ τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΕΜ τῇ ΕΚ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΑΕ ἄρα τῆς ΕΜ ἐστὶ διπλασίων· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΜ, οὕτως ἡ ΜΕ πρὸς ΕΖ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΜ, οὕτως ἡ ΜΕ πρὸς ΕΖ· ἐὰν δὲ ἐν τρισὶν εὐθείαις ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ἐπὶ τὰ ἄκρα τρία ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα ἀνάλογον ἔσται· καὶ ἐὰν ἄρα ἐπὶ τὰς ΑΕ, ΕΜ, ΕΖ τρία ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα συστήσωμεν, ἔσται ἀνάλογον· ἀλλὰ ἐπὶ μὲν τῆς ΑΕ τὸ ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον, ἐπὶ δὲ τῆς ΕΜ τὸ ΜΘΝ ἰσόπλευρον τρίγωνον, ἐπὶ δὲ τῆς ΕΖ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἐστὶν ἡμιόλιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ· ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΜ· ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΜ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΜ, οὕτως τὸ ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον πρὸς τὸ ΜΘΝ ἰσόπλευρον τρίγωνον· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΜ ἐστὶ διπλασίων· καὶ τὸ ἐξ αὐτῆς ἄρα ἰσόπλευρον τρίγωνον τοῦ ΜΘΝ ἰσοπλεύρου τριγώνου ἐστὶ διπλασίων· ἐὰν ἄρα ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δοθέντος κύκλου ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον συστησώμεθα, καὶ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον συστησώμεθα, ἔσται τὸ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἰσόπλευρον τρίγωνον διπλάσιον τοῦ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἰσοπλεύρου τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον ἐγγράψαι· καὶ δεῖξαι ὅτι τὸ ἐγγραφὲν ἰσόπλευρον τρίγωνον τοῦ δοθέντος κύκλου τριπλάσιόν ἐστι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον ἐγγράψαι· καὶ δεῖξαι ὅτι τὸ ἐγγραφὲν ἰσόπλευρον τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τριπλάσιόν ἐστι.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΔ, ΔΓ· καὶ ἐπὶ τὴν ΑΔ κάθετος ἤχθω ἡ ΖΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΓ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῆς ΔΖ διπλασίων ἐστίν, ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ, καὶ ἡ ΒΔ ἄρα τῆς ΔΖ διπλασίων ἐστίν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΖ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΒ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς ΔΖ· ἐὰν δὲ ἐν τρισὶν εὐθείαις ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ἐπὶ τὰ ἄκρα τρία ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα ἀνάλογον ἔσται· καὶ ἐὰν ἄρα ἐπὶ τὰς ΑΔ, ΔΒ, ΔΖ τρία ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα συστήσωμεν, ἔσται ἀνάλογον· ἀλλὰ ἐπὶ μὲν τῆς ΑΔ τὸ ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον, ἐπὶ δὲ τῆς ΔΒ τὸ ΒΔΓ ἰσόπλευρον τρίγωνον, ἐπὶ δὲ τῆς ΔΖ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ ἐστὶν ἡμιόλιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΚ· ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΚ ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ, οὕτως τὸ ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΔΓ ἰσόπλευρον τρίγωνον· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐστὶ διπλασίων· καὶ τὸ ἐξ αὐτῆς ἄρα ἰσόπλευρον τρίγωνον τοῦ ΒΔΓ ἰσοπλεύρου τριγώνου ἐστὶ διπλασίων· ἐὰν ἄρα ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον συστησώμεθα, καὶ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἰσόπλευρον τρίγωνον συστησώμεθα, ἔσται τὸ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἰσόπλευρον τρίγωνον διπλάσιον τοῦ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἰσοπλεύρου τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον ἐγγράψαι· καὶ δεῖξαι ὅτι τὸ ἐγγραφὲν ἰσόπλευρον τρίγωνον τοῦ δοθέντος κύκλου τριπλάσιόν ἐστι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον ἐγγράψαι· καὶ δεῖξαι ὅτι τὸ ἐγγραφὲν ἰσόπλευρον τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τριπλάσιόν ἐστι.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΔ, ΔΓ· καὶ ἐπὶ τὴν ΑΔ κάθετος ἤχθω ἡ ΖΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΓ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῆς ΔΖ διπλασίων ἐστίν, ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ, καὶ ἡ ΒΔ ἄρα τῆς ΔΖ διπλασίων ἐστίν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΖ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΒ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς ΔΖ· ἐὰν δὲ ἐν τρισὶν εὐθείαις ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ἐπὶ τὰ ἄκρα τρία ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα ἀνάλογον ἔσται· καὶ ἐὰν ἄρα ἐπὶ τὰς ΑΔ, ΔΒ, ΔΖ τρία ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα συστήσωμεν, ἔσται ἀνάλογον· ἀλλὰ ἐπὶ μὲν τῆς ΑΔ τὸ ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον, ἐπὶ δὲ τῆς ΔΒ τὸ ΒΔΓ ἰσόπλευρον τρίγωνον, ἐπὶ δὲ τῆς ΔΖ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ ἐστὶν ἡμιόλιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΚ· ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΚ ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ, οὕτως τὸ ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΔΓ ἰσόπλευρον τρίγωνον· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐστὶ διπλασίων· καὶ τὸ ἐξ αὐτῆς ἄρα ἰσόπλευρον τρίγωνον τοῦ ΒΔΓ ἰσοπλεύρου τριγώνου ἐστὶ διπλασίων· ἐὰν ἄρα ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἐξ αὐτῆς ἰσόπλευρον τρίγωνον συστησώμεθα, καὶ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἰσόπλευρον τρίγωνον συστησώμεθα, ἔσται τὸ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἰσόπλευρον τρίγωνον διπλάσιον τοῦ ἐπὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ δοθέντος ἰσοπλεύρου τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ι | γ
μόνας | ἄθροι

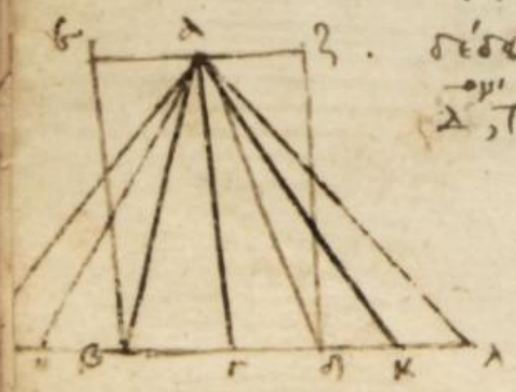
Κ | 16
μόνας | ἄθροι

+ τὰ δὲ ἴσα ἐστὶ τὰ τῶν ἀφ' οὗ πρώτου μακρὸν ἑξῆς. οἷον ὁ β τοῦ ἀ καὶ ὁ δ τοῦ γ καὶ ὁ ς τοῦ ε καὶ ὁ ι τοῦ θ.

ἰσόπλευρα μέν ἐστι τὰ τὰς πλευρὰς ἴσας ἔχοντα, ἰσοσκελῆ δὲ τὰ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχοντα τὰς πλευράς, σκαληνὰ δὲ τὰ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχοντα τὰς πλευράς. ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας γωνίας ἔχον. καὶ τῶν τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστι τὸ ἰσόπλευρον μὲν ὀρθογώνιον δὲ μὴ ὄν, ἑτερόμηκες δὲ τὸ ὀρθογώνιον μὲν μὴ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δὲ τὸ ἰσόπλευρον μὲν ὀρθογώνιον δὲ μή, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω.

ιε΄ ιε΄ τοῦ α΄.

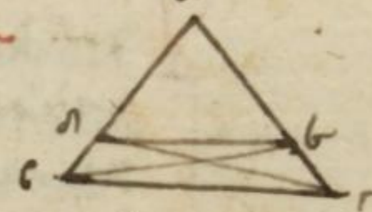
λ΄ Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις· ἔστω δ δύο τρίγωνα καὶ παραλληλόγραμμα τὰ αβγ, αγδ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, τὴν ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὴν βδ κάθετον ἀγόμενον· λέγω ὅτι ὡς ἡ βγ βάσις πρὸς τὴν γδ βάσιν, οὕτως τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὸ αγδ τρίγωνον καὶ τὸ αβγ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ αγδ παραλληλόγραμμον. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ βδ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ θ, λ σημεῖα· καὶ κείσθω τῇ μὲν βγ βάσει ἴσα ὁσαδηποτοῦν, αη, ηκ· τῇ δὲ γδ βάσει ἴσα ὁσαδηποτοῦν, αι, ιλ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αι, αη, αθ, ακ, αλ· καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ γβ, βη, ηκ ἀλλήλαις, ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ αβγ, αβη, αηκ τρίγωνα ἀλλήλοις· ὅσα πολλαπλάσιόν ἐστιν ἡ βκ βάσις τῆς βγ βάσεως, τοσαυταπλάσιον καὶ τὸ αβκ τρίγωνον τοῦ αβγ τριγώνου· διὰ τὰ αὐτὰ δή, ὅσα πολλαπλάσιόν ἐστιν ἡ λγ βάσις τῆς δγ βάσεως, τοσαυταπλάσιον καὶ τὸ αλγ τοῦ αδγ· καὶ εἰ ἴση ἐστὶν ἡ βκ τῇ γλ βάσει, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αβκ τρίγωνον τῷ αγλ τριγώνῳ· καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ βκ τῆς γλ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ αβκ τρίγωνον τοῦ αγλ τριγώνου· καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσον· τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν, δύο μὲν βάσεων τῶν βγ, γδ, δύο δὲ τριγώνων τῶν αβγ, αγδ, εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια τῆς μὲν βγ βάσεως καὶ τοῦ αβγ τριγώνου, ἥτε βκ βάσις καὶ τὸ αβκ τρίγωνον, τῆς δὲ γδ βάσεως καὶ τοῦ αδγ τριγώνου, ἄλλα δέ τινα ἰσάκις πολλαπλάσια, ἥτε λγ βάσις καὶ τὸ αλγ τρίγωνον· καὶ δέδεικται ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ βκ βάσις τῆς λγ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ αβκ τρίγωνον τοῦ αλγ τριγώνου, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· ἔστιν ἄρα



ιε΄ τοῦ ε΄.

ὡς ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΓ Δ, πρὸς τὸ ΑΔΕ Δ· ἐπεὶ
τοίνυν ΑΒΓ Δ, δι πλασιόνες εἰσὶ τὸ Ε πεντάγραμμον, τοῦδε ΑΔΕ Δ,
δι πλασιόνες εἰσὶ τὸ Ζ Γ πεντάγραμμον, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλα-
πλασίοις τὰ αὐτὰ ἐξ ἴσου λόγον, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ Δ· πρὸς τὸ ΑΔΕ Δ, οὕτως
τὸ Ε πεντάγραμμον, πρὸς τὸ Ζ πεντάγραμμον· ἀπὸ οὗ ἐδείχθη
τοῦτο· ὡς μὲν ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτω τὸ ΑΒΓ Δ· ὡς δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, οὕτως τὸ Ε πεντάγραμμον πρὸς
τὸ Ζ Γ πεντάγραμμον, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΔΕ βάσιν,
οὕτως τὸ Ε πεντάγραμμον, πρὸς τὸ Ζ Γ πεντάγραμμον·

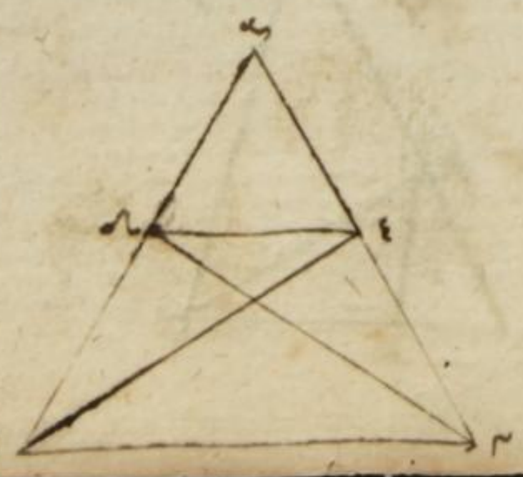
Τὰ ἄρα ΑΒΓ Δ καὶ τὰ πεντάγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα,
πρὸς ἄλληλά εἰσιν ὡς αἱ βάσεις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·



Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τοῖς ἀπὸ τῶν πλευρῶν ἀναγραφομένοις τετραγώνοις, ἀναλόγον ἐστὶν ἡ ἀπὸ τῆς ἀπεναντίον τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου πλευρᾶς· καὶ ἐὰν ἀπὸ τῆς ἀπεναντίον τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου πλευρᾶς ἀναγραφομένου τετραγώνου ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν πλευρῶν τοῦ τριγώνου τετραγώνοις, καὶ τὸ τρίγωνον ὀρθογώνιον ἔσται τὸ ἔχον τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσαν ὑπὸ τῆς ἀπεναντίον τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου πλευρᾶς ἀναγραφομένου τετραγώνου.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ τὰ μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα ἴσα ἔστω τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ· λέγω ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΔ, καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΒΑ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΑ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΒ, ΒΓ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΔΒ, ΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ὑπόκειται γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσον ὑπόκειται τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΔΓ πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΒΑ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΑΒ, ΒΓ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΑΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΒΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ. ἐὰν ἄρα τριγώνου τὰ ἀπὸ τῶν δύο πλευρῶν τῶν λοιπῶν τετράγωνα ἴσα ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς λοιπῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς τετραγώνῳ, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν γωνία ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

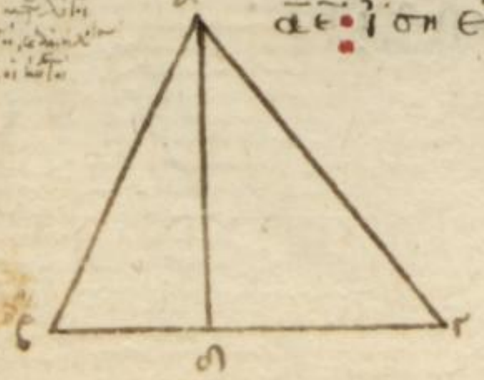


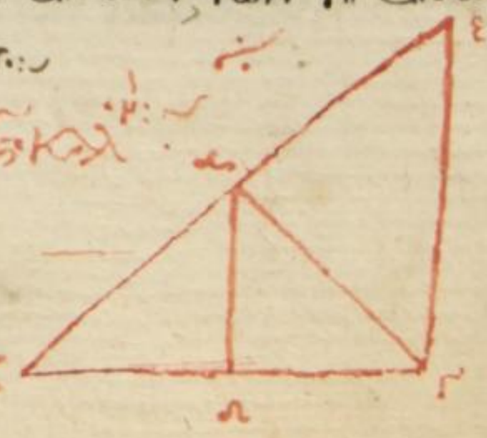
ιβ.

Δ Δ, πρὸς τὸ α δ ε, τὸν αὐτὸν ἐλάλογον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ β δ ε Δ, τῷ γ δ ε Δ. καὶ φανερὸν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς δ ε· τὰ δὲ ἴσα τείγωνα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταὐταῖς παραλλήλοις ἐστί· παραλληλος ε ἐστὶν ἡ δ ε τῇ β γ· ἐὰν ἄρα τεῖ παρά, μιᾶ τῶν πλαφῶν λάβωντις δθῆ, ἀνάλογον ἔσται τοῦ τριγώνου πλαφὰς· καὶ ἐὰν αὐτοῦ Δ πλαφὰ ἀνάλογον τεθῆ, ἃ ὧν ταὶς τομαὶς ἐπιζευγνύμεναι θεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσαι τοῦ Δ πλαφά· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

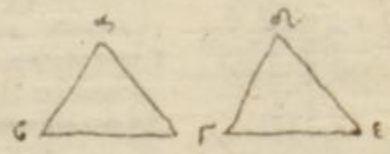
ιγ.

Ἐὰν Δ ἡ γωνία τριχῆ τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν βάσιν τὰ τμήματα τῆς βάσεως τεμεῖ, τὸν αὐτὸν λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ Δ πλαφαῖς, ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη θεῖα τέμνει ἀλλὰ τὴν τοῦ Δ γωνίαν· ἐστω Δ, τὸ α β γ· καὶ τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ὑπὸ β α γ γωνιῶν ἀλλαχῆ ὑπὸ τῶν α δ εὐθειῶν· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ β δ πρὸς τὴν δ γ, οὕτως ἡ β α πρὸς τὴν α γ· ἡ γὰρ διὰ τοῦ γ τῇ δ α παράλληλος ἤχθω· καὶ διαβεβλήσθω ἐπὶ μῆκος ἐφ' ἑκάτερα τὰ α δ, ε γ· καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ α γ τῇ ε δ· εἰς παραλλήλους γὰρ τὰς α δ, ε γ, εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ α γ· ἡ ἄρα ὑπὸ α γ ε γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ γ α δ· ἀλλὴ ὑπὸ γ α δ, τῇ ὑπὸ β α δ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ β α δ ἄρα τῇ ὑπὸ α γ ε ἐστὶν ἴση· πάλιν ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς α δ ε γ, εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ β α ε, ἡ ὑπὸ β α δ ἄρα τῇ ὑπὸ α ε γ ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ β α γ ὅλῃ τῇ ὑπὸ α ε γ ἐστὶν ἴση· ὡς ἄρα τὸ ε γ τρίγωνον πρὸς τὸ α γ τρίγωνον, οὕτως ἐστὶν ἡ ε γ πρὸς τὴν α γ· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ε γ τρίγωνον πρὸς τὸ α γ τρίγωνον, οὕτως ἐστὶν ἡ β δ πρὸς τὴν δ γ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς γ ε ἐστὶν· ὡς δὲ ἡ ε γ πρὸς τὴν α γ, οὕτως ἐστὶν ἡ β α πρὸς τὴν α γ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶ τῆς α γ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ β δ πρὸς τὴν δ γ, οὕτως ἡ β α πρὸς τὴν α γ· ἀλλὰ δὴ ἐστω ὡς ἡ β δ πρὸς τὴν δ γ, οὕτως ἡ β α πρὸς τὴν α γ· λέγω, ὅτι διχῆ τέτμηται ἡ ὑπὸ β α γ γωνία, ὑπὸ τῆς α δ εὐθείας· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ β δ πρὸς τὴν δ γ οὕτως ἡ β α πρὸς τὴν α γ, ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ β δ πρὸς τὴν δ γ, οὕτως ἐστὶν ἡ β α πρὸς τὴν α ε· ἴση ἄρα ἡ α γ τῇ α ε· ὡς τε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ α ε γ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ α γ ε

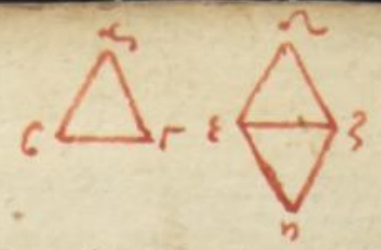




ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ μὴν καὶ ὑπὸ α Γ τῇ ἐκτὸς τῷ ὑπὸ β α δ ἐστὶν ἴσον· καὶ δι' ἴσου ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ α Γ ε τῇ ὑπὸ
ε α δ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐναλλὰξ τῇ ὑπὸ α Γ δ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ β α Γ ἄρα τετμήται δίχα ὑπὸ τῆς α δ
εὐθείας· ἐὰν ἄρα ἐπὶ δ ἡ γωνία δίχα τμηθῇ· καὶ ἡ τέμνουσα αὐτὴν
εὐθεῖα τέμνει καὶ τὴν βάσιν τὴν τῆς βάσεως τμήματα τοὺς
αὐτοὺς ἕξει λόγους τοῖς λοιποῖς τοῦ δ πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὴν
βάσεως τμήματα τοὺς αὐτοὺς ἔχωσι λόγους τοῖς λοιποῖς τοῦ δ
πλευραῖς ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα
δίχα τμήσει τὴν τοῦ δ γωνίαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-



Τῶν ἴσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,
καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί· ἔστω ἴσογώνια
τρίγωνα τὰ α β Γ· Γ δ ε· ἴσην ἔχοντα τὴν μὲν ὑπὸ α β Γ γωνίαν τῇ ὑπὸ δ
Γ ε· τὴν δὲ ὑπὸ β α Γ τῇ ὑπὸ Γ δ ε· καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ α Γ β τῇ ὑπὸ δ ε Γ· λέ-
γω ὅτι τῶν α β Γ· δ Γ ε τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ
τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· κεῖσθω
γὰρ ἐπ' εὐθείας ἡ β Γ τῇ Γ ε· καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ α β Γ· α Γ β δυσὶν ὀρθαῖς ἐλάσ-
σονές εἰσιν, ἴσον δὲ ἡ ὑπὸ α Γ β τῇ ὑπὸ δ ε Γ, αἱ ἄρα ὑπὸ α β Γ· δ ε Γ δυσὶν
ὀρθαῖς ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ β α· ε δ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται· ἐκβε-
βλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ ζ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ α β Γ τῇ ὑπὸ δ Γ ε γωνίᾳ
τῇ ὑπὸ α β Γ, πλευρὰ ἄλλη ἐστὶν ἡ β ζ τῇ Γ δ· πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ
α Γ β τῇ ὑπὸ δ ε Γ, πλευρὰ ἄλλη ἐστὶν ἡ α Γ τῇ Γ ε· πλευρὰ ἄλλη ἐστὶ καὶ ἡ
α β τῇ δ ε· ἴση ἐστὶν ἡ ζ α τῇ ζ δ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ζ α τῇ ζ δ· καὶ ἐστὶ
τοῦ β ζ ε πλευρᾷ μείζων τὴν ζ ε ἄρα λοιπὴ ἡ α β λοιπῇ τῇ δ ε ἐστὶν ἴση· ὥστε
καὶ ἡ α Γ τῇ Γ ε· ἴση ἐστὶν ἡ ζ α τῇ ζ δ· ἴση δὲ καὶ ἡ α Γ τῇ Γ ε· καὶ ἡ ζ Γ ἄρα
κοινὴ τῶν ζ α Γ· ζ δ Γ τριγώνων ἴσας ἔχει τὰς πλευρὰς ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· ἡ μὲν
ζ α τῇ ζ δ· ἡ δὲ α Γ τῇ Γ δ· ἡ δὲ ζ Γ τῇ Γ ε· καὶ ἔτι ἡ ὑπὸ α ζ Γ γωνία τῇ ὑπὸ
δ ζ Γ γωνίᾳ ἴση· ἡ γὰρ ὑπὸ α ζ Γ τῇ ὑπὸ α β Γ ἐστὶν ἴση· διὰ τὸ ἐκτὸς τὸ ζ β
τρίγωνον ἰσοσκελὲς εἶναι· ἡ δὲ ὑπὸ α β Γ τῇ ὑπὸ δ Γ ε ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ α ζ Γ
ἄρα τῇ ὑπὸ δ ζ Γ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ α ζ δ τῇ ὑπὸ α ζ Γ ἐστὶν ἴση· καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ α ζ Γ τῇ ὑπὸ δ ζ Γ· ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ α Γ ζ τῇ ὑπὸ δ Γ ζ
ἐστὶν ἴση· καὶ ἐναλλὰξ ἡ ὑπὸ α Γ ζ τῇ ὑπὸ ε Γ ζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ α ζ Γ
τῇ ὑπὸ δ ζ Γ ἐστὶν ἴση· ἡ ὑπὸ δ ζ Γ ἄρα τῇ ὑπὸ ε Γ ζ ἐστὶν ἴση· ἡ ὑπὸ δ ζ Γ ἄρα
τῇ ὑπὸ ε Γ ζ



Ἰσογώνια καὶ ὁμόλογοι, αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνουσαι, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Γ. Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀναλόγους ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἐστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς πλευρὰς ἀναλόγους ἔχοντα· ὡς μὲν τὴν ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς ΕΖ· ὡς δὲ τὴν ΒΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως τὴν ΕΖ πρὸς ΖΔ· καὶ διʼ ἴσου ἄρα ὡς τὴν ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΔΖ· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴσας ἕξουσι τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσι, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ, καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Ε, Ζ τῇ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΗ, τῇ δὲ ὑπὸ ΒΓΑ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Α λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΗΖ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραί· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ· ἀλλὰ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ὑπόκειται καὶ ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ὡς ἄρα ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΔΕ, ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΗΕ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΗ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΗΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΔΕΖ ἄρα τρίγωνον τῷ ΗΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΕ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Α λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Δ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ἀλλὰ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ· καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΔΖ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀναλόγους ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Δ. Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀναλόγους, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἐστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀναλόγους, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΔΖ· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Ε, Ζ τῇ μὲν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΗ, τῇ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΗΖ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ· ἀλλὰ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ὑπόκειται καὶ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΕΔ, ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΔ τῇ ΕΗ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΗ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΗΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΔΕΖ ἄρα τρίγωνον τῷ ΗΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΕ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Α λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Δ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀναλόγους, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ε. Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀναλόγους, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἐστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΔΖ· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Ε, Ζ τῇ μὲν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΗ, τῇ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΗΖ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ· ἀλλὰ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ὑπόκειται καὶ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΕΔ, ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΔ τῇ ΕΗ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΗ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΗΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΔΕΖ ἄρα τρίγωνον τῷ ΗΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΕ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Α λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Δ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

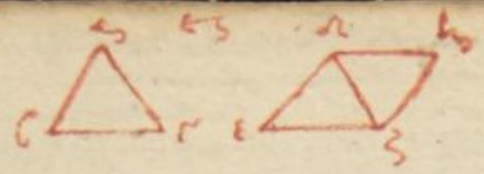
ϛ. Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀναλόγους καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἑκατέρας ἑκατέρᾳ μὴ μείζονας ὀρθῆς ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἴσας ἕξει, ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ, ἐφʼ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραί· ἐστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΔΖ, τὰς δὲ λοιπὰς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἑκατέρας ἑκατέρᾳ μὴ μείζονας ὀρθῆς· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ τὴν λοιπὴν τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Α, Β τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΗ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἐλάσσων ὀρθῆς, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΗ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἐλάσσων· καὶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΗ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ἀλλὰ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ὑπόκειται καὶ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΑΓ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΗ, ΑΓ τῇ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΑΓ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΗΓ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀξεῖα ἐστίν· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΗ ἄρα ὀξεῖά ἐστιν· καὶ ἐστὶν ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΒ ἀμβλεῖα· καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ ἄρα ἀμβλεῖα ἐστίν· ἀλλὰ ὑπόκειται καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ ὀξεῖα· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση ἄρα· ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἑκατέρας ἑκατέρᾳ μὴ μείζονας ὀρθῆς ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἴσας ἕξει, ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ, ἐφʼ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ. Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀναλόγους καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἑκατέρας ἑκατέρᾳ μὴ μείζονας ὀρθῆς ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἴσας ἕξει, ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ, ἐφʼ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραί· ἐστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΔΖ, τὰς δὲ λοιπὰς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἑκατέρας ἑκατέρᾳ μὴ μείζονας ὀρθῆς· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ τὴν λοιπὴν τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Α, Β τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΗ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἐλάσσων ὀρθῆς, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΗ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἐλάσσων· καὶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΗ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ἀλλὰ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ὑπόκειται καὶ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΑΓ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΗ, ΑΓ τῇ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΑΓ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΗΓ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀξεῖα ἐστίν· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΗ ἄρα ὀξεῖά ἐστιν· καὶ ἐστὶν ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΒ ἀμβλεῖα· καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ ἄρα ἀμβλεῖα ἐστίν· ἀλλὰ ὑπόκειται καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ ὀξεῖα· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση ἄρα· ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἑκατέρας ἑκατέρᾳ μὴ μείζονας ὀρθῆς ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἴσας ἕξει, ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ, ἐφʼ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η. Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀναλόγους καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἑκατέρας ἑκατέρᾳ μὴ μείζονας ὀρθῆς ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἴσας ἕξει, ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ, ἐφʼ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραί· ἐστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΔΖ, τὰς δὲ λοιπὰς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἑκατέρας ἑκατέρᾳ μὴ μείζονας ὀρθῆς· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ τὴν λοιπὴν τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Α, Β τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΗ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἐλάσσων ὀρθῆς, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΗ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἐλάσσων· καὶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΗ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ἀλλὰ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ὑπόκειται καὶ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΑΓ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΗ, ΑΓ τῇ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΑΓ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΗΓ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀξεῖα ἐστίν· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΗ ἄρα ὀξεῖά ἐστιν· καὶ ἐστὶν ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΒ ἀμβλεῖα· καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ ἄρα ἀμβλεῖα ἐστίν· ἀλλὰ ὑπόκειται καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ ὀξεῖα· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση ἄρα· ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἑκατέρας ἑκατέρᾳ μὴ μείζονας ὀρθῆς ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἴσας ἕξει, ἑκατέρᾳ ἑκατέρᾳ, ἐφʼ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Θ. Δύο εὐθειῶν δοθεισῶν μείζονος καὶ ἐλάσσονος, τῇ ἐλάσσονι ἴσην ἀφελεῖν τὴν μείζονα· ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ, ὧν μείζων ἡ ΑΒ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΓΔ· δεῖ δὴ τῇ ΓΔ ἴσην ἀφελεῖν τὴν μείζονα τὴν ΑΒ· κείσθω πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ ΓΔ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΑΕ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΕ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΖ· ἐπεὶ οὖν τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΑΖ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΑΕ ἐστὶν ἴση· τῇ ἄρα ΓΔ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ· καὶ ἀφῄρηται ἀπὸ τῆς ΑΒ τῇ ΓΔ ἴσην τὴν ΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι. Δύο εὐθειῶν δοθεισῶν ἀνίσων, τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος πολλαπλασίονα ἀριθμῷ εὑρεῖν· ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΓΔ, ὧν μείζων ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος πολλαπλασίονα ἀριθμῷ εὑρεῖν· ἀφῃρήσθω γὰρ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ΓΔ ἐλάσσονι ἴση ἡ ΑΕ· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΑΕ τῇ

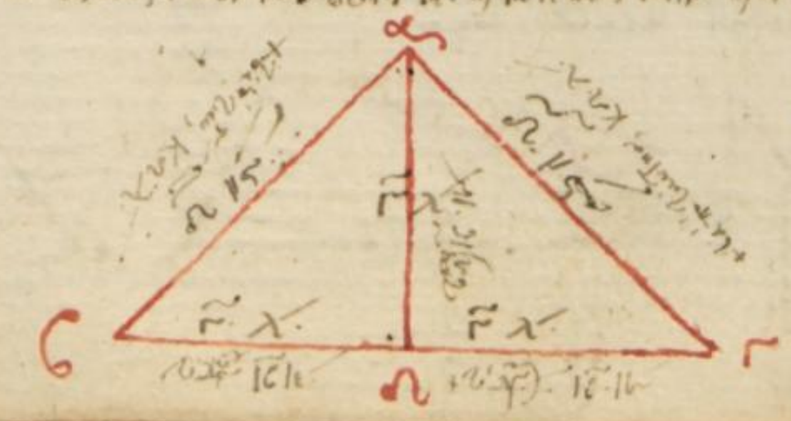


Τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευραὶς ἀνάλογον, ὡς τὴν Β Α πρὸς τὴν Α Γ, οὕτως ἐστὶ καὶ ἡ Δ Ν πρὸς τὴν Δ Ζ· λέγω ὅτι ἴσον γωνιόν ἐστι τὸ Α Β Γ Δ, τῷ Δ Ε Ζ Δ· καὶ ἴσην ἔξει τὴν μὲν ὑπὸ Α Β Γ γωνίαν τῇ ὑπὸ Δ Ε Ζ, τὴν δὲ ὑπὸ Α Γ Β τῇ ὑπὸ Δ Ζ Ε· συνεστάτω γὰρ πρὸς μὲν τῇ Δ Ζ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ Ζ, ὁποτέρᾳ μὲν τῶν ὑπὸ Β Α Γ ἴση καὶ ὑπὸ Ζ Δ Η, τῇ δὲ ὑπὸ Α Γ Β, ἴση καὶ ὑπὸ Δ Ζ Η· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β, λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ Α Β Γ Δ, τῷ Δ Η Ζ Δ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Β Α πρὸς Α Γ, οὕτως ἡ Η Δ πρὸς Δ Ζ· ὑποκεῖται δὲ καὶ ὡς ἡ Β Α πρὸς Α Γ, οὕτως ἡ Ν Δ πρὸς Δ Ζ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Ν Δ πρὸς Δ Ζ, οὕτως ἡ Η Δ πρὸς Δ Ζ· ἑκατέρα ἄρα τῶν Ν Δ, Η Δ τῇ αὐτῇ τῇ Δ Ζ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ Δ Ζ· δύο δὴ αἱ Ν Δ Ζ δυσὶ ταῖς Η Δ Ζ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ Ν Δ Ζ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ Η Δ Ζ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ Ν Ζ βάσει τῇ Η Ζ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ Δ Ν Ζ τρίγωνον τῷ Δ Η Ζ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ Δ Ζ Η, τῇ ὑπὸ Δ Ζ Ε· ἡ δὲ πρὸς τῷ Η, τῇ πρὸς τῷ Ε· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ Δ Ζ Η, τῇ ὑπὸ Α Γ Β ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ Α Γ Β ἄρα τῇ ὑπὸ Δ Ζ Ε ἐστὶν ἴση· ὑποκεῖται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ Β Α Γ τῇ ὑπὸ Ε Δ Ζ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β, λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ε ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ Α Β Γ Δ, τῷ Δ Ε Ζ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς μία τῶν ἀπὸ τοῦ Α Δ, πρὸς μίαν τῶν ἀπὸ τοῦ Δ Ζ, οὕτως αἱ λοιπαὶ τῶν λοιπῶν μία πρὸς μίαν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Β Α πρὸς Α Γ, οὕτως ἡ Ε Δ πρὸς Δ Ζ· ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ἡ Β Α πρὸς Α Γ, οὕτως ἐστὶν ἡ Ν Δ πρὸς Δ Ζ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Ν Δ πρὸς Δ Ζ, οὕτως ἡ Ε Δ πρὸς Δ Ζ· ἑκατέρα ἄρα τῶν Ν Δ, Ε Δ τῇ αὐτῇ τῇ Δ Ζ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ Δ Ζ· δύο δὴ αἱ Ν Δ Ζ δυσὶ ταῖς Ε Δ Ζ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ Ν Δ Ζ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ Ε Δ Ζ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ Ν Ζ βάσει τῇ Ε Ζ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ Δ Ν Ζ τρίγωνον τῷ Δ Ε Ζ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ Δ Ζ Ε, τῇ ὑπὸ Δ Ζ Η· ἡ δὲ πρὸς τῷ Ε, τῇ πρὸς τῷ Η· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ Δ Ζ Η, τῇ ὑπὸ Α Γ Β ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ Α Γ Β ἄρα τῇ ὑπὸ Δ Ζ Ε ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β, λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ε ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ Α Β Γ Δ, τῷ Δ Ε Ζ· ταῖς γωνίαις ἄρα αἱ πλευραὶ ἀνάλογον εἰσίν· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα δύο γωνίας γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἀνάλογον ἔχῃ, καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσας ἔξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

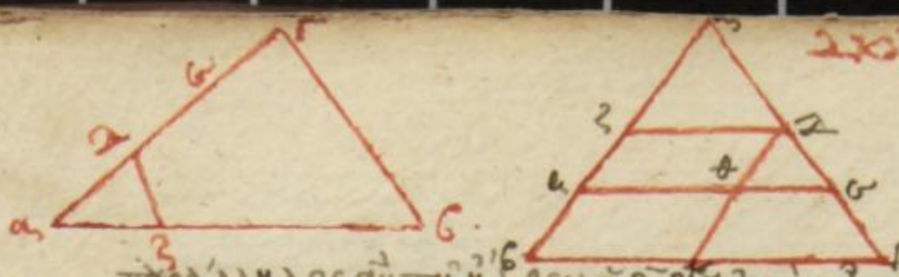
Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ἔστω δύο τρίγωνα τὰ Α Β Γ, Δ Ε Ζ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ Β Α Γ, τῇ ὑπὸ Ε Δ Ζ· περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν Α Β πρὸς Β Γ, οὕτως τὴν Δ Ε πρὸς Ε Ζ· τῶν δὲ λοιπῶν τῶν πρὸς τοῖς Γ Ζ πρότερον ἑκατέρα ἅμα ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ Α Β Γ Δ, τῷ Δ Ε Ζ Δ· καὶ ἴσην ἔξει τὴν ὑπὸ Α Β Γ γωνίαν τῇ ὑπὸ Δ Ε Ζ· καὶ τὴν λοιπὴν τὴν πρὸς τῷ Γ τῇ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴσην· εἰ γὰρ ἀνίσος ἐστὶν ἡ ὑπὸ Α Β Γ γωνία τῇ ὑπὸ Δ Ε Ζ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ Α Β Γ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ Α Β εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τῷ Β, τῇ ὑπὸ Δ Ε Ζ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ Α Β Η· καὶ ἐπεὶ ἴσ

ἐστὶν ἴση μία γωνία τῇ Α· καὶ δὲ ὑπὸ αβη τῆς ὑπὸ δεζ λοιπὴ ἐστὶν ἴση τῇ ὑπὸ αβη λοιπῇ τῇ ὑπὸ δζε ἐστὶν ἄρα ἴσον τὸ αβη τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ αβ πρὸς βη, οὕτως ἡ δε πρὸς εζ· ὡς δὲ ἡ βη πρὸς βγ, οὕτως ἡ εζ πρὸς ζη· καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς βγ, οὕτως ἡ δε πρὸς εζ· τῶν βγ βη τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἴσον ἄρα ἐστὶν ἡ αβ τῇ βη· ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ γ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βηγ ἐστὶν ἴση· ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ὑπόκειται ἡ πρὸς τῷ γ· ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς ἐστι, καὶ ἡ ὑπὸ βηγ· ὥστε ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ γωνία ἡ ὑπὸ αηβ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· καὶ ἐδείχθη ἴσον οὖσα τῇ πρὸς τῷ ζ· καὶ ἡ πρὸς τῷ ζ ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ὑπόκειται δὲ ἐλάσσων ὀρθῆς· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα πάλιν ἴσον ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ β γωνία τῇ πρὸς τῷ ε· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ α λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ δ ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· ἀλλὰ δὴ πάλιν ὑποκείσθω ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς γ ζ μείζων ὀρθῆς· λέγω πάλιν ὅτι καὶ οὕτως ἐστὶν ἰσογώνιον τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ βη· ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ γ, τῇ ὑπὸ βηγ ἴση ἐστίν· οὐκ ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ πρὸς τῷ γ· οὐκ ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς οὐδὲ ἡ ὑπὸ βηγ· αἱ δὴ τοῦ βηγ αἱ δύο γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἐλάττονές εἰσιν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα πάλιν ἄνισόν ἐστι τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· ἴσον ἄρα· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ α τῇ πρὸς τῷ δ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ ζ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς μίαν μιᾷ γωνίαν ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον· τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέρα μία μὴ ἐλάττων ἢ μὴ ἐλάττονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα· καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί·

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ δύο τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ᾧ δ' ὀρθογώνιον, τὸ αβγ· ὀρθὴν ἔχοντα τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὴν βγ κάθετος ἡ αδ· λέγω ὅτι ὅμοιόν ἐστι ἑκάτερον τῶν βαδ αδγ τριγώνων τῷ αβγ καὶ ἔτι ἀλλήλοις·



Τῶν δὲ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ καὶ τοῦ ΑΒΔ ἀπὸ τῶν ΒΔ λοιπὰ ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΔ λοιπῷ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἐστὶν ἴσα· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τῷ ΑΒΔ· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΑΒΔ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΔ μείζων ἐστὶν ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΔ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶ μείζων· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΔ ἐστὶ μείζων· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ τῆς ὑπὸ ΑΒΔ ἐλάττων ἐστίν· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ ἐστὶ μείζων· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΑΒΔ ἐστὶ μείζων· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶ μείζων· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ ἐστὶν ἐλάττων· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΑΒΔ ἐστὶ μείζων· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ



ἐκθεσις τετραπλευρων:-

παράλληλος οὖν τὴν ΗΘ τῇ ΚΔ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΘ. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τοῦ Α τοῦ ΑΒΓ παρά μιᾶν τῶν πλευρῶν τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΔΖ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΑ· διπλὴ δὲ ἡ ΓΔ τῆς ΔΑ· διπλὴ ἄρα καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΑ· τριπλὴ ἄρα ἡ ΒΑ τῆς ΑΖ· τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ, τὸ ἐπὶ τὰ δοθὲν τρίτον μέρος ἀφήρηται τὸ ΑΖ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·-

Τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον, τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον τετράπλευρον ὁμοίως τετμῆσθαι· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

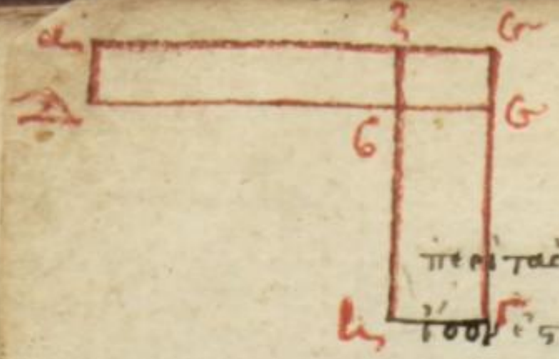
Ἐὰν ἐν τετραπλεύρῳ ἴσαι εὐθεῖαι ἀπὸ μιᾶς γωνίας ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς ἐπιζευχθῶσιν, ἴσαι δὲ τέτμηνται ἑκάτεραι τῶν ἐπιζευχθεισῶν, καὶ ἐπὶ τὰς αὐτὰς ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, καὶ αὗται ἴσαι ἔσονται· καὶ ἐὰν ἐπὶ τὰς αὐτὰς ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, καὶ αὗται ἴσαι ἔσονται· καὶ διὰ τοῦτο ἐὰν ἐν τετραπλεύρῳ ἴσαι εὐθεῖαι ἀπὸ μιᾶς γωνίας ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς ἐπιζευχθῶσιν, ἴσαι δὲ τέτμηνται ἑκάτεραι τῶν ἐπιζευχθεισῶν, καὶ ἐπὶ τὰς αὐτὰς ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, καὶ αὗται ἴσαι ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Ἔστω τετράπλευρον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ, καὶ ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Α τοῦ ΑΒΓ παρά μιᾶν τῶν πλευρῶν τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΑΔ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΑ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ· ἐπὶ δὲ τοῦ ΔΓΒ παρά μιᾶν τῶν πλευρῶν τὴν ΔΓ ἦκται ἡ ΗΘ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΔ, οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς ΘΔ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ, οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς ΗΒ· ἐπὶ δὲ τοῦ ΑΓΔ παρά μιᾶν τῶν πλευρῶν τὴν ΑΓ ἦκται ἡ ΚΛ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς ΚΑ, οὕτως ἡ ΔΛ πρὸς ΛΑ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς ΚΛ, οὕτως ἡ ΑΛ πρὸς ΛΔ· ἐπὶ δὲ τοῦ ΑΒΓ παρά μιᾶν τῶν πλευρῶν τὴν ΑΓ ἦκται ἡ ΚΛ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς ΚΑ, οὕτως ἡ ΒΛ πρὸς ΛΑ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς ΚΛ, οὕτως ἡ ΑΛ πρὸς ΛΒ· ἐπεὶ οὖν τριῶν ὁμολόγων τῶν ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΑΖ, ΑΘ, ΑΛ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΘ καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΛ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΘ καὶ ἡ ΛΑ πρὸς ΑΔ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΘ καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΛ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΒΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ ΓΑ πρὸς ΑΚ καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΛ· ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς ΑΘ, οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ ΓΚ πρὸς ΚΛ καὶ ἡ ΑΛ πρὸς ΛΒ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΚ πρὸς ΚΛ καὶ ἡ ΑΛ πρὸς ΛΒ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΘ καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΛ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΚ πρὸς ΚΛ καὶ ἡ ΑΛ πρὸς ΛΒ, οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ καὶ ἡ ΔΗ πρὸς ΗΒ· ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς ΑΘ καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΛ, οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ καὶ ἡ ΔΗ πρὸς ΗΒ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ καὶ ἡ ΔΗ πρὸς ΗΒ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ καὶ ἡ ΔΗ πρὸς ΗΒ· ἀναλογον ἐστὶν ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ

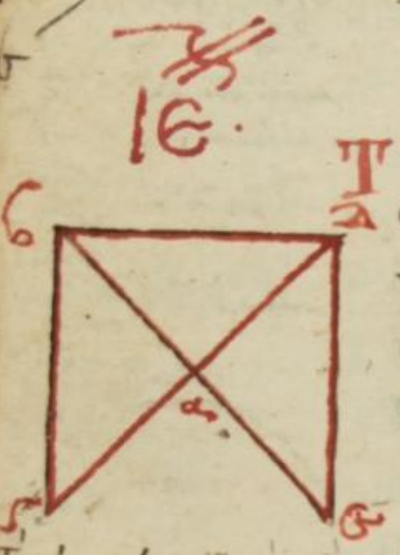
τρεῖς εὐθεῖαι, αἱ α β γ· δεῖ δὴ τῶν α β γ, τέταρτην ἀνάλογον προσευρεῖν· εἰλήφθω
καὶ καθ' ὁποσανοῦν πολλαπλάσια αἱ δ ε· δ ζ· γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ε δ ζ·
καὶ καθ' ὁποσανοῦν τὴν μὲν α ἴσα ἀπὸ τῆς δ ε ἴσα ἀπὸ τῆς ε ζ, ἴσα ἀπὸ τῆς γ, ἴσα ἀπὸ τῆς ζ θ, καὶ
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ε η θ, παράλληλοι οὖσαι τῇ ζ θ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ η, ἐπὶ ὃ μὲν ἄρα
δ ε ζ παραλλήλων πλευρῶν τῇ ε ζ, ἡ κατὰ μηθὲν ἐστὶν ἀνάλογον προσειλημμένη τῶν
πρὸς ἴσα γὰρ ἀπέχει ἑκατέρα τῶν δ ε ζ· ἴσον δὲ καὶ τὸ ε η τῷ α· καὶ τὸ ε ζ τῷ β· καὶ τὸ δ ζ
τῷ γ· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ· τέταρτον ἄρα ἀνάλογον
τῶν α β γ, τὸ ε ζ προσείληπται τὸ δ ζ, ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μείζονα ἀνάλογον προσευρεῖν.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι, αἱ α β· β γ· δεῖ δὴ τῶν α β β γ μείζονα ἀνάλογον προσευρεῖν· ἐκβεβλήσθω ἡ α β ἐπὶ τὸ δ, καὶ κείσθω τῇ β γ ἴση ἡ β δ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ α διαστήματι δὲ τῷ α δ κύκλος γεγράφθω ὁ δ ε· καὶ ἀπὸ τοῦ β σημείου τῇ α γ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ β ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ α ε· καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ δ ε κύκλου, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ α δ τῇ α ε· ἀλλὰ τῇ μὲν α δ ἴση ἐστὶν ἡ α β καὶ τῇ β γ, τῇ δὲ α ε ἡ ὑπὸ τῶν α β γ περιέχεται· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ α β πρὸς τὴν β γ, οὕτως ἡ ὑπὸ τῶν α β γ περιεχομένη πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν α β γ περιεχομένην· ἀνάλογον ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ α β τῶν α β β γ, ἀνάλογον προσείληπται ἡ α β τῶν α β β γ, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

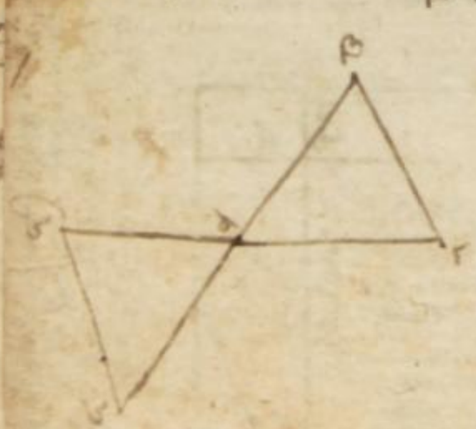
Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων τῶν γωνιῶν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ᾧ ἴσα παραλληλόγραμμα τὰ α β· β γ· ἴσας ἐχέτω τὰς πρὸς τῷ β γωνίας· καὶ καθ' ὁποσανοῦν εὐθείας αἱ δ β· β ε· ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ ζ β· β η· λέγω ὅτι τῶν α β β γ, ἀντιπεπόνθασιν αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· τουτέστιν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ δ β πρὸς β ε, οὕτως ἡ η β πρὸς β ζ· συμπεπληρώσθω γὰρ τὸ ζ ε παραλληλόγραμμον· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ α β παραλληλόγραμμον τῷ β γ παραλληλογράμμῳ· ἄλλο δέ τι τὸ ζ ε, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α β πρὸς τὸ ζ ε, οὕτως τὸ β γ, πρὸς τὸ ζ ε· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ α β πρὸς τὸ ζ ε, οὕτως ἡ δ β πρὸς β ε· ὡς δὲ τὸ β γ πρὸς ζ ε, οὕτως ἡ η β πρὸς β ζ· καὶ ὡς ἄρα ἡ δ β πρὸς β ε, οὕτως ἡ η β πρὸς β ζ· τῶν ἄρα α β β γ παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ αἱ

περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὡς ὠ̄ ἡ̄ β̄ πρὸς β̄ ε̄, οὕτως ἡ̄ η̄ β̄ πρὸς β̄ ζ̄· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ α̅ β̅ παραλληλόγραμμον τῷ β̅ γ̅ παραλληλογράμμῳ· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ̄ β̄ πρὸς β̄ ε̄, οὕτως ἡ̄ η̄ β̄ πρὸς β̄ ζ̄, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ̄ β̄ πρὸς β̄ ε̄, οὕτως τὸ α̅ β̅ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ζ̄ ε̄ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ̄ η̄ β̄ πρὸ β̄ ζ̄, οὕτως τὸ β̅ γ̅ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ζ̄ ε̄· καὶ ὡς ἄρα τὸ α̅ β̅ πρὸ τὸ ζ̄ ε̄, οὕτως τὸ β̅ γ̅ πρὸς τὸ ζ̄ ε̄· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ β̅ παραλληλόγραμμον τῷ β̅ γ̅ παραλληλογράμμῳ· τῶν ἄρα ἴσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων, ἃ περὶ ἴσας γωνίας παραλληλογράμμων ἐστὶν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας ἴσαι εἰσὶν ἐκείνα ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ιϛ.



ιϛ τοῦ ϛ΄

Τῶν ἴσων καὶ μιᾶς μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν δ̄, ἀντὶ τὰς πλευρὰς αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἴσων καὶ μιᾶς μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν δ̄, ἀντὶ τὰς πλευρὰς αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκείνα· ἔστω ἴσα ἡ̄ ᾱ, τὰ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ μιᾶς μιᾷ ἴσην ἐχόντα γωνίαν, τὴν ὑπὸ β̅ α̅ γ̅, τὴν ὑπὸ δ̅ α̅ ε̅· λέγω ὅτι τῶν α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ἀντὶ τὰς πλευρὰς αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τοὐτέστιν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ̄ γ̄ α̅ πρὸς α̅ δ̅, οὕτως ἡ̄ ε̄ α̅ πρὸς α̅ β̅· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ̄ β̄ δ̄· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ τῷ α̅ δ̅ ε̅, ἄλλο δέ τι τὸ β̅ α̅ δ̅, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ β̅ α̅ γ̅ δ̅ πρὸς τὸ β̅ α̅ δ̅, οὕτως τὸ ε̅ α̅ δ̅ πρὸς τὸ β̅ α̅ δ̅· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ γ̅ α̅ β̅ πρὸς τὸ β̅ α̅ δ̅, οὕτως ἡ̄ γ̄ α̅ πρὸς α̅ δ̅· ὡς δὲ τὸ ε̅ α̅ δ̅ πρὸς τὸ β̅ α̅ δ̅, οὕτως ἡ̄ ε̄ α̅ πρὸς τὴν α̅ β̅· καὶ ὡς ἄρα ἡ̄ γ̄ α̅ πρὸς τὴν α̅ δ̅, οὕτως ἡ̄ ε̄ α̅ πρὸς τὴν α̅ β̅· τῶν α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ἄρα ἀντὶ τὰς πλευρὰς αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίαι· ἀλλὰ δὴ ἀντὶ τὰς πλευρὰς αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας ἔστωσαν ἀνάλογον, ὡς ἡ̄ γ̄ α̅ πρὸς α̅ δ̅, οὕτως ἡ̄ ε̄ α̅ πρὸς α̅ β̅· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ τῷ α̅ δ̅ ε̅· ἐπεζεύχθω γὰρ πάλιν ἡ̄ β̄ δ̄· ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ̄ γ̄ α̅ πρὸς α̅ δ̅, οὕτως ἡ̄ ε̄ α̅ πρὸς α̅ β̅, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ̄ γ̄ α̅ πρὸς α̅ δ̅, οὕτως τὸ γ̅ α̅ β̅ πρὸς τὸ β̅ α̅ δ̅, ὡς δὲ ἡ̄ ε̄ α̅ πρὸς τὴν α̅ β̅, οὕτως τὸ ε̅ α̅ δ̅ πρὸς τὸ β̅ α̅ δ̅, καὶ οὕτως τὸ γ̅ α̅ β̅ πρὸς τὸ β̅ α̅ δ̅, τὸ αὐτὸ ἑκάτερον τῶν γ̅ α̅ β̅ ε̅ α̅ δ̅ πρὸς τὸ β̅ α̅ δ̅, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ τῷ α̅ δ̅ ε̅· τῶν ἄρα ἴσων καὶ μείζων μείζονα ἴσην ἐχόντων γωνίαν



ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. καὶ ὧν μείζονα πλευρὰν ἴσην ἐστὶν ἔχον
γωνίαν λ. ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἐκάτερα ἑκατέρᾳ. ιε
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται·
ἔστω τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ α β· γ δ· ε ζ· ὡς ἡ α β πρὸς τὴν γ δ, οὕτως ἡ ε πρὸς τὴν ζ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α β ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ δ ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν α γ σημείων ταῖς α β γ δ εὐθείαις πρὸς ὀρθὰς αἱ α η· γ θ· καὶ κείσθω τῇ μὲν ζ ἴση ἡ α η, τῇ δὲ ε ἴση ἡ γ θ· καὶ συμπεπληρώσθω τὰ β η· δ θ παραλληλόγραμμα· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ α β πρὸς τὴν γ δ, οὕτως ἡ ε πρὸς τὴν ζ, ἴση δὲ ἡ μὲν ε τῇ γ θ· ἡ δὲ ζ τῇ α η, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ α β πρὸς τὴν γ δ, οὕτως ἡ γ θ πρὸς τὴν α η· τῶν β η· α θ ἄρα παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὧν δὲ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ β η παραλληλόγραμμον, τῷ δ θ παραλληλογράμμῳ· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν β η, τὸ ὑπὸ τῶν α β ζ· ἴση γὰρ ἡ α η· τῇ ζ· τὸ δὲ δ θ τὸ ὑπὸ τῶν γ δ ε· ἴση γὰρ ἡ γ θ· τῇ ε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α β ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ δ ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν α β ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ τῶν γ δ ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· λέγω ὅτι καὶ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν, ὡς ἡ α β πρὸς τὴν γ δ· οὕτως ἡ ε πρὸς τὴν ζ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β ζ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ δ ε, καί ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν α β ζ, τὸ β η· τὸ γὰρ ἡ α η· τῇ ζ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν γ δ ε, τὸ δ θ· ἴση γὰρ ἡ γ θ τῇ ε· τὸ ἄρα β η, ἴσον ἐστὶ τῷ δ θ· καί εἰσιν ἰσογώνια· τῶν δὲ ἴσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ α β πρὸς τὴν γ δ, οὕτως ἡ γ θ πρὸς τὴν α η· ἴση δὲ ἡ μὲν γ θ τῇ ε, ἡ δὲ α η τῇ ζ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ α β πρὸς τὴν γ δ, οὕτως ἡ ε πρὸς τὴν ζ· ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων

ιε

72

περιέχομενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

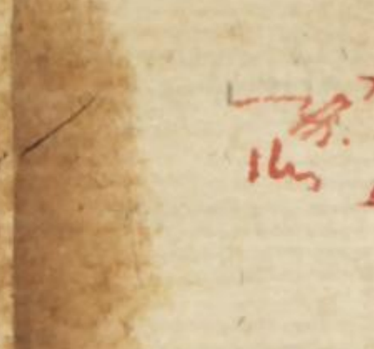
ιγ΄

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης □ῳ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης □ῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ἐὰν ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον, αἱ Α. Β. Γ. ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α. Γ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β □ῳ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ· ἴσον δὲ ἡ μὲν Α τῇ Δ, ἡ δὲ Γ τῇ Ε· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ· ἐὰν δὲ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α. Γ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β. Δ. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν Β. Δ. τῷ ἀπὸ τῆς Β ἐστὶν ἴσον· ἴση γὰρ ἡ Β τῇ Δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α. Γ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β □ῳ· πάλιν, ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ Β πρὸς τὴν Γ, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ Β πρὸς τὴν Γ, οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Β· καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε· πάλιν, ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ Β πρὸς τὴν Γ, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Δ, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Ε· ἴσον δὲ ἡ μὲν Δ τῇ Β, ἡ δὲ Ε τῇ Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ· ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης □ῳ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης □ῳ· αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ιδ΄

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι·

Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ Α· δεῖ δὴ τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι· συνεστάτω γὰρ αὐτῷ ἴσον ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ Β. Γ. Δ. Ε· εἰ μὲν οὖν ἡ Β. Ε. τῇ Ε. Δ. ἴση ἐστίν, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· ἐπεὶ γὰρ τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον ἐστὶ τὸ Β. Δ. ἀλλὰ τὸ Β. Δ. τῷ ἀπὸ τῆς Β. Ε. ἐστὶν ἴσον· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β. Ε. ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ Α· ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ Β. Ε. τῇ Ε. Δ. ἴση· ἔστω μείζων ἡ Β. Ε. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ κείσθω τῇ Ε. Δ. ἴση ἡ Ε. Ζ· καὶ τετμήσθω ἡ Β. Ζ. δίχα κατὰ τὸ Η· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαστήματι δὲ τῷ Η. Ζ. κύκλος γεγράφθω ὁ Ζ. Θ. Κ.

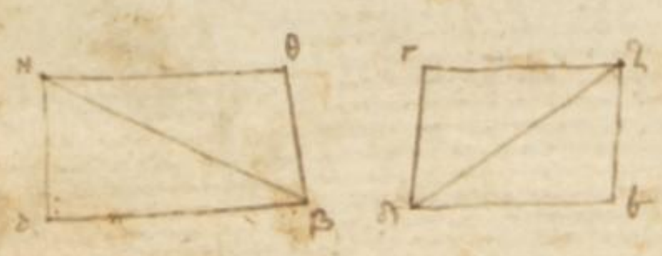


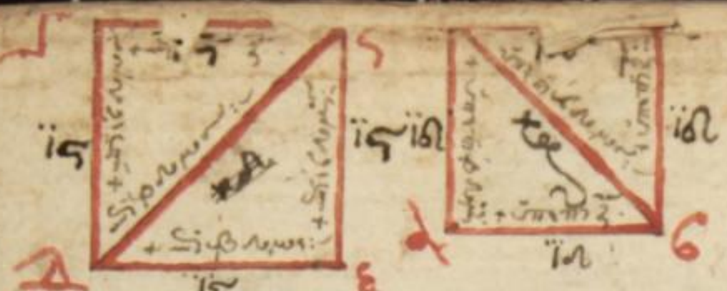
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Η. Θ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Κ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Κ. Ζ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ Β. Ζ. τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Η, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Ε. Η. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Η. Ζ. ἀλλὰ τῇ μὲν Η. Ζ. ἴση ἐστὶν ἡ Η. Θ. τῇ δὲ Ε. Ζ. ἴση ἐστὶν ἡ Ε. Δ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Ε. Η. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Η. Θ. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς Η. Θ. ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν Η. Ε. Κ. τετράγωνα· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Ε. Η. ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν Η. Ε. Κ. τετραγώνοις· καὶ ἀφῃρήσθω κοινὸν τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ε. τὸ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Κ. Η. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Κ. Η. ἴσον ἐστὶ τὸ Β. Γ. Δ. Ε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ Β. Γ. Δ. Ε· ἀλλὰ τὸ Β. Γ. Δ. Ε. τῷ Α ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. ἄρα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ Α· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ ἴσον ἐστὶ τὸ Β. Ε. Ν. Ξ. τετράγωνον· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ Ε. Ζ. τῇ Ε. Ν. τὸ δὲ Ε. Ζ. τῇ Ε. Δ. ἴση ἐστὶν ἡ Ε. Ν. τῇ Ε. Δ. ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ Ε. Β. τῇ Ε. Ξ. ἴση· τὸ ἄρα Β. Ε. Ν. Ξ. τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ Β. Γ. Δ. Ε. ἀλλὰ τὸ Β. Γ. Δ. Ε. τῷ Α ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ Β. Ε. Ν. Ξ. ἄρα τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ Α· τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Α ἴσον τετράγωνον συνέσταται τὸ Β. Ε. Ν. Ξ.

ιε΄

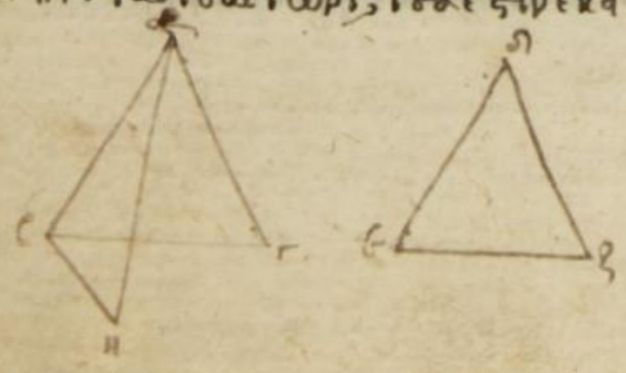
Τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ἴσον κύβον συστήσασθαι·

Ἔστω τὸ δοθὲν στερεὸν παραλληλεπίπεδον τὸ Α· δεῖ δὴ τῷ Α στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ἴσον κύβον συστήσασθαι· συνεστάτω γὰρ αὐτῷ ἴσον ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ Β. Γ. Δ. Ε· εἰ μὲν οὖν αἱ Β. Ε. Ε. Δ. ἴσαι εἰσίν, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· ἐπεὶ γὰρ τῷ Α στερεῷ ἴσον ἐστὶ τὸ Β. Δ. ἀλλὰ τὸ Β. Δ. τῷ ἀπὸ τῆς Β. Ε. ἐστὶν ἴσον· καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β. Ε. ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ Α· ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστωσαν αἱ Β. Ε. Ε. Δ. ἴσαι· ἔστω μείζων ἡ Β. Ε. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ κείσθω τῇ Ε. Δ. ἴση ἡ Ε. Ζ· καὶ τετμήσθω ἡ Β. Ζ. δίχα κατὰ τὸ Η· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαστήματι δὲ τῷ Η. Ζ. κύκλος γεγράφθω ὁ Ζ. Θ. Κ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Η. Θ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Κ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Κ. Ζ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ Β. Ζ. τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Η, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Ε. Η. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Η. Ζ. ἀλλὰ τῇ μὲν Η. Ζ. ἴση ἐστὶν ἡ Η. Θ. τῇ δὲ Ε. Ζ. ἴση ἐστὶν ἡ Ε. Δ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Ε. Η. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Η. Θ. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς Η. Θ. ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν Η. Ε. Κ. τετράγωνα· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Ε. Η. ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν Η. Ε. Κ. τετραγώνοις· καὶ ἀφῃρήσθω κοινὸν τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ε. τὸ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Κ. Η. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Κ. Η. ἴσον ἐστὶ τὸ Β. Γ. Δ. Ε· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ Β. Γ. Δ. Ε· ἀλλὰ τὸ Β. Γ. Δ. Ε. τῷ Α ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. ἄρα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ Α· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν Β. Ε. Ζ. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ ἴσον ἐστὶ τὸ Β. Ε. Ν. Ξ. τετράγωνον· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ Ε. Ζ. τῇ Ε. Ν. τὸ δὲ Ε. Ζ. τῇ Ε. Δ. ἴση ἐστὶν ἡ Ε. Ν. τῇ Ε. Δ. ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ Ε. Β. τῇ Ε. Ξ. ἴση· τὸ ἄρα Β. Ε. Ν. Ξ. τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ Β. Γ. Δ. Ε. ἀλλὰ τὸ Β. Γ. Δ. Ε. τῷ Α ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ Β. Ε. Ν. Ξ. ἄρα τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ Α· τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Α ἴσον τετράγωνον συνέσταται τὸ Β. Ε. Ν. Ξ.

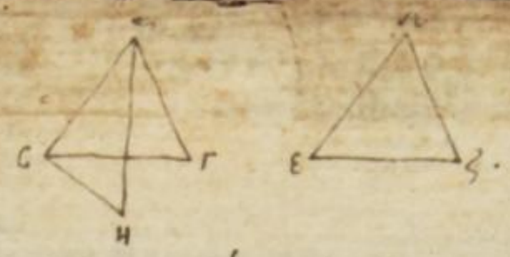




ἐστὶν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΑΒ· καὶ τοῖς πρὸς αὐτοῖς σημείοις τοῖς Α Β τὴν μεὴν πρὸ
τὴν Γ γωνίαν, ἴσην ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΗΑΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ, ἴσην δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΗ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΔΕ τρίγωνον τῷ ΗΑΒ τριγώνῳ·
ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΗΑ· καὶ ἡ ΖΕ ἄρα πρὸς τὴν
Α Β πάλιν ὡσαύτως ἐστὶν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΒΗ εὐθεῖαν· καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Β Η·
τὴν μεὴν ὑπὸ ΔΖΕ γωνίαν, ἴσην οὖσαν τῇ ὑπὸ ΒΗΘ· ἡ δὲ ὑπὸ ΖΔΕ τῇ ὑπὸ ΗΒΘ· λοιπὴ
ἄρα ἡ πρὸς τῷ Ε λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Θ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΔΕ τρίγωνον τῷ
ΗΒΘ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΗΘ·
Καὶ ἐπεὶ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΘ ἁπτόμεναι ἀλλήλων τῆς ΒΗ οὐκ οὔσης ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
τὴν μεὴν πρὸς τῇ Β γωνίαν, ἴσην οὖσαν τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· καὶ ἐπεὶ πάλιν δύο εὐθεῖαι αἱ ΗΒ ΒΘ
ἁπτόμεναι ἀλλήλων τῆς ΒΑ οὐκ οὔσης ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὴν μεὴν πρὸς τῇ Β γωνίαν, ἴσην
οὖσαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· καὶ ἔτι δὲ ἐπὶ τῆς αὐτῆς τῇ ὑπὸ ΑΒΗ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΕΖ· ὅλη ἄρα
ἡ ὑπὸ ΑΒΘ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ τῇ αὐτῇ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση τῇ
ὑπὸ ΑΒΘ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ μεὴν πρὸς τῷ Γ, τῇ πρὸς τῷ Α ἴση· καὶ ἡ πρὸς τῷ Δ, τῇ πρὸς τῷ Θ
ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΘ τρίγωνον τῷ ΔΖΕ τριγώνῳ· καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας
αὐτῶν πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΘ τρίγωνον τῷ ΔΖΕ τριγώνῳ·
Τὸ ἄρα διὰ τῆς παρὰ μίαν τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἴσον ποιῆσαι·
λόγῳ ἐστὶ, τοῦ ὅλου λόγων πλευρῶν· ὃ ὅμοια τρίγωνα, τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἴσην
ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ Γ γωνίαν, τὴν πρὸς τῷ Ζ· ὡς δὲ τὴν ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτω
τὴν ΔΖ πρὸς ΖΕ· ὥστε ὅμοιον εἶναι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΕ· λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ Δ, πρὸς
τὸ ΔΖΕ Δ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ· εἰλήφθω γὰρ
τῶν ΒΓ ΕΖ τρίτη ἀνάλογον ἡ ΒΗ· ὥστε ὡς μὲν τὴν ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτω
τὴν ΕΖ πρὸς τὴν ΒΗ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως
ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ·
ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως
ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ· τῶν ἄρα ΑΒΗ ΔΕΖ ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ
τὰς ἴσας γωνίας· ὧν δὲ τρίτη ἀνάλογόν ἐστιν αἱ δύο, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης
τῷ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ἄρα ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς
ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ἀντιπεπόνθασιν ἄρα αἱ πλευραὶ αἱ περὶ
τὰς ἴσας γωνίας· ὧν δὲ τρίτη ἀνάλογόν ἐστιν αἱ δύο, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης
τῷ ἀπὸ τῆς δευτέρας· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ Δ, τῷ



ΔΖΕ Δ· τὸ ἄρα ΑΒΓ Δ, πρὸς τὸ ΔΖΕ Δ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ·



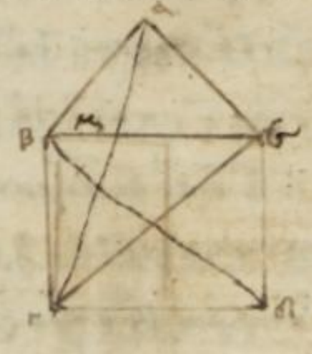
|ν̄ |κ̄ |ιε̄

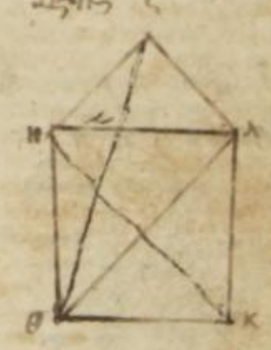
δ̄ ἰ ζ̄ Δ̄ω· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς κ̄ β̄ γ̄ πρὸς τὴν ἰ ζ̄, οὕτως κ̄ ἰ ζ̄ πρὸς τὴν β̄ κ̄, ἑκάτερος δὲ τῶν ἀπ' ἀρχῆς ἀναλόγων ὡσὶν, καὶ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην πολλαπλασιονα λόγον ἕξει, ἤπερ προς τὴν δευτέραν· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς κ̄ β̄ γ̄ ἄρα πρὸς τὴν β̄ κ̄ πολλαπλασιονα λόγον ἕξει, ἤπερ κ̄ γ̄ β̄ πρὸς ἰ ζ̄· ὡς δὲ κ̄ γ̄ β̄ πρὸς β̄ κ̄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς β̄ γ̄ Δ̄ν, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β̄ κ̄ Δ̄ν· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς β̄ γ̄ ἄρα Δ̄ν, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β̄ κ̄, πολλαπλασιονα λόγον ἕξει, ἤπερ κ̄ β̄ γ̄ πρὸς ἰ ζ̄· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς β̄ κ̄ Δ̄ν, τῷ δ̄ ἰ ζ̄ Δ̄ω· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς β̄ γ̄ ἄρα Δ̄ν, πρὸς τὸ δ̄ ἰ ζ̄ Δ̄ν πολλαπλασιονα λόγον ἕξει, ἤπερ κ̄ β̄ γ̄ πρὸς τὴν ἰ ζ̄· τὰ ἄρα ὅμοια Δ̄ Δ̄, πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασιονι λόγῳ ἐστὶ, τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Κ Καὶ τοῦτο φανερὸν, ὅτι ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης Δ̄ν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον· ἐπὶ πέρ ἐδείχθη ὡς κ̄ γ̄ β̄ πρὸς β̄ κ̄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς β̄ γ̄ Δ̄ν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β̄ κ̄ Δ̄ν τουτέστι τὸ δ̄ ἰ ζ̄, ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Λ Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τε ὅμοια Δ̄ Δ̄ διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ πολύγωνον τὸ διπλασιονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν· ἐστω ὅμοια πολύγωνα τὰ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅· ὁ δὲ μείζων αὐτῶν ἔστω ἡ α̅ β̅, τὴν ζ̅ η̅· λέγω ὅτι τὸ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολύγωνον, εἰς τε ὅμοια τοῖς γ̅ α̅ διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ ὁ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ πολύγωνον, πρὸς τὸ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολύγωνον, διπλασιονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ α̅ β̅ πρὸς ζ̅ η̅· ἐπεζεύχθωσαν αἱ β̅ ε̅· ε̅ γ̅· η̅ κ̅· κ̅ λ̅· θ̅· καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ πολύγωνον, τῷ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολυγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ β̅ α̅ ε̅ γωνία, τῇ ὑπὸ ζ̅ η̅ λ̅· καί ἐστιν ὡς κ̄ β̄ α̅ πρὸς α̅ ε̅, οὕτως κ̄ η̄ ζ̅ πρὸς ζ̅ λ̅· ἐπὶ δύο δὴ τὰ α̅ β̅ ε̅ ζ̅ η̅ λ̅ τρίγωνά ἐστι μία γωνία μιᾷ γωνίᾳ ἴση ἐνηρτημένα· περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ β̅ ε̅ τρίγωνον, τῷ ζ̅ η̅ λ̅· ἔστιν ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ α̅ β̅ ε̅ γωνία, τῇ ὑπὸ ζ̅ η̅ λ̅ ἴση· διὰ τὴν ὁμοιότητα δὲ τῶν α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολυγώνων· ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ α̅ β̅ γ̅ γωνία, τῇ ὑπὸ ζ̅ η̅ θ̅ γωνίᾳ· ἀφῃρέθησαν ἄρα καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ε̅ β̅ γ̅ γωνία, λοιπῇ τῇ ὑπὸ λ̅ η̅ θ̅ ἐστὶν ἴση· καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ζ̅ η̅ λ̅ τετραγώνων, ἐστὶν ὡς ἡ γ̅ β̅ πρὸς β̅ α̅, οὕτως ἡ λ̅ η̅ πρὸς η̅ ζ̅· ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων, ἐστὶν ὡς ἡ β̅ γ̅ πρὸς β̅ α̅, οὕτως ἡ η̅ θ̅ πρὸς η̅ ζ̅· διὸ καὶ ἐστὶν ὡς ἡ γ̅ β̅ πρὸς β̅ α̅, οὕτως ἡ λ̅ η̅ πρὸς η̅ ζ̅· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ γ̅ β̅ πρὸς τὴν λ̅ η̅, οὕτως ἡ β̅ α̅ πρὸς α̅ ε̅, οὕτως ἡ η̅ ζ̅ πρὸς ζ̅ λ̅· ἐπὶ δύο δὴ τὰ α̅ β̅ ε̅ ζ̅ η̅ λ̅ τρίγωνά ἐστι μία γωνία μιᾷ γωνίᾳ ἴση ἐνηρτημένα· περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ β̅ ε̅ τρίγωνον, τῷ ζ̅ η̅ λ̅· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ β̅ ε̅ τρίγωνον, τῷ ζ̅ η̅ λ̅· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ε̅ β̅ γ̅ τρίγωνον τῷ λ̅ η̅ θ̅ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ ὅλον ἄρα τὸ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ πολύγωνον ὅλῳ τῷ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολυγώνῳ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολυγώνων, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ α̅ ε̅ δ̅ γωνία, τῇ ὑπὸ ζ̅ λ̅ θ̅ γωνίᾳ· καὶ ἐστὶν ὡς ἡ α̅ ε̅ πρὸς ε̅ δ̅, οὕτως ἡ ζ̅ λ̅ πρὸς λ̅ θ̅· καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ α̅ β̅ ε̅ τρίγωνον τῷ ζ̅ η̅ λ̅ τριγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ β̅ ε̅ α̅ γωνία, τῇ ὑπὸ η̅ λ̅ ζ̅· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ γ̅ ε̅ δ̅ ὅλῃ τῇ ὑπὸ η̅ λ̅ θ̅ ἐστὶν ἴση· διὰ τὴν ὁμοιότητα δὲ τῶν α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολυγώνων· ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ γ̅ δ̅ ε̅ γωνία, τῇ ὑπὸ η̅ θ̅ λ̅· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δ̅ γ̅ β̅ γωνία, λοιπῇ τῇ ὑπὸ θ̅ η̅ κ̅ ἐστὶν ἴση· καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ζ̅ η̅ λ̅ τετραγώνων, ἐστὶν ὡς ἡ γ̅ β̅ πρὸς β̅ α̅, οὕτως ἡ η̅ θ̅ πρὸς η̅ ζ̅· διὰ δὲ τὴν ὁμοιότητα τῶν α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολυγώνων, ἐστὶν ὡς ἡ γ̅ β̅ πρὸς β̅ α̅, οὕτως ἡ θ̅ η̅ πρὸς η̅ ζ̅· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ γ̅ β̅ πρὸς τὴν θ̅ η̅, οὕτως ἡ β̅ α̅ πρὸς α̅ ε̅, οὕτως ἡ η̅ ζ̅ πρὸς ζ̅ λ̅· καὶ ἐπὶ τὰ α̅ β̅ ε̅ ζ̅ η̅ λ̅ τρίγωνα ἐστὶ μία γωνία μιᾷ γωνίᾳ ἴση ἐνηρτημένα· περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ β̅ ε̅ τρίγωνον, τῷ ζ̅ η̅ λ̅· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ β̅ ε̅ τρίγωνον, τῷ ζ̅ η̅ λ̅· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ε̅ β̅ γ̅ τρίγωνον τῷ λ̅ η̅ θ̅ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ ὅλον ἄρα τὸ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ πολύγωνον ὅλῳ τῷ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολυγώνῳ ἐστὶν ὅμοιον· τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διῄρηται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ πολύγωνον τὸ διπλασιονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν· ἐπεζεύχθωσαν αἱ β̅ ε̅· ε̅ γ̅· η̅ κ̅· κ̅ λ̅· θ̅· καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ πολύγωνον τῷ ζ̅ η̅ θ̅ κ̅ λ̅ πολυγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ β̅ α̅ ε̅ γωνία, τῇ ὑπὸ ζ̅ η̅ λ̅· καί ἐστιν ὡς κ̄ β̄ α̅ πρὸς α̅ ε̅, οὕτως κ̄ η̄

Δ΄, τῶν λη θ Δ΄ ὡς τε τὸ ὅμοιον τοῖς βγ Δ΄, τῶν λη θ Δ΄ διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ τοῖτο ΑΙΟΡΟΝ
Δ΄. ὅμοιόν ἐστι τῶν λθ κ Δ΄· τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα τὰ αβγδεζηθκλ ζ΄
τε ὅμοια Δ Δ΄ διήρηται, καὶ ἴσα ὅ πλῆθος· λέγω ὅτι καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις·
τοῦτ' ἔστιν, ὡς τὰ ἀ πρὸς τὰ ἀγωνα· καὶ ἡ γοὺμὲν μὼν, τὰ αβ ε βγ·
εγ δ· ε πρὸς μὲν δὴ αὐτῶν, τὰ ζ ηλ· λη θ· λθ κ· καὶ ὅτι τὸ αβγδε πολύγω,
πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ
πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τοῦτ' ἔστιν ἡ αβ πρὸς τὴν ζη· ε πεζὰ χθω σημ
αἰ αρ ζθ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βρ ρθ· καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ αβγ
γωνία τῇ ὑπὸ ζηθ· καὶ ἐστὶν ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζθ, καὶ ὡς
ἴσογώνιον ἐστὶ τὸ αβγ Δ΄ τῷ ζηθ Δ΄· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡμὲν ὑπὸ βαγ γωνία, ΑΙΣΤΣ·
γωνία τῇ ὑπὸ ηζθ· ἡδὲ ὑπὸ βγα, τῇ ὑπὸ ηθζ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ βα
με γωνί, τῇ ὑπὸ ηζμ, ἑδὲ ἴχθω δὲ καὶ ἡ ὑπὸ αβμ τῇ ὑπὸ ζηνἴση, καὶ λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ αμβ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ζνη ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβμ
Δ΄, τῷ ζηνΔ΄· ὅμοιόν ἐστι δὴ καὶ τὸ βμγ Δ΄, ἰσογώνιον ἐστὶ
τῷ ηνθ Δ΄· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ἡ αμ πρὸς μβ, οὕτως ἡ ζν, πρὸς ΑΙΔΤΣ· Τ
νη· ὡς δὲ ἡ βμ πρὸς μγ, οὕτως ἡ νη πρὸς νθ· ὥστε καὶ δι' ἴσου ὡς ἡ αμ ΑΙΗΒΤε·
πρὸς μγ, οὕτως ἡ ζν, πρὸς νθ· ἀλλ' ὡς ἡ αμ πρὸς μγ, οὕτως τὸ αβμ Δ΄ πρὸς Ο
μβγ· καὶ τὸ αμε, πρὸς τὸ ιμγ· πρὸς ἄλληλα γάρ εἰσιν, ὡς αἱ βάσεις· ὡς δὲ ΑΙΔΤΣ·
τῶν ἡγουμένων πρὸς τὰ ἑπόμενα, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα ΑΙΒΒΤε·
τὰ ἑπόμενα· ὡς ἄρα τὸ αμβ Δ΄, πρὸς τὸ βμγ, οὕτως τὸ αβε, πρὸς τὸ γβε·
ἀλλ' ὡς τὸ αμβ, πρὸς τὸ βμγ, οὕτως ἡ αμ πρὸς μγ· ὡς ἄρα ἡ αμ
πρὸς μγ, οὕτως τὸ αβε Δ΄, πρὸς τὸ βγ Δ΄· διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ ὡς ἡ ζν πρὸ ΑΙΗΓΤε·
νθ, οὕτως τὸ ζηλ Δ΄, πρὸς τὸ ηλθ Δ΄· καὶ ἐστιν ὡς ἡ αμ πρὸ τὴν μγ, οὕτως ΑΙΗΔΤε·
ἡ ζν πρὸς τὴν νθ· καὶ ὡς ἄρα τὸ αβε Δ΄ πρὸς τὸ βεγ Δ΄, οὕτως τὸ ζηλ Δ΄ πρὸς τὸ ηλθ Δ΄· καὶ ἑνὶ μὲν ζῷ ὡς τὸ αβε
Δ΄, πρὸς τὸ ζηλ Δ΄, οὕτως τὸ βεγ Δ΄, πρὸς τὸ ηθλ Δ΄·
ὁμοίως δὴ δείξομεν ἐπὶ πάσων τῶν βδ ηκ· ὅτι καὶ ὡς
τὸ εβγ Δ΄ πρὸς τὸ ληθ Δ΄, οὕτως τὸ εγδ, πρὸς τὸ λθκ
Δ΄· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ αβε Δ΄ πρὸς τὸ ζηλ Δ΄, οὕτω
τὸ βγ πρὸς τὸ ληθ· καὶ ἐπὶ τὸ εγδ· πρὸ τὸ λθκ· καὶ



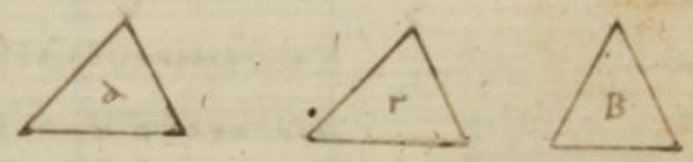


ια τ β τ ε΄ ὡσοσάηνπλευρῶν ἄρτιον πολυγώνων ἰσόπλευρον, οὗτοσὰν πᾶν τὸ ἄρτιον πολύγωνον ἰσόπλευρον ᾖ·

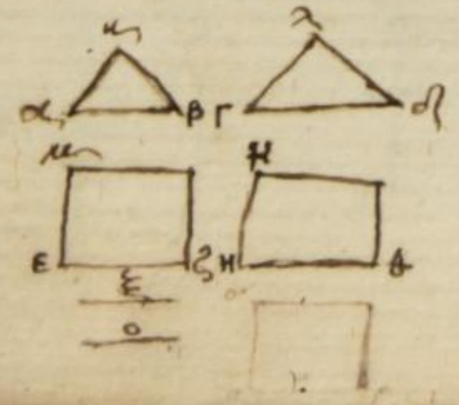
ια τ ιθ τ ς΄ ἔστω ἄρτιον πολύγωνον ἰσόπλευρον τὸ αβγδε· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον, οὕτως ἡ αν πρὸς τὴν ζλ τεταγμένως. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ αγ, αε, ζκ, ζλ· καὶ ἐπεὶ ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ αβγδε πολύγωνον, ἴσαι εἰσὶν αἱ αβ, βγ, γδ, δε, ἴσαι δὲ καὶ αἱ ζη, ηθ, θκ, κλ· καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ἐν τῷ αβγδε πολυγώνῳ εὐθειῶν τῷ πλήθει τῶν ἐν τῷ ζηθκλ πολυγώνῳ· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ τῶν αβ, βγ, γδ, δε τῷ τῶν ζη, ηθ, θκ, κλ· ἔστι δὲ καὶ τὸ μὲν τῶν αβ, βγ, γδ, δε τῶν ζη, ηθ, θκ, κλ πολυγώνων ἰσόπλευρον· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ τῶν ζη, ηθ, θκ, κλ· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ αβ, βγ, γδ, δε τῶν ζη, ηθ, θκ, κλ· ἔστι δὲ καὶ ἡ μὲν αβ τῇ ζη ἴση, ἡ δὲ βγ τῇ ηθ ἴση, ἡ δὲ γδ τῇ θκ ἴση, ἡ δὲ δε τῇ κλ ἴση· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως ἡ βγ πρὸς τὴν ηθ καὶ ἡ γδ πρὸς τὴν θκ καὶ ἡ δε πρὸς τὴν κλ· καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγδε πολύγωνον τῷ ζηθκλ πολυγώνῳ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ γα τῇ ηζ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως ἡ βγ πρὸς τὴν ηθ καὶ ἡ γα πρὸς τὴν ζη· καὶ ὡς ἄρα ἑνὸς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον, οὕτως ἡ αβ πρὸς τὴν ζη· ἀλλὰ τὸ αβγ, πρὸς τὸ ζηθ πολύγωνον, ὁμοίως ἐστὶ τῷ αβγδε πολυγώνῳ πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον· ὅμοια γάρ ἐστι πολύγωνα τὰ αβγδε, ζηθκλ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως τὸ αβγ πρὸς τὸ ζηθ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ αβ πρὸς τὸ αβγ, οὕτως ἡ ζη πρὸς τὸ ζηθ· καὶ ἐπεὶ ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ αβγ τρίγωνον τῷ ζηθ τριγώνῳ, ἴσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ ζηθ τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ βαγ γωνία τῇ ὑπὸ ηζθ γωνίᾳ, ἡ δὲ ὑπὸ βγα τῇ ὑπὸ ηθζ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αγδ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ζθκ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ γδε τῇ ὑπὸ θκλ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγδε πολύγωνον τῷ ζηθκλ πολυγώνῳ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αγδ γωνία τῇ ὑπὸ ζθκ, ἡ δὲ ὑπὸ γδε τῇ ὑπὸ θκλ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δαγ λοιπῇ τῇ ὑπὸ κζθ ἐστὶν ἴση· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν ζθ, οὕτως ἡ αδ πρὸς τὴν ζκ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν αδ, οὕτως ἡ ζθ πρὸς τὴν ζκ· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αε, οὕτως ἡ ζκ πρὸς τὴν ζλ· καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν αε, οὕτως ἡ ζθ πρὸς τὴν ζλ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ γα πρὸς τὴν ζθ, οὕτως ἡ αε πρὸς τὴν ζλ· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως ἡ βγ πρὸς τὴν ηθ καὶ ἡ γα πρὸς τὴν ζθ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως ἡ αε πρὸς τὴν ζλ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως ἡ αν πρὸς τὴν ζλ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αν πρὸς τὴν ζλ, οὕτως τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον· ὁμοίως δὲ δείξομεν καὶ ἐὰν ἡ ἡ ἐκβολὴ τοῦ ξο ἐπὶ τὸ π ἐκπίπτουσα· ὥστε καὶ καθόλου φανερόν, ὅτι ἐὰν τραχεῖα εὐθεῖα ἀνάλογον ᾖ σημεῖα, ἴσα καὶ ὅμοια πρὸς τὴν τραχεῖαν, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον· δείξομεν δὲ καὶ ἑτέρως προχειροτέρως, ὁμολογατ δ δ· ἐκκαθῶσαν πάλιν, τὰ αβγ δεζ ηθκ λ πολύγωνα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αι βε ιγ ηλ λθ λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον, οὕτως τὸ αβγ πρὸς τὸ ηλθ· καὶ ὡς τὸ αβγ πρὸς τὸ ηλθ, οὕτως τὸ αγδε πρὸς τὸ ηθκλ· καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγδε πολύγωνον τῷ ζηθκλ πολυγώνῳ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ βαγ γωνία τῇ ὑπὸ ηζθ γωνίᾳ· καὶ ἔστιν ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν ζθ· δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ αβγ, ζηθ μίαν μιᾷ γωνίαν ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ βαγ τῇ ὑπὸ ηζθ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ ζηθ τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ αβγ γωνία τῇ ὑπὸ ζηθ, ἡ δὲ ὑπὸ βγα τῇ ὑπὸ ηθζ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αγδ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ζθκ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ γδε τῇ ὑπὸ θκλ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγδε πολύγωνον τῷ ζηθκλ πολυγώνῳ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αγδ γωνία τῇ ὑπὸ ζθκ, ἡ δὲ ὑπὸ γδε τῇ ὑπὸ θκλ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δαγ λοιπῇ τῇ ὑπὸ κζθ ἐστὶν ἴση· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν ζθ, οὕτως ἡ αδ πρὸς τὴν ζκ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν αδ, οὕτως ἡ ζθ πρὸς τὴν ζκ· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αε, οὕτως ἡ ζκ πρὸς τὴν ζλ· καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν αε, οὕτως ἡ ζθ πρὸς τὴν ζλ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ γα πρὸς τὴν ζθ, οὕτως ἡ αε πρὸς τὴν ζλ· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως ἡ βγ πρὸς τὴν ηθ καὶ ἡ γα πρὸς τὴν ζθ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως ἡ αε πρὸς τὴν ζλ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν ζη, οὕτως τὸ αβγ πρὸς τὸ ζηθ· καὶ ὡς ἄρα τὸ αβγ πρὸς τὸ ζηθ, οὕτως τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ αβγ πρὸς τὸ αβγδε πολύγωνον, οὕτως τὸ ζηθ πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον· πάλιν ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγ τρίγωνον τῷ ηλθ τριγώνῳ, ὁμοίως δὲ καὶ τὸ αγδε τετράπλευρον τῷ ηθκλ τετραπλεύρῳ διὰ τὸ διαιρεῖσθαι εἰς ἴσα καὶ ὅμοια τρίγωνα τοῖς ἀριθμοῖς καὶ ὁμοίως κειμένοις, καὶ ἔστιν ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ αβγ πρὸς τὸ ηλθ, οὕτως τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ηθκλ πολύγωνον· ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον, οὕτως τὸ αβγ πρὸς τὸ ηλθ· καὶ ὡς ἄρα τὸ αβγ πρὸς τὸ ηλθ, οὕτως τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον· καὶ ὡς ἄρα τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον, οὕτως τὸ αβγ πρὸς τὸ ηλθ· καὶ ὡς ἄρα τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον, οὕτως τὸ αγδε πρὸς τὸ ηθκλ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αν πρὸς τὴν ζλ, οὕτως τὸ αβγδε πολύγωνον πρὸς τὸ ζηθκλ πολύγωνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

πρὸ τὴν θλ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ιγ δ̅ Δ̅ᵒᵛ, διπλασίονα λόγον ἔχει πρὸ τὸ λθ κ Δ̅ᵒᵛ,
ἥπερ ἡ γ ε̅ πρὸς τὴν θλ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ β ε̅ γ Δ̅ᵒᵛ πρὸς τὸ λ η̅ θ̅, οὕτως τὸ γ ε δ̅
πρὸ τὸ λθ κ̅· ἐναλλὰξ καὶ ὡς τὸ β ε̅ γ Δ̅ᵒᵛ πρὸς τὸ λ η̅ θ̅, οὕτως τὸ α̅ β ε̅ πρὸ τὴν η̅ ζ̅
λ̅· καὶ ὡς ἄρα τὸ α̅ β ε̅ πρὸς τὸ ζ̅ η̅ λ̅, οὕτως τὸ δ̅ ε γ̅ πρὸ τὸ π̅ λθ̅· καὶ τὸ ε γ δ̅ πρὸ
τὸ λθ κ̅· καὶ ὡς ἄρα ἑνὶ τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγού-
μενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· καὶ τὰ λοιπὰ ὡς ἐν τῇ
προτέρᾳ δείξει οὕτω δεῖ διὰ δεῖξαι :-

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια· ἐστω
γὰρ ἑκάτερον τῶν α̅ β̅ εὐθυγράμμων τῷ γ̅ ὅμοιον· λέγω ὅτι
καὶ τὸ α̅ τῷ β̅ ἐστὶν ὅμοιον· ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ α̅ τῷ γ̅, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν
αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· πάλιν ἐπεὶ ὅμοιόν
ἐστι τὸ β̅ τῷ γ̅, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας
πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ἑκάτερον ἄρα τῶν α̅ β̅ τῷ γ̅, ἰσογώνιόν ἐστι καὶ
τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὥστε καὶ τὸ α̅ τῷ β̅, ἰσογω
νιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον
ἄρα ἐστὶ τὸ β̅ τῷ α̅· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

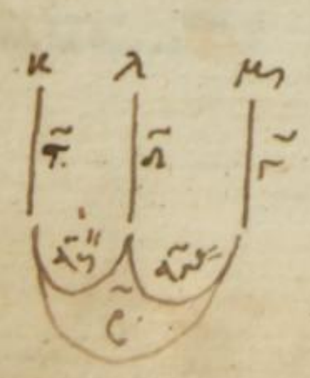
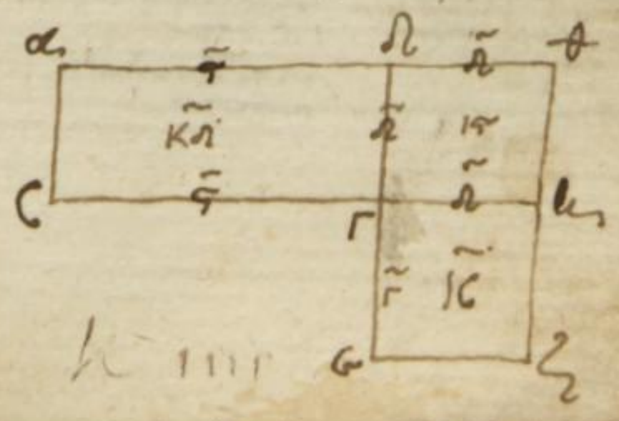


Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύ-
γραμμα ὅμοια τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλο-
γον ἔσται· καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοια τε
καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται).
ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι αἱ α̅ β̅· γ̅ δ̅· ε̅ ζ̅· η̅ θ̅· ὡς ἡ α̅ β̅ πρὸς τὴν γ̅ δ̅, οὕτως
ἡ ε̅ ζ̅ πρὸς τὴν η̅ θ̅· καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ μὲν τῶν α̅ β̅· γ̅ δ̅ ὅμοιά τε καὶ
ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ κ α̅ β̅· λ γ̅ δ̅· ἀπὸ δὲ τῶν ε̅ ζ̅· η̅ θ̅· ὅμοιά τε
καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ μ̅ ε̅ ζ̅· ν̅ θ̅· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ κ α̅ β̅
πρὸς τὸ λ γ̅ δ̅, οὕτως τὸ μ̅ ε̅ ζ̅ πρὸς τὸ ν̅ θ̅· εἰλήφθω γὰρ τῶν μ̅ ε̅ ζ̅· γ̅ δ̅ τρί-
τη ἀνάλογον ἡ ξ̅· τῶν δὲ ε̅ ζ̅· η̅ θ̅ τρίτη ἀνάλογον ἡ ο̅· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν
ἡ α̅ β̅ πρὸς τὴν γ̅ δ̅, οὕτως ἡ ε̅ ζ̅ πρὸς τὴν η̅ θ̅· ὡς δὲ ἡ γ̅ δ̅ πρὸς τὴν ξ̅, οὕτως
ἡ η̅ θ̅ πρὸς τὴν ο̅· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ α̅ β̅ πρὸς τὴν ξ̅, οὕτως ἡ ε̅ ζ̅ πρὸς τὴν ο̅·
ἀλλ' ὡς μὲν ἡ α̅ β̅ πρὸς τὴν ξ̅, οὕτω καὶ τὸ κ α̅ β̅ πρὸς τὸ λ γ̅ δ̅· ὡς δὲ ἡ ε̅ ζ̅
πρὸς τὴν ο̅, οὕτω τὸ μ̅ ε̅ ζ̅ πρὸς τὸ ν̅ θ̅· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ κ α̅ β̅ πρὸς τὸ λ γ̅ δ̅,

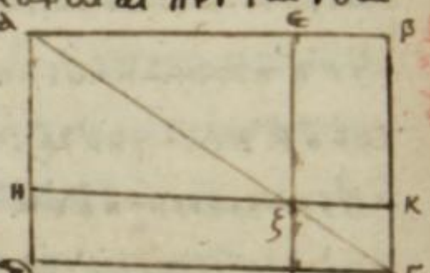


οὕτω τὸ μζ πρὸς τὸ μθ· λέγω ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν γδ, οὕτως ἡ εζ πρὸ
τὴν ηθ· γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν γδ, οὕτως ἡ εζ πρὸς τὴν πρ· καὶ ἐπεὶ
γραφθὲν ἀπὸ τῆς πρ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον, τὸ
γὰρ ἐστὶ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν γδ, οὕτως ἡ εζ πρὸς τὴν πρ· καὶ ἀλλὰ
γέγραπται ἀπὸ μὲν τῶν αβ γδ· ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κεῖται· ἐστὶν
ἄρα ὡς τὸ κ αβ πρὸς τὸ λ γδ, οὕτως τὸ με πρὸς τὸ σρ· ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς
τὸ κ αβ πρὸς τὸ λ γδ, οὕτως τὸ με πρὸς τὸ νθ· καὶ ὡς ἄρα τὸ με πρὸς τὸ σρ, οὕτως
τὸ με πρὸς τὸ νθ· τὸ με ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν νθ· σρ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ νθ τῷ σρ· ἴσον δὲ καὶ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον· ἴση
ἄρα ἐστὶν ἡ ηθ τῇ πρ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν ἡ αβ πρὸς τὴν γδ, οὕτως ἡ εζ πρὸς τὴν πρ·
ἴση δὲ ἡ πρ τῇ ηθ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν γδ, οὕτως ἡ εζ πρὸς τὴν ηθ·
ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε
καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα
ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνα-
λογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι· Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δύο εὐθειῶν ἴσαι ᾖ καὶ
ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα πολύγωνα ἴσα ἀλλήλοις ἴσοις, δύο μὲν οὕτως· ἴσαι ἴσα
καὶ ὅμοια εὐθύγραμμα τὰ νθ· σρ· καὶ ἔστω ὡς νθ πρὸς τὴν πν, οὕτως
πρ πρὸς πσ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ πρ τῷ νθ· εἰ γὰρ ἄνισόν ἐστι τὸ πρ τῷ νθ, τῶν
μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων τὸ πρ τοῦ νθ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ πρ πρὸς τὸ πσ, οὕτως
τὸ νθ πρὸς τὸ πν· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ πρ πρὸς τὸ νθ· τὸ πσ πρὸς τὸ πν· μείζων δὲ τὸ πρ
τοῦ νθ, μείζων ἄρα καὶ τὸ πσ τοῦ πν· ὥστε καὶ ὁ ρσ, μείζων ἐστὶ τοῦ θν· ἀλλὰ
καὶ ἴσον ὑπόκειται· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν τὸ πρ τῷ νθ· ἴσον ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·
Τῶν ἴσων γωνιῶν παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ
τῶν πλευρῶν· ἔστωσαν ἴσαι γωνίαι αἱ ὑπὸ βγδ, ηθκ, ἔστω δὲ καὶ τὰ ἀγ παραλληλόγραμμα,
τὰ αγ ζθ· ἴσον ἐχέτω τὸν ὑπὸ βγδ γωνίαν, τὴν ὑπὸ ηθκ· λέγω ὅτι τὸ αγ παραλληλόγραμμον, πρὸς
τὸ ζθ παραλληλόγραμμον λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν, τουτέ-
στιν ὃν ἔχει ἡ βγ πρὸς τὴν ηθ, καὶ τὴν δγ πρὸς τὴν θκ· συγκείσθω γὰρ ὡς τε ἡ
λθ εἰς μίαν τὴν βγ, τὴν ηθ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ δγ, τὴν θκ· καὶ συμπε-
πληρώσθω τὸ λκ παραλληλόγραμμον· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν βγ τῇ ηθ, ἡ δὲ
μγ τῷ θκ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ βμ τῷ ηκ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν ηθ, οὕτως ἡ κη πρὸς τὴν ηθ,

οὕτως ΜΛ πρὸς τὴν ΜΞ· οἱ ἄρα λόγοι τῆς ΓΚ πρὸς ΛΞ· καὶ τῆς ΛΞ πρὸς ΜΞ, οἱ αὐτοί
εἰσὶ τοῖς λόγοις τῶν πλευρῶν τῆς ΓΒ πρὸς ΓΗ, καὶ τῆς ΒΓ πρὸς ΓΕ· ἀλλ' ε΄ προκατασκευῆς.
ὁ τῆς ΓΚ πρὸς ΜΞ λόγος σύγκειται, ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΚ πρὸς ΛΞ λόγου, καὶ τοῦ τῆς ΛΞ πρὸς
ΜΞ· ὥστε καὶ ὁ ΓΚ πρὸς τὴν ΜΞ λόγον ἔχει, τὸν συγκείμενον ἔκ τῶν πλευρῶν·
Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ Τ
ΓΘ, ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΗ, οὕτως ἡ ΚΓ πρὸς τὴν ΛΞ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΓ πρὸς τὴν ΛΞ, ἡ
τοῦ ΑΓ πρὸς ΓΘ· πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΛΞ πρὸς τὴν ΜΞ, καὶ ὡς
ἄρα ἡ ΛΞ πρὸς τὴν ΜΞ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλλη
λόγραμμον· ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΚΓ πρὸς τὴν ΛΞ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλλη
λόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ ΛΞ πρὸς τὴν ΜΞ, οὕτ(ως)
τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ε΄
ἡ ΚΓ πρὸς τὴν ΜΞ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλλη
λόγραμμον· ἡ δὲ ΚΓ πρὸς τὴν ΜΞ λόγον ἔχει καὶ συγκείμενον ἔκ τῶν πλευρῶν·
καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΖ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἔκ τῶν
πλευρῶν· τὰ ἄρα ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα
λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν, ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλλη
λόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ἔστω παραλ
ληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ· περὶ
δὲ τὴν ΑΓ, παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ ΕΘ, ΗΚ· λέγω ὅτι
ἑκάτερον τῶν ΕΘ, ΗΚ παραλληλογράμμων, ὅμοιόν ἐστιν ὅλῳ τῷ ΑΒΓΔ καὶ
ἀλλήλοις· ἐπεὶ γὰρ ΔΓ τοῦ ΑΒΓ παραλληλογράμμου τὴν ΒΓ πλευρὰν τῇ ΗΚ ἴσην ἐποίησε,
ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ· πάλιν ἐπεὶ ΔΓ
τοῦ ΑΔΓ παραλληλογράμμου τὴν ΓΔ πλευρὰν τῇ ΚΗ ἴσην ἐποίησε, τὴν ΗΖ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς
ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΑ· ἀλλ' ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ, οὕτως
ἐδείχθη καὶ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς
τὴν ΖΑ· καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς ΑΖ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς
ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΑΖ· τῶν ἄρα ΑΒ, ΓΔ, ΕΘ, ΖΗ παραλληλογράμμων,
ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· τὴν ὑπὸ ΒΑΔ, ΕΖΗ· ἐπὶ πὰ



παραλληλόγραμμα ἐστὶν ἃ ἔχει τὰς ΓΔ, ἴσον ἐστὶν ἔμπαλιν τὸ ΑΗ χωρίον τῷ ΗΔ χωρίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΓ παραλληλόγραμμον· τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΓ τοῖς ΗΔ, ΗΓ ἴσα ἐστίν. ἀλλὰ τὰ μὲν ΑΗ, ΗΓ τὸ ΑΓ ἐστὶ παραλληλόγραμμον περὶ τὴν ΔΒ διάμετρον τυγχάνει, τὰ δὲ ΗΔ, ΗΓ τὸ ΔΓ ἐστὶ παραλληλόγραμμον περὶ τὴν ΔΒ διάμετρον τυγχάνει· τὸ ἄρα ΑΓ παραλληλόγραμμον τῷ ΔΓ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΔΓ τῷ ΔΕ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα τῷ ΔΕ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΓ παραλληλόγραμμον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒ ΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΗΓ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ· ὡς δὲ ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ. ὡς δὲ ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΓ. ὡς ἄρα ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΓ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ. ὡς δὲ ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΓ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ, ὡς δὲ ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΓ· ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΓ. ὡς δὲ ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΓ. ὡς δὲ ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΓ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. τῶν ἄρα ΑΒΓΔ παραλληλογράμμων καὶ ἀναλόγον εἰσὶν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΗΓ παραλληλογράμμῳ· ἐκατέρῳ ἄρα τῶν ΑΕ, ΗΘ παραλληλογράμμων τῷ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστιν· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια· καὶ τὸ ΑΕ ἄρα παραλληλόγραμμον τῷ ΗΘ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστι· παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.



ὡς δὲ ἐν τῷ τριγώνῳ τὸ ΑΒΓ εὐθύγραμμον ὅμοιον ἀναγράψαι· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Καὶ ἄλλως ὡς δεῖ ὅμοιον συστήσασθαι. ἐστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον ἐφ' ᾧ δεῖ ὅμοιον συστήσασθαι, τὸ ΑΒΓ· ὡς δὲ δεῖ ἴσον τὸ Δ· δεῖ δὴ τῷ μὲν ΑΒΓ ὅμοιον· τῷ δὲ Δ, ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι. παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ μὲν τὴν ΒΓ τῷ ΑΒΓ Δ, ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕ· παρὰ δὲ τὴν ΓΕ τῷ Δ, ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΜ· ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΓΕ· ἔστιν ἄρα ἐν τῇ ὑπὸ ΓΒΛ εἰς τὸ αὐτὸ θέσει ἡ ΒΓ, τῇ ΓΖ· κεῖται δὲ καὶ ἐν τῇ ὑπὸ ΖΓΕ· καὶ εἰλήφθω τῶν ΒΓ, ΓΖ μέση ἀνάλογον ἡ ΗΘ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΗΘ τῷ ΑΒΓ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΚΗΘ· καὶ εἰ μὲν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΗΘ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΓ τῷ ΚΗΘ· καὶ ἔστι τὸ ΑΒΓ τῷ Δ ἴσον· καὶ τὸ ΚΗΘ ἄρα τῷ Δ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἔστιν αὐτῷ ὅμοιον. εἰ δὲ ἡ ΒΓ τῇ ΗΘ οὐκ ἔστιν ἴση, οὐδὲ τὸ ΑΒΓ τῷ ΚΗΘ ἐστὶν ἴσον· οὐδὲ τὸ ΑΒΓ ἄρα τῷ Δ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὅμοιόν ἐστιν· οὐκ ἄρα τῷ Δ ἴσον καὶ ὅμοιον τὸ ΚΗΘ συνέστηται. ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ἀπ' αὐτῆς ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον· καὶ εἰ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ἀπ' αὐτῆς ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην ἐστίν.

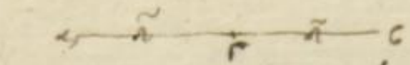
οὗ τῶ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἴδους πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. εἰ γὰρ ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓ πρὸς τὴν ΗΖ, οὕτως τὸ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΚΗΘ τετράγωνον· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΑΒΓ πρὸς τὴν ΗΖ, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΚΗΘΔ, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον. ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον, οὕτως τὸ ΚΘ τετράγωνον, πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον. ἴσον δὲ τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΒΕ παραλληλογράμμῳ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΚΘ τετράγωνον, τῷ ΕΖ παραλληλογράμμῳ· ἀλλὰ τὰ ΕΖ παραλληλόγραμμα, τῶν ΔΕ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΚΗΘ ἄρα τῷ ΔΕ ἐστὶν ἴσον· ἐστὶ δὲ τὸ ΚΗΘ καὶ τῶ ΑΒΓ ὅμοιον· καὶ ἄλλως τῶ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τὸ αὐτὸ συνίσταται τὸ ΚΗΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΖ.

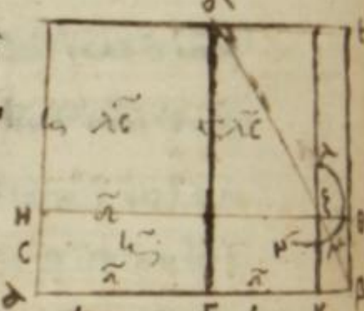
Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιον τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ. ἀπὸ γὰρ παραλληλογράμμου τοῦ ΑΒΓΔ, παραλληλόγραμμον ἀφῃρήσθω τὸ ΑΖ ὅμοιον τῷ ΑΒΓΔ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν ΔΑΒ λέγω ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, τῷ ΑΖ· μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΑΘΓ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΘ, ὅπου συμπίπτει αὐτῇ ἡ ΚΖ· κατὰ τὸ Θ· καὶ διὰ τοῦ Θ τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΘΗ· τὰ ΑΒΓΔ ἄρα παραλληλόγραμμα τοῦ ΑΖ παραλληλογράμμου ὅμοιόν ἐστι· τὸ ΑΒΓΔ ἄρα τῷ ΑΖ ὅμοιόν ἐστιν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΚ· ἐστὶ δὲ καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓΔ, ΑΖ· καὶ ὡς ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΚ· ἡ ΒΑ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ΑΚ, ΑΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΚ τῇ ΑΕ· ἐλάττων μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΑΖ· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα ἐστὶ διάμετρον τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον, τῷ ΑΖ παραλληλογράμμῳ· ἐὰν ἄρα ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

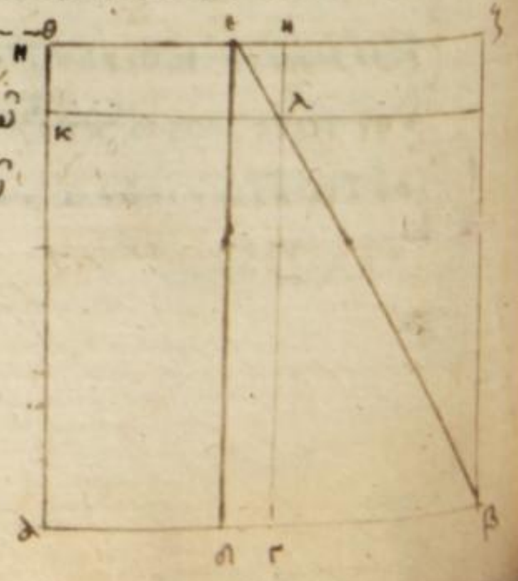
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΗ.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλλομένῳ παραλληλογράμμῳ



καὶ ἐλλείπουσιν εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ
ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μεῖζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβλη-
λόγραμμον, ὅμοιον δὲ τῷ ἐλλείμματι· ἔστω εὐθεῖα ἡ αβ· καὶ
τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ γ· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν αβ εὐθεῖαν τὸ αδ
παραλληλόγραμμον· ἐλλείπουσι παραλληλογράμμῳ τῷ βδ· ὅμοιον δὲ
καὶ ὁμοίως ἀναγραφὲν τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ· τοῦτ' ἔστι τῆς γβ· λέγω
ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν αβ παραβαλλομένων παραλληλογράμμων· καὶ ἐλλεί-
πόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ δβ·
μεῖζόν ἐστι τὸ αδ· παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ τὴν αβ εὐθεῖαν τὸ αζ παραλλη-
λόγραμμον· ἐλλείπει δὲ εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ζβ· ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως
κειμένῳ τῷ δβ· λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ αδ τοῦ αζ· ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ
δβ παραλληλόγραμμον τῷ ζβ παραλληλογράμμῳ, περὶ τὴν αὐτήν εἰσιν
διάμετρον· ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ δβ· καὶ κατεγεγράφθω τὸ σχῆμα.
ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ γζ τῷ ζε, κοινὸν προσκείσθω τὸ ζβ· ὅλον ἄρα τὸ γθ
ὅλῳ τῷ κιε ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ γθ τῷ γη ἐστὶν ἴσον· ἐπεὶ καὶ ἡ αγ τῇ γβ· καὶ
τὸ ηγ ἄρα τῷ ιε ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ γζ· ὅλον ἄρα τὸ
αζ τῷ λμν γνώμονι ἐστὶν ἴσον· ὥστε τὸ δβ παραλληλόγραμμον
τοῦτ' ἔστι τὸ αδ τοῦ αζ παραλληλογράμμου μεῖζόν ἐστι· πάντων
ἄρα τῶν παρὰ τὴν αβ εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμ-
μων· καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις,
τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παρα-
βληθὲν ὃ περ ἔδει δεῖξαι: πλ. ἔστω πάλιν ἡ αβ, τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ γ· καὶ
παραβεβλήσθω παρὰ τὴν αβ τὸ αλ ἐλλεῖπον εἴδει τῷ λβ· καὶ παραβεβλήσθω πάλιν παρὰ
τὴν αβ τὸ δθ παραλληλόγραμμον ἐλλείπον εἴδει τῷ εβ· ὅμοιον τε καὶ ὁμοίως
κειμένῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς βα τῷ λβ· λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ
τῆς ἡμισείας παραβληθὲν τὸ αλ τοῦ αε· ἀπεγράφω γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ εβ τῷ λβ πρὸς
τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν διάμετρον· ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ δβ· καὶ κατεγεγράφθω
τὸ σχῆμα· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ λζ τῷ λθ· ἐπεὶ καὶ ἡ ζη
τῇ ηθ, μεῖζον ἄρα καὶ τὸ λζ τοῦ κε· ἴσον δὲ τὸ λζ τῷ
δλ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ δλ τοῦ ε κ· ἴσον δὲ τὸ λζ τῷ





λ΄ κς΄ τοῦς΄.

λ΄ μς΄ τοῦ α΄.

παραβολὴ παρὰ τοὺς μαθη-
ματικοὺς λεῖψις ὁμοιομερὴς· παρα-
βολὴ τοῦ εἴδους μὲν ἀριθ-
μοῦ ἐστὶ τὸ μερισθὲν τὸν
ἐλάττονα ἀριθμὸν τὸν
μείζονα ἀριθμὸν ποιοῦν
δεῖξαι ποσάκις ὅλος ἐλάτ-
των πλείστων ὑπερέχει
μείζονος

δλ· μεῖζον ἀρ' ἐστὶ καὶ τὸ αλ τοῦ ε κ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ κδ· ὅλον ἄρα τὸ αλ· ὅλου τοῦ αε μεῖζόν ἐστιν ὃ περ ἔδει δεῖξαι·

κβ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν· ἐλλείπειν δὲ παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι· δεῖ δὴ τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου· ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν· ἐὰν μὲν οὖν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν τὸ γ μὴ μεῖζον ᾖ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου· ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων· ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν τὸ δ· δῆλον δὴ ἐστὶν ὅτι ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ τοῦ δοθέντος εὐθυγράμμου τοῦ γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται ἐλλείπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δ· τετμήσθω ἡ αβ δίχα κατὰ τὸ ε σημεῖον· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εβ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς εβ τῷ δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ εβζη· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ αη παραλληλόγραμμον· ὅλον ἄρα τὸ αη ἢ ἴσον ἐστὶ τοῖς γ, ἢ μεῖζον αὐτοῦ, ἢ ἔλαττον· ἔστω πρότερον ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη τοῖς γ, ἀφῃρήσθω τὸ δ· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ αη τοῖς γ, ἀφῃρήσθω τὸ δ· λοιπὸν ἄρα τὸ θη λοιπῷ τῷ κ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ δ τῷ ηβ· κοινὸν προσκείσθω τὸ γ· ὅλον ἄρα τὸ δ τῷ γ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ δ τῷ ηβ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ηβ ἄρα τῷ γ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ γ τῷ κ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ κ ἄρα τῷ ηβ ἐστὶν ἴσον· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ηβ τῷ κ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ηθ· ὅλον ἄρα τὸ βη τῷ κ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ κ τῷ θη ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ θη ἄρα τῷ βη ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ηα· ὅλον ἄρα τὸ θα τῷ βζ ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ βζ τῷ ηβ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ τὸ ηβ ἄρα τῷ θα ἐστὶν ὅμοιον· ἐπὶ τὴν αὐτὴν ἄρα βάσιν ἐστὶ τὴν αβ· καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς πλευρᾶς τῆς αβ· ἀλλὰ τὸ ηβ τῷ δ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ τὸ θα ἄρα τῷ δ ἐστὶν ὅμοιον· ἐπὶ τὴν αὐτὴν ἄρα βάσιν ἐστὶ τὴν αβ· καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς πλευρᾶς τῆς αβ· ὅμοιον δὲ καὶ συναναστρέφον τὸ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον· ὅμοιον γὰρ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον τῷ δ· ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον

τὸ ΟΡ τῷ Ξ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΠΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΟΒ· ὅλῳ τῷ ΞΒ ἴσον ἐστίν.
ἀλλὰ τὸ ΞΒ τῷ ΓΙ ἐστιν ἴσον· ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρᾳ πλευρᾷ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· καὶ
ὅτι ἄρα τῷ ΟΒ ἐστιν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΞΣ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΣ ὅλῳ
τῷ ΦΧ γνώμονι ἐστιν ἴσον· ἀλλὸ ΦΧ γνώμων τῷ ΓΔ ἐστιν ἴσος· καὶ
τὸ ΓΣ ἄρα τῷ ΓΔ ἐστιν ἴσον· παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δο-
θέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΣΓ
ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΒΛ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κδ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμ-
μον παραβαλεῖν· ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι τῷ
ἐν τῷ ΑΒ ἡμιτριγώνῳ ἴσῳ καὶ ἀναγεγραμμένῳ ὡδεῖ ἴσον τὸ
τὴν ΑΒ παραβαλεῖν τὸ Γ· ὡ δὲ δεῖ ὅμοιον ὑπερβάλλειν ὅδε· δεῖ δὴ τὸ
ΑΒ εὐθεῖαν τῷ ΓΔ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν
ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι τῷ ΕΖ· τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα
κατὰ τὸ Ε· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΕΒ τῷ ΕΖ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον
παραλληλόγραμμον τὸ ΒΖ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΖ· ἤτοι ἴσον τῷ ΔΓ ἢ μεῖζον ἢ ἔλαττον.

κε

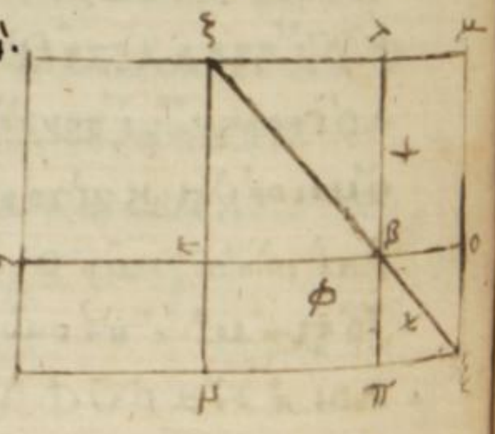
ἔστω πρότερον ἴσον· καὶ ἔστιν ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τῷ ΖΕ· μείζων ἄρα ἐστὶν
ἡ ΚΘ τῆς ΖΛ· μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΚΜ τῆς ΖΝ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν
ἡ ΚΜ τῆς ΖΝ· ἐκβεβλήσθω οὖν αὐτῇ ἴση ἡ ΖΞ· καὶ τῷ μὲν ΚΘ, ἴσον ἐστὶ καὶ ἡ ΖΛ· τῷ δὲ
ΚΜ, ἴση ἡ ΖΝ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΜΞ· τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΚΘ, ἴσον τέ ἐστι καὶ
ὅμοιον· ἀλλὰ τὸ ΚΘ τῷ ΕΛ ἐστιν ὅμοιον· καὶ τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΕΛ ὅμοιόν ἐστιν·

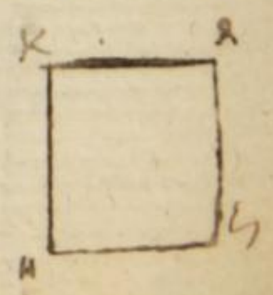
κς

ἐπὶ τὴν αὐτὴν ἄρα ἐστὶ τὴν ΖΕ διάμετρον· ἔστω αὐτῶν διάμετρος
ΖΞ· καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα· ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΚΘ τῷ ΕΛ· ἀλλὰ
τὸ ΚΘ τῷ ΜΝ ἴσον ἐστί· καὶ τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΕΛ ἴσον ἐστί· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΖΛ· ὅλον ἄρα τὸ ΦΧ γνώμων
ὅλῳ τῷ ΔΓ ἐστιν ἴσος· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΖΕ τῷ ΕΒ·
ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΕ τῷ ΕΒ· τουτέστι τῷ ΛΟ· κοινὸν

κζ

προσκείσθω τὸ ΖΞ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΞ, ἴσον ἐστὶ τῷ ΦΧ γνώμονι· ἀλλὸ ΦΧ γνώμων τῷ Γ,





ἴσος ἐστί· καὶ τὸ ΑΞ τῷ ΓΩ ἴσον ἐστί· παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ
τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Δ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ
ΑΞ· ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ Π ὁμοίῳ ὄντι τῷ ΔΕ· τὸ
ΓΔ, ὅμοιον τῷ ΒΖ· τὸ δὲ ΒΖ ὅμοιον τῷ Π· πορίζωμαι τὴν αὐτὴν διάμε
τρον εἰς ἴσα· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

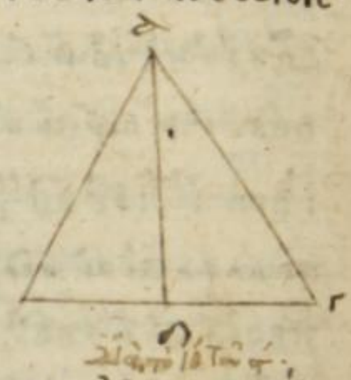
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τριγώνου τοῦ Δ ἥμισυ παρα
βαλεῖν ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἡμίσους ὁμοίῳ δὲ
καὶ ἄλλῳ τῷ ΔΕ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν δίχα καὶ μέσον λόγον τετμῆσθαι
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἡμίσους τετράγωνον παραβεβλῆσθαι ἐλλεῖπον εἴδει
τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἡμίσους ὁμοίῳ δὲ καὶ ἄλλῳ τῷ ΔΕ· καὶ
τὸ μὲν ΑΒ ἡμίσους τετράγωνον ἔστω τὸ ΑΓ, τὸ δὲ ΔΕ· ἔστω τὸ ΓΔ·
ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΔ τῷ ΔΕ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΓ
τῷ ΔΕ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΖ· λοιπῷ τῷ ΑΔ ἐστὶν
ἴσον· ἔστιν ἄρα καὶ ἰσογώνιον· τῶν ἄρα ΒΖ· ΔΑ, πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας
εἰσὶν ἀντιπεπόνθασιν ἄρα ὡς ἡ ΖΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς
ΔΕ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΖΒ τῇ ΑΓ· τουτέστι τῇ ΑΒ· ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΑΕ· ἔστιν ἄρα ὡς
ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ· μείζων δὲ ἡ ΑΒ τῆς ΑΕ· μείζων
ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΒ· ἡ ἄρα ΑΒ εὐθεῖα, δίχα καὶ μέσον λόγον τέτμηται
κατὰ τὸ Ε· καὶ μείζον αὐτῆς τμῆμά ἐστι τὸ ΑΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

Τῷ δοθέντι ἡμικυκλίῳ τετράγωνον ἴσον παραβαλεῖν καὶ ἄλλῳ τετραγώνῳ
τῷ ΔΕ· ὁμοίῳ δὲ καὶ ἄλλῳ τῷ ΔΕ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ δίχα καὶ μέσον λόγον
τετμῆσθαι κατὰ τὸ Γ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ· τετμήσθω ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Γ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ· καὶ ἐπεὶ ὅλη τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΓ, τῷ ΒΓ ἴσον
παραλληλόγραμμον, τὸ ΓΔ· ὑπερβάλλον εἴδει τῷ ΑΔ· ὁμοίῳ τῷ ΒΓ·
ἔστιν ἄρα τὸ ΒΓ τετράγωνον ἀφαιρεθήσεται καὶ τὸ ΑΔ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΓ
τῷ ΔΕ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΖ· λοιπῷ τῷ ΑΔ ἐστὶν
ἴσον· ἔστιν ἄρα καὶ ἰσογώνιον· τῶν ἄρα ΒΖ· ΔΑ, πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας
εἰσὶν ἀντιπεπόνθασιν ἄρα ὡς ἡ ΖΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς
ΔΕ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΖΒ τῇ ΑΓ· τουτέστι τῇ ΑΒ· ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΑΕ· ἔστιν ἄρα ὡς
ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ· μείζων δὲ ἡ ΑΒ τῆς ΑΕ· μείζων
ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΒ· ἡ ἄρα ΑΒ εὐθεῖα, δίχα καὶ μέσον λόγον τέτμηται
κατὰ τὸ Ε· καὶ μείζον αὐτῆς τμῆμά ἐστι τὸ ΑΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης
πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν
εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις· ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ·
ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἴδος, ἴσον ἐστὶ τοῖς
ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις·
ἤχθω κάθετος ἡ ΑΔ· ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ ΑΒΓ ἀπὸ τῆς πρὸς τῷ
ὀρθῇ γωνίᾳ βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΑΔ· αἱ ΔΒ ΓΑ τὰ ΑΒΔ· ΑΔΓ πρὸ
τῆς καθ' ἑαυτὰ ΔΑ ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ τῷ ΑΒΓ καὶ ἀλλήλοις· καὶ ἐπεὶ

49

ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ, τῷ ΑΒΔ, ἑστι γὰρ καὶ ἑκάτερα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΒΔ· καὶ ἐπὶ τρισὶ εὐθείαις αἱ ἀναλογόμεναί εἰσιν· ἑστιν ὡς ἡ πρώτη τῆς πρὸς τὴν τρίτην
τὴν οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ὅμοιον καὶ
ὁμοίως ἀναγραφόμενον· ὡς ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ
εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ, τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον· διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ εἶδος πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ὡς τε καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὰς ΒΔ ΔΓ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ
εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ· ΑΓ τὸ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγραφό
μενα· ἴσον δὲ ἡ ΑΒ ταῖς ΒΔ· ΔΓ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ εἶδος τοῖς
ἀπὸ τῶν ΒΑ· ΑΓ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως
ἀναγραφομένοις· ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις
τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς
εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν
πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφο
μένοις ὅπερ ἔδει δεῖξαι· ΚΑΙ ἐπὶ τῶν ὁμοίων σχημάτων ἐν δισταλασίονι
λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἄρα εἶδος πρὸς τὸ
ἀπὸ τῆς ΒΑ εἶδος· δισταλασίονα λόγον ἔχει ἡπερ ἡ ΓΒ, πρὸς τὴν ΒΑ·
ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον
δισταλασίονα λόγον, ἢπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ
εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ, πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς ΒΑ τετράγωνον· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος πρὸς τὸ
ἀπὸ τῆς ΓΑ εἶδος, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ
τετράγωνον· ὡς τε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ· ΑΓ εἴδη,
οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ· ΑΓ τετράγωνα·
ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ· ΑΓ τετραγώνοις· ἴσον
ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ· ΑΓ εἴδεσιν ὁμοίοις καὶ
ὁμοίως ἀναγραφομένοις· ΕΑΝ δύο Δ Δ σὺν τεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν·
ταὶ δύο πλευραὶ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀναλόγον ἔχουσαι· ὡς τε ταὶ ὁμόλογοι
αὐτῶν πλευραὶ καὶ παράλληλοι εἰσίν, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ εἰς
εὐθείας ἔσονται· ἴσων δύο Δ Δ τὰ Α ΒΓ· ΔΓΕ· ταὶ δύο πλευραὶ ταὶ ΒΑ·



ΑΓ, ταὶς δὲ ΒΓ ΔΓ ΕΓ, ἀνάλογον ἔχοντα· ὡς μὲν τὴν ΑΒ
πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΔΓ ΕΓ· παράλληλον ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΝ τῇ ΑΒ,
τῇ ΔΓ· τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΓ ΕΓ λέγω ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ· εἰ γὰρ ϛ΄ Αἱ κθ τοῦ α΄.
παράλληλός ἐστιν, ἣ ΑΒ τῇ ΔΓ· καὶ ἐπ' αὐτὰς εἰς μὲν εὐθεῖα ἡ ΑΓ, ÷ διὰ τ΄ ς΄ τ΄ ς΄
αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι, αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· διὰ ταὐτὰ
δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστίν, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ
ΓΔΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΔΔ εἰσὶ τὰ ΑΒ ΓΔ ἡ μία γωνία τὴν
πρὸς τὰ Α μιᾷ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Δ ἴσην ἔχοντα· περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας
τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ·
ἴσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τῷ ΓΔΕ· ὁμοία ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ γωνία
τῇ ὑπὸ ΓΔΕ· ἐφάπτεται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ ΒΓ, ἴση ἐστί· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΕ·
αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΕ· ΑΓΒ· ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ ΑΒΓ ΒΓΑ ἴσαι εἰσίν· ἀλλ' αἱ ὑπὸ ιβ΄ Αἱ λβ τοῦ α΄.
ΑΒΓ ΒΓΑ ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΕ ΑΓΒ ἄρα
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΑΓ ἐπὶ τῷ αὐτῷ σημείῳ τῷ Γ αἱ δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ ΓΕ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΓΕ· ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ· ἐὰν ἄρα δύο ΔΔ σημεῖα κατὰ μέσον γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΔΔ σημεῖα πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα· ὥστε καὶ ὁμόλογον αὐτῶν πλευρὰς ἐπ' εὐθείας εἶναι· αἱ λοιπαὶ τῶν τε τῶν πλευρὰς ἐπ' εὐθείας ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι· λγ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ἔτι δὲ ἐὰν πρός τοῖς κέντροις συνίστηται μέρη· ἴσα γὰρ ἴσοις κύκλοις αἱ ΑΒΓ· ΔΕΖ· πρὸς μὲν τοῖς κέντροις ταῖς Η Θ γωνίαι ἴσαι ἔστωσαν· αἱ ὑπὸ ΒΗΓ· ΕΘΖ· πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ· ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν· οὕτως καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· εἰλήφθω γὰρ τῆς μὲν ΒΓ περιφέρειας ἴσα κγ τὰ ἑξῆς τῇ

τὰ δ΄ ς΄ ι΄ ζ΄ κ΄ τοῦ δ΄.

+ αι βΓ. ΓΚ. καὶ περιφέρειαι ἴσαι εἰσὶ καθ' ἃ

ΑΙΚΖ ΤΟΥ Γ

ὅσαι δὴ πολλαπλασίων. αἱ ΓΚ. ΚΛ. τῆς δὲ ΕΖ περιφέρειαι ἴσαι ὅσαι δὴ πολλαπλασίων. αἱ ΖΜ. ΜΝ. καὶ εἰ περιεύχθωσαν αἱ ΗΚ. ΗΛ. ΘΜ. ΘΝ. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ΗΚ. ΚΗΛ γωνίαι ἀλλήλαις, ὅσα πλασίων ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΒΓ, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΗΓ. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ὅσα πλασίων ἐστὶν ἡ ΝΕ περιφέρεια τῆς ΕΖ, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΝΘΕ γωνία τῆς ΕΘΖ. ἡ δὲ αὐτὴ περιφέρεια τῆς ΕΖ διπλασίων ἐστὶ καὶ τῆς ΕΜ περιφερείας, ἴσαι εἰσὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΛ τῇ ὑπὸ ΕΘΝ. ἐὰν ἄρα ἴσαι εἰσὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῇ ΕΝ περιφερείᾳ, ἴσαι ἔσονται καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΛ τῇ ὑπὸ ΕΘΝ. καὶ εἰ ἐλάττων, ἐλάττων. τὰ αὐτὰ δὴ τοῖς ὑποκειμένοις καὶ ἐὰν περὶ τὰς ΒΓ. ΓΚ περιφερείας συναμφότερος ἡ ΒΚ περιφέρεια πρὸς συναμφοτέραν τὴν ΕΜ. ΜΖ περιφέρειαν οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ. καὶ ἐὰν ἄρα ἴσαι εἰσὶν ἡ ΒΚ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ, ἴσαι ἔσονται καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΓ. ΕΘΖ γωνίαι τὰς αὐτὰς λόγους ἔχουσαι ταῖς περιφερείαις· ἐφ' ὧν βέβηκασιν, εἴτε πρὸς τοῖς κέντροις, εἴτε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΑΙΚΖ ΤΟΥ Γ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ εἰς τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωνται, αἱ δὲ ἀρχὰς ταῖς ἀρχαῖς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν, ἡ μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν πρώτης καὶ τρίτης περιφερείας ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πολλαπλασίων ἐστὶν τῆς μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν μέσης καὶ τρίτης ἐπιζευγνυμένης εὐθείας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσα ταῖς περιφερείαις.

ΑΙΚΗ ΤΟΥ Γ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ εἰς τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωνται, αἱ δὲ ἀρχὰς ταῖς ἀρχαῖς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν, ἡ μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν πρώτης καὶ τρίτης περιφερείας ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πολλαπλασίων ἐστὶν τῆς μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν μέσης καὶ τρίτης ἐπιζευγνυμένης εὐθείας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσα ταῖς περιφερείαις.

ΑΙΚΘ ΤΟΥ Γ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ εἰς τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωνται, αἱ δὲ ἀρχὰς ταῖς ἀρχαῖς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν, ἡ μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν πρώτης καὶ τρίτης περιφερείας ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πολλαπλασίων ἐστὶν τῆς μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν μέσης καὶ τρίτης ἐπιζευγνυμένης εὐθείας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσα ταῖς περιφερείαις.

ΑΙΚΙ ΤΟΥ Γ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ εἰς τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωνται, αἱ δὲ ἀρχὰς ταῖς ἀρχαῖς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν, ἡ μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν πρώτης καὶ τρίτης περιφερείας ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πολλαπλασίων ἐστὶν τῆς μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν μέσης καὶ τρίτης ἐπιζευγνυμένης εὐθείας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσα ταῖς περιφερείαις.

ΑΙΚΑ ΤΟΥ Γ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ εἰς τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωνται, αἱ δὲ ἀρχὰς ταῖς ἀρχαῖς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν, ἡ μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν πρώτης καὶ τρίτης περιφερείας ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πολλαπλασίων ἐστὶν τῆς μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν μέσης καὶ τρίτης ἐπιζευγνυμένης εὐθείας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσα ταῖς περιφερείαις.

ΑΙΚΒ ΤΟΥ Γ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ εἰς τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωνται, αἱ δὲ ἀρχὰς ταῖς ἀρχαῖς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν, ἡ μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν πρώτης καὶ τρίτης περιφερείας ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πολλαπλασίων ἐστὶν τῆς μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν μέσης καὶ τρίτης ἐπιζευγνυμένης εὐθείας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσα ταῖς περιφερείαις.

ΑΙΚΓ ΤΟΥ Γ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ εἰς τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωνται, αἱ δὲ ἀρχὰς ταῖς ἀρχαῖς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν, ἡ μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν πρώτης καὶ τρίτης περιφερείας ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πολλαπλασίων ἐστὶν τῆς μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν μέσης καὶ τρίτης ἐπιζευγνυμένης εὐθείας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσα ταῖς περιφερείαις.

ΑΙΚΔ ΤΟΥ Γ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ εἰς τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωνται, αἱ δὲ ἀρχὰς ταῖς ἀρχαῖς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν, ἡ μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν πρώτης καὶ τρίτης περιφερείας ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πολλαπλασίων ἐστὶν τῆς μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν μέσης καὶ τρίτης ἐπιζευγνυμένης εὐθείας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσα ταῖς περιφερείαις.

ΑΙΚΕ ΤΟΥ Γ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ εἰς τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνωνται, αἱ δὲ ἀρχὰς ταῖς ἀρχαῖς ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ὦσιν, ἡ μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν πρώτης καὶ τρίτης περιφερείας ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πολλαπλασίων ἐστὶν τῆς μεταξὺ τῶν ἄκρων τῶν μέσης καὶ τρίτης ἐπιζευγνυμένης εὐθείας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσα ταῖς περιφερείαις.

ΑΙΚΖ

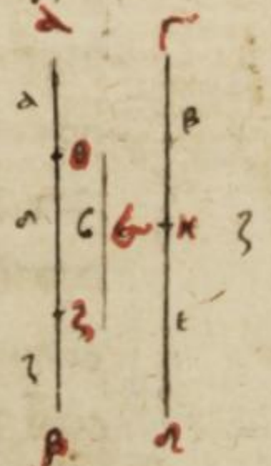
περιφέρειαι ἴσοι τῶν ἀφ' ὧν ἀ ζ̄ τ̄ ὅλ ὅ περιφέρειαι ἴσοι τῶν
ἀφ' ὧν ἀ ζ̄ τ̄ ὅ ὅλον περιφέρειαι ἴσον. ὥστε καὶ γωνία, ἡ πρὸς τῷ
β ξ̄ τ̄, τῇ πρὸς τῷ ο κ̄ ἐστὶν ἴση. ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ζ ξ̄ τ̄ τμῆμα τῷ ζ̄ ξ̄ τ̄ τμήματι. καὶ ἐπεὶ ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ζ ξ̄ τ̄ τμῆμα τῷ ζ̄ ξ̄ τ̄ τμήματι. καὶ ἐπεὶ ἴσων ἄρα ἀφῃρημένων τῶν ζ̄ τ̄ κ̄ τ̄. τ ὁ ἴσων ἄρα ἀφῃρημένων τῶν ζ̄ τ̄ κ̄ τ̄ τμημάτων, ἴσα ἀπὸ ἴσων ἀφῃρημένοις φ̄ ἐστίν. ἴσον ἐστὶν ὡ

Μονάς ἐστι καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται. ἀριθμὸς δέ ἐστι τὸ ἐκ πλειόνων μονάδων συγκείμενον πλῆθος. μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα· μέρη δ' ὅταν μὴ καταμετρῇ. πολλαπλάσιος δ' ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος ὅταν καταμετρῇ τὸ τοῦ ἐλάττονος. ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμενος. περισσὸς δ', ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα· ἢ ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ. ἄρτιος ἀρτιάκις ἐστὶν ὁ δι' ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν. ἄρτιος δὲ περισσάκις ἐστὶν ὁ δι' ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν. περισσάκις δὲ περισσός ἐστιν ὁ δι' περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν. πρῶτος ἀριθμός ἐστιν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος. πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ. σύνθετος δ' ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενος. σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ. ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται ὅταν ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος ἐπί τινα συναχθῇ. ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλείσθω· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀριθμοί. ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς καλείσθω· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀριθμοί. τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμός, ὁ ἰσάκις ἴσος ἢ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος. κύβος δ' ὁ ἰσάκις ἴσος, ἰσάκις ἢ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος. ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσι. ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον

ἔχοντες τὰς πλευράς.

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν ὃς τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὢν

Ἀνὰ δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάττονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ὅταν μὲν καταμετρῇ τὸν πρὸ αὐτοῦ ἕως οὗ ληφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς δοθέντες πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. ἀνὰ δύο δὲ ἀνίσων ἀριθμῶν τῶν α ζ τὸν ἀνθυφαιρούμενον ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ὅταν μὲν καταμετρῇ τὸν πρὸ αὐτοῦ, ἕως οὗ ληφθῇ μονάς· λέγω ὅτι οἱ α ζ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. τουτέστιν ὅτι τοὺς α ζ τὸν, μονὰς μόνη μετρεῖ κοινὸν μέτρον. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ α ζ τὸν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω τις καὶ ἔστω ὁ δ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ ε τὸν α μετρεῖ, τοσαυτάκις ἐλάσσων ὁ β τὸν ζ μετρείτω καὶ ἔστω ὁ ζη. καὶ ὁσάκις ὁ ζ τὸν β μετρεῖ, τοσαυτάκις ἐλάσσων ὁ α τὸν ε μετρείτω καὶ ἔστω ὁ θ. λοιπὸς ἄρα ὁ ηα μονάδα τὴν θα. ἐπεὶ οὖν ὁ ε τὸν α μετρεῖ κατὰ τὸν θ, ὁ δὲ α τὸν ηβ μετρεῖ κατὰ τὸν ηα, καὶ ὁ ε ἄρα τὸν ηβ μετρεῖ κατὰ τὸν ηα. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν ὁλόκληρον τὸν εβ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν βα μετρήσει. ὁ δὲ β τὸν ζ μετρεῖ κατὰ τὸν ζη· καὶ ὁ ε ἄρα τὸν ζ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν βα· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν α μετρήσει. ὁ δὲ α τὸν ζ μετρεῖ· καὶ ὁ ε ἄρα τὸν ζ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν ὁλόκληρον τὸν εβ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν βη μετρήσει. ὁ δὲ η τὸν ζθ μετρεῖ κατὰ τὸν θε· καὶ ὁ ε ἄρα τὸν ζθ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν βη· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ζα μετρήσει. ἡ δὲ α τὸν ηα μονὰς μετρήσει· ὁ ε ἄρα τὸν α μετρήσει. ἔστι δὲ καὶ τὸν ζ· ὁ ε ἄρα τοὺς α ζ μετρεῖ· οἱ α ζ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Δύο δεδομένων ἀριθμῶν μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸν μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ α δ τὸν δὲ α δ μετρεῖ μετρεῖ καὶ ἑαυτόν, ὁ α ἄρα τοὺς α δ μετρεῖ. εἰ μὲν οὖν ὁ α μονάς ἐστιν, ἐφ' ὃ δὲ ὁ τὸν α μετρήσει· ἐπεὶ καὶ ἑαυτὸν μετρεῖ· ἡ δὲ μονὰς πάντα ἀριθμὸν μετρεῖ· ἡ α ἄρα πάντας τοὺς α δ μετρεῖ· οἱ α δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ οὐκ ὑπόκειται. ὁ α ἄρα οὐ μονάς ἐστιν· ἔστω τις ἀριθμὸς ὁ β. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ α τὸν δ μετρεῖ, τοσαυτάκις ἐλάσσων ὁ β τὸν γ μετρείτω καὶ ἔστω ὁ γε. καὶ ὁσάκις ὁ β τὸν α μετρεῖ, τοσαυτάκις ἐλάσσων ὁ γ τὸν β μετρείτω καὶ ἔστω ὁ ζ. καὶ ὁσάκις ὁ ζ τὸν γ μετρεῖ, τοσαυτάκις ἐλάσσων ὁ α τὸν ζ μετρείτω καὶ ἔστω ὁ η. ἡ δὲ α τὸν δ μονὰς μετρήσει κατὰ τὸν η· ὁ ζ ἄρα τὸν α μετρήσει. ἔστι δὲ καὶ τὸν γ· ὁ ζ ἄρα τοὺς α γ μετρεῖ· οἱ α γ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ὁποδοῦχ᾽ τόκειται· καὶ φθήσονται αἱ πλευραὶ ὁ δεῖνα μ· ὃς μετρήσει τὸν
ἑαυτοῦ· ὡς ὁ μὲν Γ τὸν ΑΖ μέτρων, καὶ τοῦτ᾽ ὡς ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὰ ΑΓ ἐπὶ
ὃν ΑΓ τὸν ΑΖ μέτρων, καὶ τοῦτ᾽ ὡς ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΓΖ· ὃν ΓΖ τὸν ΑΓ
μετρήσω· ἴσοι οὖν ὄντες ὁ ΓΖ τὸν ΑΓ μετρεῖ· ὃν ΑΓ τὸν ΔΖ μετρεῖ· καὶ
ὃν ΓΖ ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΓΔ
μετρήσει· ὃν ΓΔ τὸν ΒΓ μετρεῖ· ὡς ὁ ΓΖ ἄρα τὸν ΒΓ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ
ἑαυτόν· ὡς ὅλον ἄρα τὸν ΒΔ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΓΔ· ὃν ΓΖ ἄρα τὰ ΒΓ
ΓΔ μετρεῖ· ὃν ΓΖ ἄρα τῶν ΑΒ· ΓΔ ὅλον μέτρον ἐστὶν· λέγω δὴ ὅτι καὶ
μέγιστον· εἰ γὰρ μή ἐστιν ὃν ΓΖ τῶν ΑΒ· ΓΔ μέγιστον ὅλον· ἔστω μέτρον μετρήσει
τις τοὺς ΑΒ ΓΔ δείθμ· δεῖθμ μείζων ὢν τοῦ ΓΖ· μετρήτω καὶ ἔστω Ν.
ὁ δὴ Ν ἴσους ποιῶν τοὺς ΓΔ μετρεῖ· ὃς δὲ τὸν ΓΔ μετρεῖ τὸν ΒΓ μετρεῖ·
μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΑΓ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΑΒ μετρήσει· μετρήσει δὲ καὶ ὅλον τὸν
ΓΖ μείζονα ὄντα ἐλάττονα ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ ΓΔ δείθμους
ὄντας πρώτους πρὸς ἀλλήλους μετρήσει μείζων ὢν τοῦ ΓΖ· ὃν ΓΖ ἄρα τῶν ΑΒ ΓΔ μέγιστον
ὁ ΓΖ ἄρα μετρήσει· Ὅθεν φανερὸν ὅτι ἐὰν δείθμοὶ δύο
δείθμους μετρῶσι, καὶ τὸν μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει·

Πρόβλημα γ.

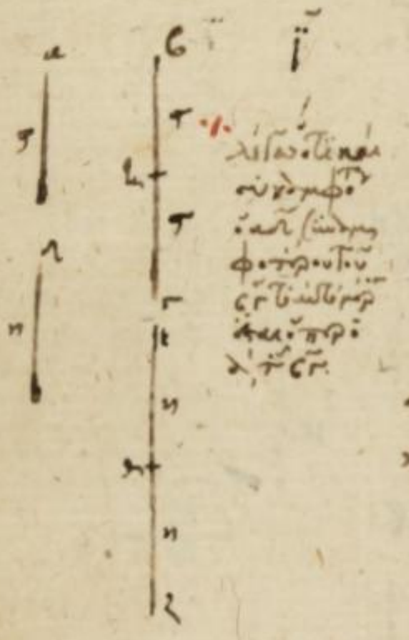
Τρεῖς δείθμους δοθέντας μὴ πρώτους πρὸς ἀλλήλους, τὸν μέγιστον αὐτῶν κοινὸν
μέτρον εὑρεῖν· ἔστω οὖν οἱ δοθέντες τρεῖς δείθμοι μὴ πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους οἱ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τῶν ΑΒΓ τὸν μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν· εἰ
μὲν οὖν ὁ ΑΒΓ μονὰς ἐστίν· ἀριθμὸς δὲ ἡ μονὰς· ἔστιν ἄρα καὶ ὁ ΑΒΓ ἀριθμός·
εἰ δὲ μή ἐστιν ὁ ΑΒΓ μονάς· εἰλήφθω τῶν ΑΒΓ μέγιστος κοινὸς μέτρος ὁ Δ·
εἰ μὲν οὖν ὁ Δ μονάς ἐστιν· ἔσονται οἱ ΑΒΓ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· καὶ φθήσονται δὴ τινες αὐτῶν ἀριθμοί· εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ Δ
ἑαυτοῦ· ὁ δὲ μὴ ὢν μονὰς ἀριθμός ἐστιν· καὶ εἰλήφθω τις ἀριθμὸς ὁ Ε ὃς μετρήσει τὸν
Δ· ὡς ὁ μὲν Ε τὸν Δ μετρῶν, καὶ τοῦτ᾽ ὡς ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὰ ΑΕ ἐπὶ
ὃν ΑΕ τὸν Δ μετρῶν, καὶ τοῦτ᾽ ὡς ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΕΖ· ὃν ΕΖ τὸν ΑΕ
μετρήσω· ἴσοι οὖν ὄντες ὁ ΕΖ τὸν ΑΕ μετρεῖ· ὃν ΑΕ τὸν ΔΖ μετρεῖ· καὶ
ὃν ΕΖ ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΕΔ
μετρήσει· ὃν ΕΔ τὸν ΒΕ μετρεῖ· ὡς ὁ ΕΖ ἄρα τὸν ΒΕ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ
ἑαυτόν· ὡς ὅλον ἄρα τὸν ΒΔ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΕΔ· ὃν ΕΖ ἄρα τὰ ΒΕ
ΕΔ μετρεῖ· ὃν ΕΖ ἄρα τῶν ΑΒ· ΕΔ ὅλον μέτρον ἐστίν· λέγω δὴ ὅτι καὶ
μέγιστον· εἰ γὰρ μή ἐστιν ὃν ΕΖ τῶν ΑΒ· ΕΔ μέγιστον ὅλον· ἔστω μέτρον μετρήσει
τις τοὺς ΑΒ ΕΔ δείθμ· δεῖθμ μείζων ὢν τοῦ ΕΖ· μετρήτω καὶ ἔστω Ν.
ὁ δὴ Ν ἴσους ποιῶν τοὺς ΕΔ μετρεῖ· ὃς δὲ τὸν ΕΔ μετρεῖ τὸν ΒΕ μετρεῖ·
μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΑΕ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΑΒ μετρήσει· μετρήσει δὲ καὶ ὅλον τὸν
ΕΖ μείζονα ὄντα ἐλάττονα ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ ΕΔ δείθμους
ὄντας πρώτους πρὸς ἀλλήλους μετρήσει μείζων ὢν τοῦ ΕΖ· ὃν ΕΖ ἄρα τῶν ΑΒ ΕΔ μέγιστον
ὁ ΕΖ ἄρα μετρήσει· Ὅθεν φανερὸν ὅτι ἐὰν δείθμοὶ δύο
δείθμους μετρῶσι, καὶ τὸν μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει·

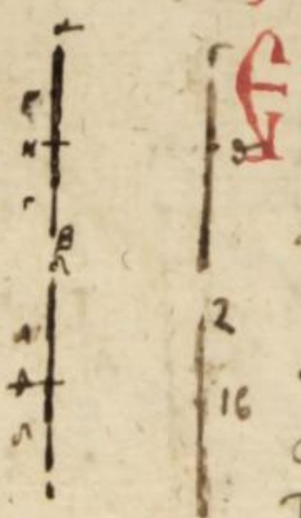
Τρεῖς δείθμους δοθέντας μὴ πρώτους πρὸς ἀλλήλους, τὸν μέγιστον αὐτῶν κοινὸν
μέτρον εὑρεῖν· ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς δείθμοι μὴ πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους οἱ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τῶν ΑΒΓ τὸν μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν· εἰ
μὲν οὖν ὁ ΑΒΓ μονὰς ἐστίν· ἀριθμὸς δὲ ἡ μονὰς· ἔστιν ἄρα καὶ ὁ ΑΒΓ ἀριθμός·
εἰ δὲ μή ἐστιν ὁ ΑΒΓ μονάς· εἰλήφθω τῶν ΑΒΓ μέγιστος κοινὸς μέτρος ὁ Δ·
εἰ μὲν οὖν ὁ Δ μονάς ἐστιν· ἔσονται οἱ ΑΒΓ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· καὶ φθήσονται δὴ τινες αὐτῶν ἀριθμοί· εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ Δ
ἑαυτοῦ· ὁ δὲ μὴ ὢν μονὰς ἀριθμός ἐστιν· καὶ εἰλήφθω τις ἀριθμὸς ὁ Ε ὃς μετρήσει τὸν
Δ· ὡς ὁ μὲν Ε τὸν Δ μετρῶν, καὶ τοῦτ᾽ ὡς ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὰ ΑΕ ἐπὶ
ὃν ΑΕ τὸν Δ μετρῶν, καὶ τοῦτ᾽ ὡς ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΕΖ· ὃν ΕΖ τὸν ΑΕ
μετρήσω· ἴσοι οὖν ὄντες ὁ ΕΖ τὸν ΑΕ μετρεῖ· ὃν ΑΕ τὸν ΔΖ μετρεῖ· καὶ
ὃν ΕΖ ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΕΔ
μετρήσει· ὃν ΕΔ τὸν ΒΕ μετρεῖ· ὡς ὁ ΕΖ ἄρα τὸν ΒΕ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ
ἑαυτόν· ὡς ὅλον ἄρα τὸν ΒΔ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΕΔ· ὃν ΕΖ ἄρα τὰ ΒΕ
ΕΔ μετρεῖ· ὃν ΕΖ ἄρα τῶν ΑΒ· ΕΔ ὅλον μέτρον ἐστίν· λέγω δὴ ὅτι καὶ
μέγιστον· εἰ γὰρ μή ἐστιν ὃν ΕΖ τῶν ΑΒ· ΕΔ μέγιστον ὅλον· ἔστω μέτρον μετρήσει
τις τοὺς ΑΒ ΕΔ δείθμ· δεῖθμ μείζων ὢν τοῦ ΕΖ· μετρήτω καὶ ἔστω Ν.
ὁ δὴ Ν ἴσους ποιῶν τοὺς ΕΔ μετρεῖ· ὃς δὲ τὸν ΕΔ μετρεῖ τὸν ΒΕ μετρεῖ·
μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΑΕ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΑΒ μετρήσει· μετρήσει δὲ καὶ ὅλον τὸν
ΕΖ μείζονα ὄντα ἐλάττονα ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ ΕΔ δείθμους
ὄντας πρώτους πρὸς ἀλλήλους μετρήσει μείζων ὢν τοῦ ΕΖ· ὃν ΕΖ ἄρα τῶν ΑΒ ΕΔ μέγιστον
ὁ ΕΖ ἄρα μετρήσει· Ὅθεν φανερὸν ὅτι ἐὰν δείθμοὶ δύο
δείθμους μετρῶσι, καὶ τὸν μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει·

ἡμιόλιον ὃ ζ τοῦ α μέρει, μέρος ἐστὶν ὅρ τοῦ α· ἡ γὰρ αὐτὴ ὑπεροχὴ
τῶν α ζ ἐστὶ τὸ μήκιστον λόγου μέτρον· ὃ δὲ μηδὲν ὑπερέχων ὃ ζ τοῦ ἴσου
τοῦ δὲ ἴσου τοῦ ζ ι ζ· ζ ζ· ἔστιν ὅλος τοῦ α μέτρα,
μέρος ἐστὶν ὅλος τοῦ α· ἴσος γὰρ ὅλος ἑνὸς τῶν ζ ι ζ·
ζ ζ· διπλάσιος ἐστὶν τῶν ζ ι ζ· ζ ζ τοῦ α μέρος ἐστίν· ἡ γὰρ
μέρος ἐστὶν ὃ ζ τοῦ α· ὅσαπερ δὲ ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀριθμὸς
οὐκ ἀπὸ τῶν τοῦ μείζονος ἢ τοῦ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη· ὁ πρό-
τερον δεῖξαι·

ὁ δὲ ἀριθμὸς δεῖ μοῦ μέρος ἢ μέρη· ἡ γὰρ ὁ τέρα τὰ αὐτὰ μέρη· ἐὰν δὲ
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἀμφοτέρων ἀμφοτέρα τὸ αὐτὸ ἔσται μέρος,
ὅπερ ὑπέκειτο τοῦ ἐλάσσονος· ἀριθμὸς γὰρ ὁ α· ἀριθμοῦ τοῦ ζ μέρος ἐστω· ὁ ζ ὅλος
ὅλου ἑνὸς τοῦ ι ζ· τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ ὁ α τοῦ ζ· ἔστιν ὅλος μέρος ζ
ὁ α τοῦ ζ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ὅλος τοῦ ι ζ· ὅσοι ἀριθμοί εἰσιν αὐτῶν ζ
ἀριθμοί, ἴσοι τῷ α· τοσοῦτοι εἰσὶ καὶ αὐτῶν ι ζ ἀριθμοί, ἴσοι τῷ λ· διὰ τὰ
αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ζ τοῦ ι ζ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ὅλος τοῦ ἴσου τοῦ λ· ὅσοι
ἀριθμοί εἰσιν ἐν τῷ ζ ἀριθμοί ἴσοι τῷ α· τοσοῦτοι εἰσὶ καὶ ἐν τῷ ι ζ ἴσοι τοῖς
λ· ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ζ ἀριθμοί ἴσοι τῷ α· τοσοῦτοι εἰσὶ καὶ ἐν τῷ ι ζ ἴσοι τοῖς
λ· ὅσαπλασίων ἐστὶν ὁ ζ τοῦ α, τοσαυταπλα-
σίων ἐστὶν ἑ καὶ ἀμφοτέρων ὁ ζ· ι ζ· καὶ ἀμφοτέρων τοῦ α λ· ὁ ἄρα
μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ ζ· τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἡ καὶ ἀμφοτέρων ὃ α λ· συν
αμφοῖν τοῦ ζ· ι ζ· ὁ πρότερον δεῖξαι·

ὁ δὲ ἀριθμὸς δεῖ μοῦ μέρη ἢ· ἡ γὰρ ὁ τέρα τὰ αὐτὰ μέρη ἢ· καὶ ἀμ-
φοτέρων ἀμφοτέρα τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται· ἀριθμὸς γὰρ ὁ α· ἀριθμοῦ τοῦ ζ μέρη ἐστω· ὁ ζ ὅλος
τοῦ ι ζ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ὅλος τοῦ ἴσου τοῦ λ· λέγω ὅτι καὶ ὃ ὅσων ἀμφοτέρων
ὁ α ζ λ· ἀμφοτέρων τοῦ ζ ι ζ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ὁ α τοῦ ζ· ἔστω γὰρ
ἀπὸ μέρη ἐστὶν ὁ α β τοῦ ζ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ ὅλος τοῦ ζ· ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν
τῷ α ζ μέρη τοῦ ζ, τοσαῦτα ἐστὶν καὶ ἐν τῷ καὶ ὅλῳ μέρη τοῦ ζ· διηρή-

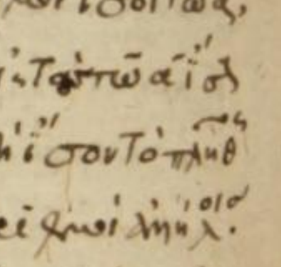


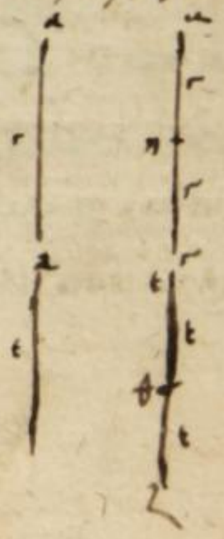


ὁμωνύμως ἐστὶ τοῦ Γ μέρη τὰ Α. Η Β ὅλη ἄρα τοῦ Ζ μέρη ἐστὶ τὰ λθ· ὅλη ἄρα τοῦ Ζ μέρη ἐστὶ τὰ λθ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν Α. Η Β. Ζ τῷ πλήθει τῶν λθ· θ· ἑξάκις γὰρ ὁ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὁ λθ τοῦ Ζ ὁ πρῶτος ἄρα τοῦ Γ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Η τοῦ Ζ ὁ δεύτερος ἄρα τοῦ Γ. Διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὁ Β τοῦ Ζ ὁ τρίτος ἄρα τοῦ Γ ἑξάκις ἐστίν· ὁ Η ἄρα τοῦ Ζ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Β τοῦ Ζ ὁ τρίτος ἄρα τοῦ Γ ἑξάκις ἐστίν· ὁ Α ἄρα τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ἑξάκις ὁ Β τοῦ Ζ· ὁ τρίτος ἄρα τοῦ Ζ· ὁ προσλαβὼν καὶ

E ἀναλείπει ἀριθμὸν μέρος ἢ ὁ προσαφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος ἢ ὅλοι τοὺς ὅλους τοῦ· τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ ὁ προσαφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος ἢ ὅλοι τοὺς ὅλους τοῦ· ἀναλείπει ἄρα ἀριθμὸν μέρος ἢ ὁ προσαφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος ἢ ὅλοι τοὺς ὅλους τοῦ· λοιπὸς ἄρα ὁ Ε τοῦ Δ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ· ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Δ· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ἀλλ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ἐστὶν ὁ Η πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὁ δὲ Η τοῦ Ε ἐστὶ μέρος ἢ μέρη ἐστὶν ὁ Γ τοῦ Δ· καὶ ὁ Η ἄρα τοῦ Ε τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ὁ Γ τοῦ Δ· ὁ προσλαβὼν καὶ ἀναλείπει ἀριθμὸν μέρος ἢ μέρη ὁ προσλαβὼν καὶ ἀναλείπει ἀριθμὸς τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ὁ προσλαβὼν καὶ ἀναλείπει ἀριθμὸς ὅλους τοὺς ὅλους· ὁ ἄρα προσλαβὼν καὶ ἀναλείπει ἀριθμὸς τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ὁ προσλαβὼν καὶ ἀναλείπει ἀριθμὸς ὅλους τοὺς ὅλους· καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ἓν τῶν Η πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ἓν τῶν Β πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ἓν τῶν Η πρὸς τὸν Ε, καὶ

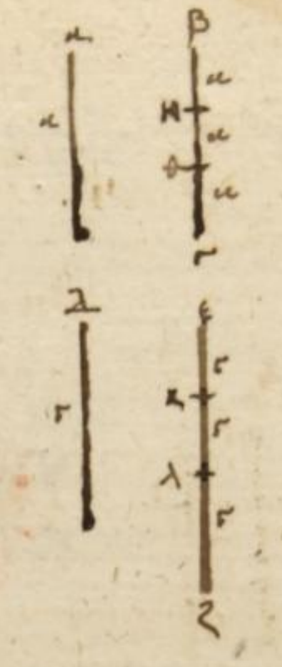
τῶν ιβ. τὸ πλῆθος τῶν κε. ἑκάστου μέρος ἐστὶν ὁ β. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τὸ ιε τοῦ λ. μείζων ἢ ὀκτὼ τοῦ ζ. μείζων δὲ καὶ ἐννέα τοῦ ε. καὶ τῶν κε, ἑπτὰ ὅλων. ὁ δὲ ε μέρος ἐστὶν ὁ ιβ. τοῦ λ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ιε τοῦ ζ. ἕξ ὅλοι τοιοῦτοι τοῦ λ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὁ πρῶτος ὅλου τοῦ λ. πάλιν ἑκατὸν ὁ μέρος ἐστὶν ὁ ιβ τοῦ ρ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ιε τοῦ ρπ. μείζων ἢ ὀγδοήκοντα τοῦ ρ. μείζων δὲ καὶ ἐννέα τοῦ ρπ. καὶ ἐν ἅπασι τοῖς ρπ. ὁ δὲ μέρος ἐστὶν ὁ ιβ τοῦ ρπ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ιε τοῦ ρπη. ἕξ ὅλοι τοιοῦτοι τοῦ ρπη. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὁ πρῶτος ὅλου τοῦ ρπη. ἐὰν ἄρα ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι τοσοῦτοι ἴσοι τὸ πλῆθος ἑκάστῳ τῶν πρώτων, ἑκάστου δὲ τῶν δευτέρων ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες ἑκάστῳ τῶν πρώτων, ὁ μὲν πρῶτος τοῦ δευτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ὃ ἕτερος τοῦ τετάρτου. ἔστω δύο μὲν ἀριθμοὶ οἱ α β. ἄλλοι δὲ τοσοῦτοι οἱ γ δ. ἐν τῷ αὐτῷ δὲ λόγῳ ἔστω ὁ μὲν α τοῦ γ, ὃν ἔχει ὁ β τοῦ δ. λέγω ὅτι ἐναλλὰξ ὁ μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ β ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ γ τοῦ δ ἢ μέρη. ἐπεὶ γὰρ ὁ μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ β ἢ μέρη, τοσοῦτοι ἐν τῷ α εἰσὶν ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῷ β, οἳ ἕκαστος τοῦ ἑνὸς τοῦ γ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ὃ περ ἐστὶν ὁ α τοῦ β. ἔστω οὖν αὐτῶν ὁ ε. ὁ δὲ ε τοῦ ζ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ὃ περ ἐστὶν ὁ γ τοῦ δ. ἔστω οὖν αὐτῶν ὁ ζ. ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ α ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῷ γ, τοσοῦτοι ἔσονται καὶ ἐν τῷ β ἴσοι τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῷ δ. ἔστιν οὖν ὡς ὁ ε πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν γ. ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν γ, οὕτως καὶ ὁ β πρὸς τὸν δ. καὶ ὡς ἄρα ὁ ε πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν δ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ε πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν δ. ἐπεὶ οὖν ὁ ε τοῦ β μέρος ἐστὶν ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ζ τοῦ δ ἢ μέρη. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ γ τοῦ ζ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ὃ περ ἐστὶν ὁ α τοῦ β. καὶ ὁ γ ἄρα τοῦ δ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ὃ περ ἐστὶν ὁ α τοῦ β. ἐὰν ἄρα ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι τοσοῦτοι ἴσοι τὸ πλῆθος ἑκάστῳ τῶν πρώτων, ἑκάστου δὲ τῶν δευτέρων ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες ἑκάστῳ τῶν πρώτων, ὁ μὲν πρῶτος τοῦ δευτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ὃ ἕτερος τοῦ τετάρτου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.





ἡ τὰ ὡτὰ μέρη· ἰ α ἢ ὁμ ζ ἡ τῶ ᾱ· ὃ ἐστὶ θ τῶν λ· ὃ δὲ λ μέρος ἐστὶν ὃ ᾱ τοῦ ᾱ
ἡ μέρη· τὸ ὡτὸ μέρος ἐστὶν ἡ θ ὃ γ τοῦ ι ζ ἡ τὰ ὡτὰ μέρη ὁ τοιοῦτος ἐξακι
λὼ εἰθμὸς δὲ ἐκ μοῦ μέρη ἢ· ἐπεὶ ἕτερον τὰ ὡτὰ μέρη· ὡς ἐν ἀλλαξ λέγε
ται ἐστὶν ὁ τρεῖς τοῦ τεῖ τοῦ ἢ μέρος τῆ ὡτῆ μέρει ἐστὶ καὶ ὁ ζ γ τοῦ λ· ἢ τὰ ὡτὰ
μέρος εἰθμοὶ ν ὃ ᾱ ζ· εἰθμοῦ τοῦ γ μέρει ἐστῶ· ἢ ὅτι ρος ὁ λε· ἕτερ ρς
τοῦ ζ τὰ ὡτὰ μέρη· ἔστω ὃ ᾱ ζ τοῦ λε ἑλάσσων· λέγω ὅτι ἡ ψ τῶν ᾱ ζ
μέρει ἐστὶν ὃ ᾱ β· τοῦ λε ἢ μέρος· τῆ ὡτῆ μέρει ἐστὶν ὁ ὃ γ τοῦ ζ· ἢ τὸ ὡτὸ
μέρος· ἐπεὶ ν ᾱ μέρει ἐστὶν ὃ ᾱ ζ τοῦ γ· τῆ ὡτῆ μέρει ἐστὶν· ἢ ὃ λε τοῦ ζ· ὁ
σάκις ἐστὶν ἡ τὸ ᾱ ζ μέρη τοῦ γ, τοσαῦτα καὶ τῶν λε μέρη τοῦ ζ· ἔστω δὴ τὰ
ὁμώνυμα ᾱ ζ· εἰ ἄρα τῆ τοῦ γ μέρει τὰ ᾱ ἢ· ἢ ζ· ὃ ἄρα λε εἰ τῆ τοῦ ζ μέρει τὰ λθ· θ ἐ·
ἢ ἐπεὶ ὁ μέρος ἐστὶν ὃ ᾱ ἢ τοῦ γ· τὸ ὡτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ἢ θ ὃ γ τοῦ ζ· ἢ τὰ ὡτὰ
μέρη· ἐπεὶ καὶ ἢ ὁ μέρος ἐστὶν ὃ ᾱ ἢ τοῦ λθ ἢ μέρει τὸ ὡτὸ μέρος ἐστὶ
καὶ ἢ θ ὃ γ τοῦ ζ· ἢ τὰ ὡτὰ μέρη· καὶ ἢ ὁ μέρος ἐστὶν ὃ ᾱ ἢ τοῦ λθ ἢ μέρει τὸ ὡτὸ
μέρος ἐστὶ

οἱ ἀπὸ τῶν ΑΓ πρὸς τὴν Δ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε. ὁ δὲ Α μέρος ἐστὶν ὃ τοῦ Ζ ἡ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Α τοῦ Β ἡ μέρη. ἐστὶν ἄρα καὶ ὁ Β τοῦ Ε ἡ μέρη. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ζ. ὁ δὲ Β τοῦ Ε ἐστὶν ἡ μέρη. καὶ ὁ Α ἄρα τοῦ Ζ ἐστὶν ἡ μέρη. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Δ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ δὲ Α τοῦ Ζ ἐστὶν ἡ μέρη. καὶ ὁ Γ ἄρα τοῦ Δ ἐστὶν ἡ μέρη. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. ὁ δὲ Γ τοῦ Δ ἐστὶν ἡ μέρη. καὶ ὁ Α ἄρα τοῦ Β ἐστὶν ἡ μέρη. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε. ὁ δὲ Α μέρος ἐστὶν ὃ τοῦ Β ἡ μέρη. καὶ ὁ Α ἄρα τοῦ Ε ἐστὶν ἡ μέρη. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Δ. ὁ δὲ Α τοῦ Ε ἐστὶν ἡ μέρη. καὶ ὁ Ζ ἄρα τοῦ Δ ἐστὶν ἡ μέρη. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. ὁ δὲ Ζ



καὶ μονὰς τὸν ϛ̄ δεῖθμὸν μετρεῖ· ἡ ὁ δὲ τὸν ιζ̄· ὅσαι ἐν εἰσὶν ἐν τῷ ϛ̄
μονάδες, τοσοῦτοι εἰσὶ καὶ ἐν τῷ ιζ̄ δεῖθμοί, ἴσοι τῷ λ̄· ἀλλὰ καὶ ὁ κ̄
β̄ εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας τὰς ϛ̄ καὶ ηθ̄· θ̄· ὁ ἄρα ιζ̄ εἰς τοὺς αὐτῷ λ̄ ἴσους
τοὺς ιη̄· καὶ λζ̄· ἐστὶν ἴσαι εἰσὶν αἱ β̄ καὶ ηθ̄· θ̄· μονάδες ἀλλήλαις, ἑκάτερα
δὲ ἡμῶν ιη̄· καὶ λζ̄· δεῖθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις· ἔστιν ἄρα τὸ πλῆθος
τῶν β̄ καὶ ηθ̄· θ̄· μονάδων τὸ αὐτὸ τῷ πλήθει τῶν ιη̄· καὶ λζ̄· δεῖθμῶν· ἀλλὰ
μὴν καὶ ὁ κ̄ τὸν ϛ̄ μονὰς οὐ τὸν ιη̄· δεῖθμὸν· οὐ γὰρ ιη̄· μονὰς οὐ τὸν λ̄
ἀριθμὸν· ἔστιν ἄρα καὶ ὁ ϛ̄

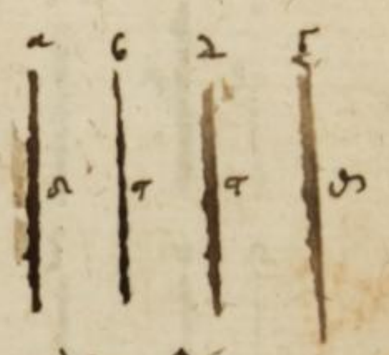
Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, γενόμενος ἐξ αὐτῶν τετράγωνος ἔσται.

Οἱ γὰρ δύο ἀριθμοὶ ἀριθμοὶ τινα πολλαπλασιάσαντες ποιείτωσάν τινα, καὶ γενόμενος ἐξ αὐτῶν τετράγωνος ἔστω ὁ Α. λέγω, ὅτι ὁ Α τετράγωνός ἐστιν.

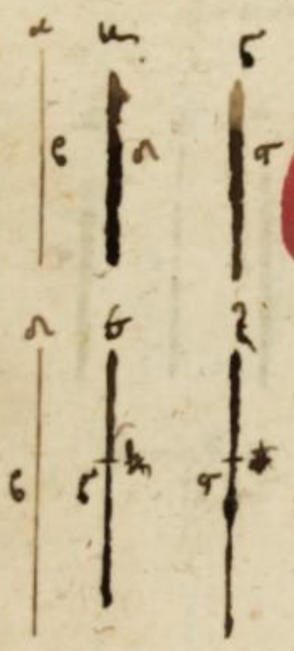
Ἐπεὶ γὰρ ὁ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ μονὰς τὸν Β κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα μονὰς ὁ Γ τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καθ' ὃν ἀριθμὸς ὁ Β τὸν Α μετρεῖ· ὁ Β ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ δὲ Β τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ τῷ Δ· ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ὁ Α ἄρα τετράγωνός ἐστιν· ὁ Γ ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ὁ Γ ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ὁ Α ἄρα τετράγωνός ἐστι

τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες τὸν Β ποιείτωσαν τὸν Δ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ. ἀλλὰ καὶ ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Β. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ἀλλὰ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἐὰν ἄρα τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ὅταν δὲ ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν μέσων. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν μέσων. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τὴν αὐτὴν ἀεὶ τὸν μείζονα πρὸς τὸν ἐλάσσονα. ἐὰν γὰρ μὴ μετρῶσι τὴν αὐτὴν ἀεὶ τὸν μείζονα πρὸς τὸν ἐλάσσονα, οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α Β. λέγω ὅτι οἱ Α Β οὐ μετροῦσι τὴν αὐτὴν ἀεὶ τὸν μείζονα πρὸς τὸν ἐλάσσονα. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείτωσαν τὴν αὐτὴν τὸν Γ. ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρῶν τὸν Δ μετρείτω κατὰ τὰς ἐν τῷ Α Β μονάδας. ἡ ἄρα ἐν τῷ Α Β μονὰς τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α Β μονάδας. ἡ δὲ ἐν τῷ Α Β μονὰς τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α Β μονάδας. καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α Β μονάδας. καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρῶν τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α Β μονάδας. καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρῶν τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α Β μονάδας. ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρῶν τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α Β μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἐὰν ἄρα τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν μέσων. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν μέσων. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.



τὰ ιθ. θζ. ἴσα δὲ ἐστὶ τὸ πλῆθος τῶν τ. πολ. τῷ πλήθει τῶν ιθ. θζ. ἡμὶ
ὀλ. ἴσοι δέ εἰσιν οἱ τ. πολ. ἀριθμοὶ ἀπήλοιο. εἰ δὲ οἱ ιθ. θζ. ἀριθμοὶ
ἴσοι ἀπήλοις εἰσὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν τ. πολ. τῷ πλήθει τῶν ιθ θζ.
ὥστιν ἄρα ὡς ὁ τ. πρὸς τὸν ιθ, οὕτως ὁ οπ. πρὸς τὸν θζ. ἐστὶ δὲ καὶ
τῶν πρώτων μεγεθῶν ὡσαύτως πολλαπλασίων, οὗ μὲν δὲ ἐστὶν ὡς ὁ
δ. πρὸς τὴν ε. ἔστιν ἐὰν ὡς ὁ τ. πρὸς τὸν ιθ, οὕτω καὶ ὁ οπ. πρὸς
τὸν ζ. οἱ τ. ιθ. ἄρα πρὸς τοὺς τ. ζ. ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντ
ἑαυτῶν ὁ πρὸς ἄλληλα. ὑπόκεινται δὲ οἱ τ. ζ. ἐλάχιστοι τῶν τ
αὐτὸν λόγον ἔχοντ αὐτοῖς. οὐκ ἔστιν μέρος ἐστὶν ὁ τ. τοῦ α. μέρος ἄρα
θζ. ἐστὶ τοῦ η τὸ αὐτὸ μέρ ὃ ὁ πρ. τοῦ α. ἴσακις ἄρα ὁ τ. πολ.
τὸν α. μετρεῖ. θζ. ἄρα τὸν η ὁ αὐτὸς μετρήσει ζαι.



ΚΒ

ΚΓ

ΚΔ

ΚΕ

ΚΣ

ΚΖ

ΚΗ

ΚΘ

ΛΑ

ΛΒ

ΛΓ

ΛΔ

ΛΕ

ΛΣ

ΛΖ

ΛΗ

ΛΘ

ΜΑ

ΜΒ

ΜΓ

ΜΔ

ΜΕ

ΜΣ

ΜΖ

ΜΗ

ΜΘ

ΝΑ

ΝΒ

ΝΓ

ΝΔ

ΝΕ

ΝΣ

ΝΖ

ΝΗ

ΝΘ

ΞΑ

ΞΒ

ΞΓ

ΞΔ

ΞΕ

ΞΣ

ΞΖ

ΞΗ

ΞΘ

ΟΑ

ΟΒ

ΟΓ

ΟΔ

ΟΕ

ΟΣ

ΟΖ

ΟΗ

ΟΘ

ΠΑ

ΠΒ

ΠΓ

ΠΔ

ΠΕ

ΠΣ

ΠΖ

ΠΗ

ΠΘ

ΡΑ

ΡΒ

ΡΓ

ΡΔ

ΡΕ

ΡΣ

ΡΖ

ΡΗ

ΡΘ

ΣΑ

ΣΒ

ΣΓ

ΣΔ

ΣΕ

ΣΣ

ΣΖ

ΣΗ

ΣΘ

ΤΑ

ΤΒ

ΤΓ

ΤΔ

ΤΕ

ΤΣ

ΤΖ

ΤΗ

ΤΘ

ΥΑ

ΥΒ

ΥΓ

ΥΔ

ΥΕ

ΥΣ

ΥΖ

ΥΗ

ΥΘ

ΦΑ

ΦΒ

ΦΓ

ΦΔ

ΦΕ

ΦΣ

ΦΖ

ΦΗ

ΦΘ

ΧΑ

ΧΒ

ΧΓ

ΧΔ

ΧΕ

ΧΣ

ΧΖ

ΧΗ

ΧΘ

ΨΑ

ΨΒ

ΨΓ

ΨΔ

ΨΕ

ΨΣ

ΨΖ

ΨΗ

ΨΘ

ΩΑ

ΩΒ

ΩΓ

ΩΔ

ΩΕ

ΩΣ

ΩΖ

ΩΗ

ΩΘ

ΑΑ

ΑΒ

ΑΓ

ΑΔ

ΑΕ

ΑΣ

ΑΖ

ΑΗ

ΑΘ

ΒΑ

ΒΒ

ΒΓ

ΒΔ

ΒΕ

ΒΣ

ΒΖ

ΒΗ

ΒΘ

ΓΑ

ΓΒ

ΓΓ

ΓΔ

ΓΕ

ΓΣ

ΓΖ

ΓΗ

ΓΘ

ΔΑ

ΔΒ

ΔΓ

ΔΔ

ΔΕ

ΔΣ

ΔΖ

ΔΗ

ΔΘ

ΕΑ

ΕΒ

ΕΓ

ΕΔ

ΕΕ

ΕΣ

ΕΖ

ΕΗ

ΕΘ

ΣΑ

ΣΒ

ΣΓ

ΣΔ

ΣΕ

ΣΣ

ΣΖ

ΣΗ

ΣΘ

ΖΑ

ΖΒ

ΖΓ

ΖΔ

ΖΕ

ΖΣ

ΖΖ

ΖΗ

ΖΘ

ΗΑ

ΗΒ

ΗΓ

ΗΔ

ΗΕ

ΗΣ

ΗΖ

ΗΗ

ΗΘ

ΘΑ

ΘΒ

ΘΓ

ΘΔ

ΘΕ

ΘΣ

ΘΖ

ΘΗ

ΘΘ

ΙΑ

ΙΒ

ΙΓ

ΙΔ

ΙΕ

ΙΣ

ΙΖ

ΙΗ

ΙΘ

ΚΑ

τὸν μείζονα θ) ὃν ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα τοῦτ' ἔστιν ὃτι ἐν τοῦ μὴ πᾶν τοῦ μέρους θ)
ὁ ἐστὶ μέρος τοῦ μὴ πᾶν· ἰσάκις ἐστὶν ὃν τὸν ᾱ μέρει· ἐστὶ δὲ καὶ τὸν ις ὃν ἰσάκις ἐστὶν
ὃν τὸν ᾱ μέρει, τὸ δὲ ᾱ μονάδι· ἰσάκις ἄρα ἐστὶν ὃν τὸν ᾱ μέρει καὶ τὸν ις τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας· ἐστὶ δὲ καὶ ὃν τὸν ᾱ μέρει καὶ τὸν ις τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ἐστὶν ὃν
τὸν ᾱ μέρει· κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· διὰ τοῦτο καὶ ἡ θ) ὃν τὸν ις μέρει
καὶ τὰς ἐν αὐτῷ δὲ μονάδας· ὃν ἐστὶ πολλαπλασιάσας τὸν ᾱ τὸν ἐν αὐτῷ ποιήσει τὸν ις·
ὁ πορίσαι ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα συνταυτίσει τῶν ᾱ ἀριθμῶν ἐλάσσων
ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντα τοῖς ᾱ· οἷα ἐστὶν ἐν ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν
λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

α β
ι ε
ιε ιθ
γ δ
ιβ κδ
κ λ

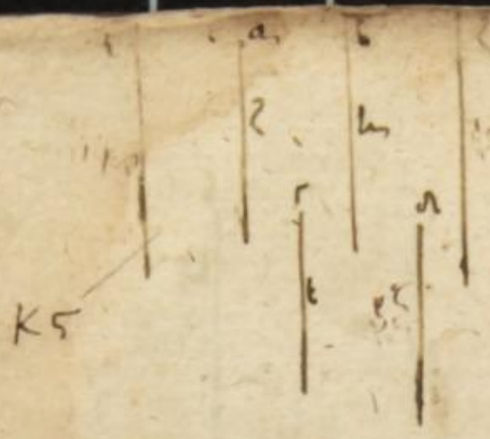
Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρώτων πρὸς ἀλλήλους
εἰσὶν· ἐπὶ μὲν οὖν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ
ᾱ μέτρῳ λόγῳ ὅτι μηδεὶς ἄλλος μετρεῖ ἀριθμὸς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας τοῖς ᾱ·
ἐπὶ δὲ τῶν πρώτων πρὸς ἀλλήλους ἐστὶν οἱ ᾱ μόνοι μετροῦσι μετρικῷ μέτρῳ·
ὁ δὲ μονὰς ὃν τὸν ᾱ μέρει, τοσαῦται μονάδες ἐν ἑκάστῳ ἐστὶν ὅσαι καὶ ὃν τὸν
τὸν ᾱ μέρει, τοσαῦται μονάδες ἐν ἑκάστῳ ἐστὶν· ἕκαστος τὸν ᾱ μέρει
τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων, ὃν ἐστὶ πολλαπλασιάσας, τὸν ᾱ ποιεῖ· καὶ
διὰ ταῦτα καὶ ἡ θ) ὃν τὸν ᾱ πολλαπλασιάσας τὸν ᾱ ποιεῖ τὸν ᾱ· ἀριθμοὶ
ἄρα εἰσὶν οἱ ᾱ, ὃν ἀριθμοὶ τὸν ᾱ πολλαπλασιάσαντες τὸν ᾱ ποιοῦσιν· ἐφεξῆς
ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν ᾱ, οὕτως ὁ ᾱ πρὸς τὸν ἐν αὐτῷ· ἐν δὲ τοῖς ᾱ
λόγοις εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες τῶν αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκέτι ἄρα
ᾱ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ἐλάσσων ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ τοῖς ᾱ· οἷα ἐστὶν ἐν ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν
τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

α β
δ ιβ
γ θ
ιε κζ

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρώτων πρὸς ἀλλήλους
εἰσὶν· ἐπὶ μὲν οὖν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ
ᾱ μέτρῳ λόγῳ ὅτι μηδεὶς ἄλλος μετρεῖ ἀριθμὸς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας τοῖς ᾱ·
ἐπὶ δὲ τῶν πρώτων πρὸς ἀλλήλους ἐστὶν οἱ ᾱ μόνοι μετροῦσι μετρικῷ μέτρῳ·
ὁ δὲ μονὰς ὃν τὸν ᾱ μέρει, τοσαῦται μονάδες ἐν ἑκάστῳ ἐστὶν ὅσαι καὶ ὃν τὸν
τὸν ᾱ μέρει, τοσαῦται μονάδες ἐν ἑκάστῳ ἐστὶν· ἕκαστος τὸν ᾱ μέρει
τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων, ὃν ἐστὶ πολλαπλασιάσας, τὸν ᾱ ποιεῖ· καὶ
διὰ ταῦτα καὶ ἡ θ) ὃν τὸν ᾱ πολλαπλασιάσας τὸν ᾱ ποιεῖ τὸν ᾱ· ἀριθμοὶ
ἄρα εἰσὶν οἱ ᾱ, ὃν ἀριθμοὶ τὸν ᾱ πολλαπλασιάσαντες τὸν ᾱ ποιοῦσιν· ἐφεξῆς
ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν ᾱ, οὕτως ὁ ᾱ πρὸς τὸν ἐν αὐτῷ· ἐν δὲ τοῖς ᾱ
λόγοις εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες τῶν αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκέτι ἄρα
ᾱ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ἐλάσσων ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ τοῖς ᾱ· οἷα ἐστὶν ἐν ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν
τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

α β
δ ιβ
γ θ
ιε κζ

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρώτων πρὸς ἀλλήλους
εἰσὶν· ἐπὶ μὲν οὖν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ
ᾱ μέτρῳ λόγῳ ὅτι μηδεὶς ἄλλος μετρεῖ ἀριθμὸς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας τοῖς ᾱ·
ἐπὶ δὲ τῶν πρώτων πρὸς ἀλλήλους ἐστὶν οἱ ᾱ μόνοι μετροῦσι μετρικῷ μέτρῳ·
ὁ δὲ μονὰς ὃν τὸν ᾱ μέρει, τοσαῦται μονάδες ἐν ἑκάστῳ ἐστὶν ὅσαι καὶ ὃν τὸν
τὸν ᾱ μέρει, τοσαῦται μονάδες ἐν ἑκάστῳ ἐστὶν· ἕκαστος τὸν ᾱ μέρει
τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων, ὃν ἐστὶ πολλαπλασιάσας, τὸν ᾱ ποιεῖ· καὶ
διὰ ταῦτα καὶ ἡ θ) ὃν τὸν ᾱ πολλαπλασιάσας τὸν ᾱ ποιεῖ τὸν ᾱ· ἀριθμοὶ
ἄρα εἰσὶν οἱ ᾱ, ὃν ἀριθμοὶ τὸν ᾱ πολλαπλασιάσαντες τὸν ᾱ ποιοῦσιν· ἐφεξῆς
ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν ᾱ, οὕτως ὁ ᾱ πρὸς τὸν ἐν αὐτῷ· ἐν δὲ τοῖς ᾱ
λόγοις εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες τῶν αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκέτι ἄρα
ᾱ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ἐλάσσων ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ τοῖς ᾱ· οἷα ἐστὶν ἐν ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν
τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

α β
δ ιβ
γ θ
ιε κζ

πρὸς ἀπηλλοσι εἰσὶν ὁ πρὸς ὀξυγώνιον.

Ϛ αὐτῶν ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσι. ὁ πρὸς ἑκάτερον τῶν πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται. αὐτῶν δὲ ἀριθμοὶ οἱ αὐτοὶ πρὸς τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν. ὁ πρὸς τὸν τοῦτον πρῶτος ἔσται. ὁ πρὸς τὸν α. ὁ ἄρα πρὸς τὸν β. ὁ πρὸς τὸν γ. ὁ πρὸς τὸν δ. ὁ πρὸς τὸν ε. ὁ πρὸς τὸν ϛ. ὁ πρὸς τὸν ζ. ὁ πρὸς τὸν η. ὁ πρὸς τὸν θ. ὁ πρὸς τὸν ι. ὁ πρὸς τὸν ια. ὁ πρὸς τὸν ιβ. ὁ πρὸς τὸν ιγ. ὁ πρὸς τὸν ιδ. ὁ πρὸς τὸν ιε. ὁ πρὸς τὸν ιϛ. ὁ πρὸς τὸν ιζ. ὁ πρὸς τὸν ιη. ὁ πρὸς τὸν ιθ. ὁ πρὸς τὸν κ. ὁ πρὸς τὸν κα. ὁ πρὸς τὸν κβ. ὁ πρὸς τὸν κγ. ὁ πρὸς τὸν κδ. ὁ πρὸς τὸν κε. ὁ πρὸς τὸν κϛ. ὁ πρὸς τὸν κζ. ὁ πρὸς τὸν κη. ὁ πρὸς τὸν κθ. ὁ πρὸς τὸν λ. ὁ πρὸς τὸν λα. ὁ πρὸς τὸν λβ. ὁ πρὸς τὸν λγ. ὁ πρὸς τὸν λδ. ὁ πρὸς τὸν λε. ὁ πρὸς τὸν λϛ. ὁ πρὸς τὸν λζ. ὁ πρὸς τὸν λη. ὁ πρὸς τὸν λθ. ὁ πρὸς τὸν μ. ὁ πρὸς τὸν μα. ὁ πρὸς τὸν μβ. ὁ πρὸς τὸν μγ. ὁ πρὸς τὸν μδ. ὁ πρὸς τὸν με. ὁ πρὸς τὸν μϛ. ὁ πρὸς τὸν μζ. ὁ πρὸς τὸν μη. ὁ πρὸς τὸν μθ. ὁ πρὸς τὸν ν. ὁ πρὸς τὸν να. ὁ πρὸς τὸν νβ. ὁ πρὸς τὸν νγ. ὁ πρὸς τὸν νδ. ὁ πρὸς τὸν νε. ὁ πρὸς τὸν νϛ. ὁ πρὸς τὸν νζ. ὁ πρὸς τὸν νη. ὁ πρὸς τὸν νθ. ὁ πρὸς τὸν ξ. ὁ πρὸς τὸν ξα. ὁ πρὸς τὸν ξβ. ὁ πρὸς τὸν ξγ. ὁ πρὸς τὸν ξδ. ὁ πρὸς τὸν ξε. ὁ πρὸς τὸν ξϛ. ὁ πρὸς τὸν ξζ. ὁ πρὸς τὸν ξη. ὁ πρὸς τὸν ξθ. ὁ πρὸς τὸν ο. ὁ πρὸς τὸν οα. ὁ πρὸς τὸν οβ. ὁ πρὸς τὸν ογ. ὁ πρὸς τὸν οδ. ὁ πρὸς τὸν οε. ὁ πρὸς τὸν οϛ. ὁ πρὸς τὸν οζ. ὁ πρὸς τὸν οη. ὁ πρὸς τὸν οθ. ὁ πρὸς τὸν π. ὁ πρὸς τὸν πα. ὁ πρὸς τὸν πβ. ὁ πρὸς τὸν πγ. ὁ πρὸς τὸν πδ. ὁ πρὸς τὸν πε. ὁ πρὸς τὸν πϛ. ὁ πρὸς τὸν πζ. ὁ πρὸς τὸν πη. ὁ πρὸς τὸν πθ. ὁ πρὸς τὸν ρ. ὁ πρὸς τὸν ρα. ὁ πρὸς τὸν ρβ. ὁ πρὸς τὸν ργ. ὁ πρὸς τὸν ρδ. ὁ πρὸς τὸν ρε. ὁ πρὸς τὸν ρϛ. ὁ πρὸς τὸν ρζ. ὁ πρὸς τὸν ρη. ὁ πρὸς τὸν ρθ. ὁ πρὸς τὸν σ. ὁ πρὸς τὸν σα. ὁ πρὸς τὸν σβ. ὁ πρὸς τὸν σγ. ὁ πρὸς τὸν σδ. ὁ πρὸς τὸν σε. ὁ πρὸς τὸν σϛ. ὁ πρὸς τὸν σζ. ὁ πρὸς τὸν ση. ὁ πρὸς τὸν σθ. ὁ πρὸς τὸν τ. ὁ πρὸς τὸν τα. ὁ πρὸς τὸν τβ. ὁ πρὸς τὸν τγ. ὁ πρὸς τὸν τδ. ὁ πρὸς τὸν τε. ὁ πρὸς τὸν τϛ. ὁ πρὸς τὸν τζ. ὁ πρὸς τὸν τη. ὁ πρὸς τὸν τθ. ὁ πρὸς τὸν υ. ὁ πρὸς τὸν υα. ὁ πρὸς τὸν υβ. ὁ πρὸς τὸν υγ. ὁ πρὸς τὸν υδ. ὁ πρὸς τὸν υε. ὁ πρὸς τὸν υϛ. ὁ πρὸς τὸν υζ. ὁ πρὸς τὸν υη. ὁ πρὸς τὸν υθ. ὁ πρὸς τὸν φ. ὁ πρὸς τὸν φα. ὁ πρὸς τὸν φβ. ὁ πρὸς τὸν φγ. ὁ πρὸς τὸν φδ. ὁ πρὸς τὸν φε. ὁ πρὸς τὸν φϛ. ὁ πρὸς τὸν φζ. ὁ πρὸς τὸν φη. ὁ πρὸς τὸν φθ. ὁ πρὸς τὸν χ. ὁ πρὸς τὸν χα. ὁ πρὸς τὸν χβ. ὁ πρὸς τὸν χγ. ὁ πρὸς τὸν χδ. ὁ πρὸς τὸν χε. ὁ πρὸς τὸν χϛ. ὁ πρὸς τὸν χζ. ὁ πρὸς τὸν χη. ὁ πρὸς τὸν χθ. ὁ πρὸς τὸν ψ. ὁ πρὸς τὸν ψα. ὁ πρὸς τὸν ψβ. ὁ πρὸς τὸν ψγ. ὁ πρὸς τὸν ψδ. ὁ πρὸς τὸν ψε. ὁ πρὸς τὸν ψϛ. ὁ πρὸς τὸν ψζ. ὁ πρὸς τὸν ψη. ὁ πρὸς τὸν ψθ. ὁ πρὸς τὸν ω. ὁ πρὸς τὸν ωα. ὁ πρὸς τὸν ωβ. ὁ πρὸς τὸν ωγ. ὁ πρὸς τὸν ωδ. ὁ πρὸς τὸν ωε. ὁ πρὸς τὸν ωϛ. ὁ πρὸς τὸν ωζ. ὁ πρὸς τὸν ωη. ὁ πρὸς τὸν ωθ. ὁ πρὸς τὸν ϡ. ὁ πρὸς τὸν ϡα. ὁ πρὸς τὸν ϡβ. ὁ πρὸς τὸν ϡγ. ὁ πρὸς τὸν ϡδ. ὁ πρὸς τὸν ϡε. ὁ πρὸς τὸν ϡϛ. ὁ πρὸς τὸν ϡζ. ὁ πρὸς τὸν ϡη. ὁ πρὸς τὸν ϡθ. ὁ πρὸς τὸν ϡ. ὁ πρὸς τὸν ϡα. ὁ πρὸς τὸν ϡβ. ὁ πρὸς τὸν ϡγ. ὁ πρὸς τὸν ϡδ. ὁ πρὸς τὸν ϡε. ὁ πρὸς τὸν ϡϛ. ὁ πρὸς τὸν ϡζ. ὁ πρὸς τὸν ϡη. ὁ πρὸς τὸν ϡθ. ὁ πρὸς τὸν ϡ. ὁ πρὸς τὸν ϡα. ὁ πρὸς τὸν ϡβ. ὁ πρὸς τὸν ϡγ. ὁ πρὸς τὸν ϡδ. ὁ πρὸς τὸν ϡε. ὁ πρὸς τὸν ϡϛ. ὁ πρὸς τὸν ϡζ. ὁ πρὸς τὸν ϡη. ὁ πρὸς τὸν ϡθ.

Ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ἐλάσσων ἐλάσσονος, πολλαπλάσιος πολλαπλασίου, ὅταν τοσοῦτοι ἐν τῷ πολλαπλασίονι ὦσιν ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ ἐλάσσονι ὅσος ἐστὶν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος.

Ἔστω ἀριθμὸς ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρος ἐλάσσων ἐλάσσονος· λέγω, ὅτι ὁ ΑΒ τοῦ Γ πολλαπλάσιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ τοῦ Γ μέρος ἐστίν, ὁ Γ ἄρα τὸν ΑΒ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ΑΒ μονάδας. μετρείτω κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ἐν τῷ Δ μονάδες τοῖς ἐν τῷ ΑΒ ἀριθμοῖς. διῃρήσθω ἡ ΑΒ εἰς τοὺς ἐν τῷ Δ ἀριθμοὺς ἴσους τοῖς ἐν τῷ Γ ἀριθμοῖς, καὶ ἔστω τὰ μέρη τὰ ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕ τῷ ΕΖ καὶ τῷ ΖΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ἐν τῷ Δ ἀριθμοὶ τοῖς ἐν τῷ Γ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕ τῷ ΕΖ καὶ τῷ ΖΒ, ἑκάτερον δὲ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ τῷ Γ ἴσον ἐστίν, ἴσα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ τοῖς Γ. ὁ ἄρα Γ τὸν ΑΒ μετρεῖ κατὰ τὰ ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ· ὁ ΑΒ ἄρα τοῦ Γ πολλαπλάσιός ἐστιν.

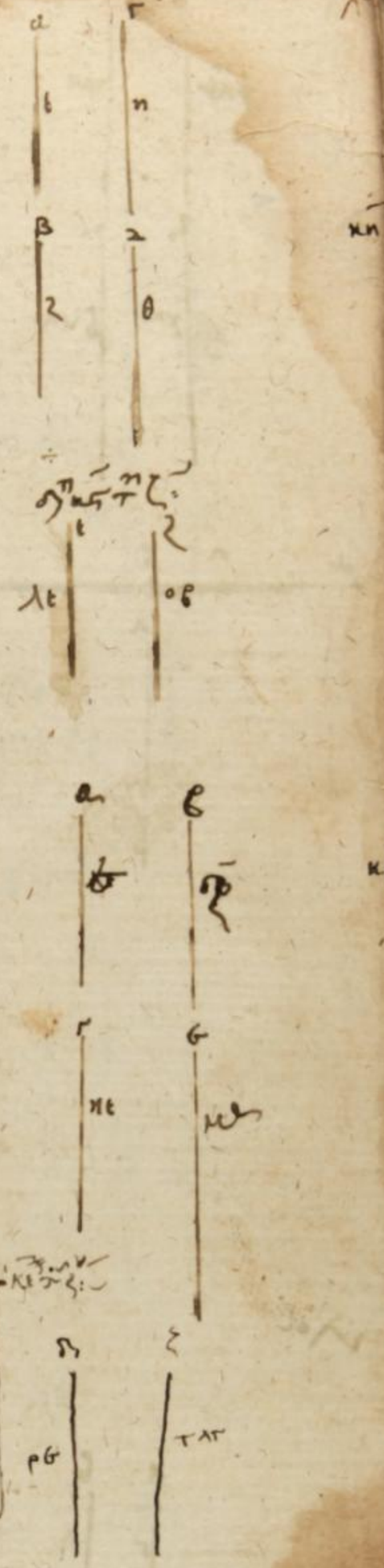
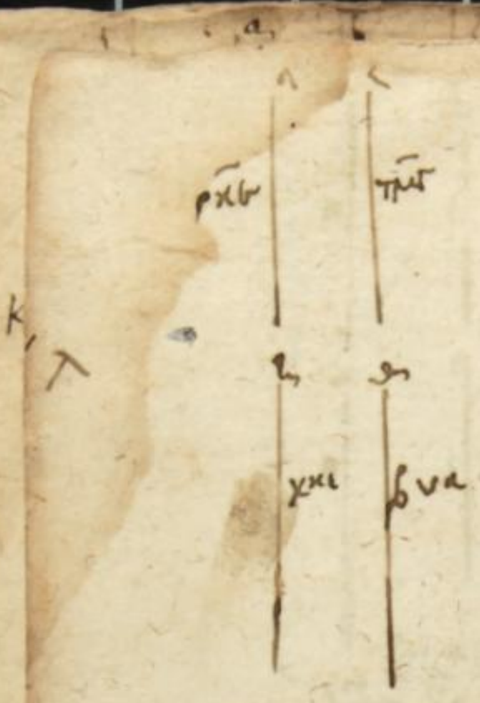
Ἀλλὰ δὴ ὁ ΑΒ τοῦ Γ πολλαπλάσιος ἔστω· λέγω, ὅτι ὁ ΑΒ τοῦ Γ μέρος ἐστὶν ἐλάσσων ἐλάσσονος, τουτέστιν ὅτι ἐν τῷ ΑΒ τοσοῦτοι ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Γ εἰσὶν ὅσος ἐστὶν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος.

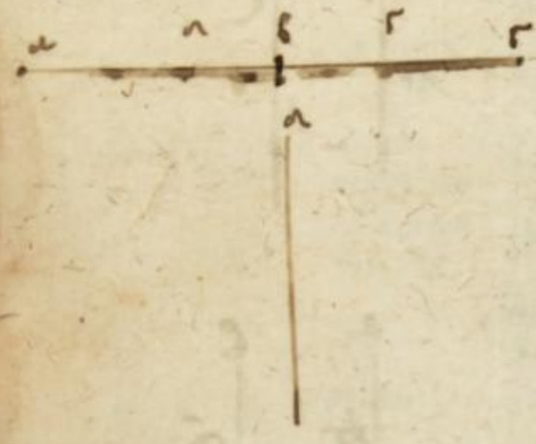
Ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ τοῦ Γ πολλαπλάσιός ἐστιν, ὁ Γ ἄρα τὸν ΑΒ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ΑΒ μονάδας. μετρείτω κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ἐν τῷ Δ μονάδες τοῖς ἐν τῷ ΑΒ ἀριθμοῖς. διῃρήσθω ἡ ΑΒ εἰς τοὺς ἐν τῷ Δ ἀριθμοὺς ἴσους τοῖς ἐν τῷ Γ ἀριθμοῖς, καὶ ἔστω τὰ μέρη τὰ ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕ τῷ ΕΖ καὶ τῷ ΖΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ἐν τῷ Δ ἀριθμοὶ τοῖς ἐν τῷ Γ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕ τῷ ΕΖ καὶ τῷ ΖΒ, ἑκάτερον δὲ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ τῷ Γ ἴσον ἐστίν, ἴσα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ τοῖς Γ. ὁ ἄρα Γ τὸν ΑΒ μετρεῖ κατὰ τὰ ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ· ὁ ΑΒ ἄρα τοῦ Γ μέρος ἐστὶν ἐλάσσων ἐλάσσονος.

Ἀλλὰ δὴ ὁ ΑΒ τοῦ Γ μέρος ἔστω· λέγω, ὅτι ὁ ΑΒ τοῦ Γ πολλαπλάσιός ἐστιν, τουτέστιν ὅτι ἐν τῷ ΑΒ τοσοῦτοι ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Γ εἰσὶν ὅσος ἐστὶν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ ΑΕ πρὸς τὸν Δ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ΑΕ πρὸς τὸν ΑΒ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. μέρος δὲ ἐστὶν ὁ Δ τοῦ Γ· μέρος ἄρα καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΑΒ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕ τῷ ΕΖ καὶ τῷ ΖΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ἐν τῷ Δ ἀριθμοὶ τοῖς ἐν τῷ Γ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕ τῷ ΕΖ καὶ τῷ ΖΒ, ἑκάτερον δὲ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ τῷ Γ ἴσον ἐστίν, ἴσα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ τοῖς Γ. ὁ ἄρα Γ τὸν ΑΒ μετρεῖ κατὰ τὰ ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ· ὁ ΑΒ ἄρα τοῦ Γ πολλαπλάσιός ἐστιν.

Ἀριθμὸς ἄρα ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ἐλάσσων ἐλάσσονος, πολλαπλάσιος πολλαπλασίου, ὅταν τοσοῦτοι ἐν τῷ πολλαπλασίονι ὦσιν ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ ἐλάσσονι ὅσος ἐστὶν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.





Ὅτι δὲ καὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὁποδεικνύναι.
Εἰ γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ ὡσανεὶ συναμφότερος πρὸς
ἕκαστον αὐτῶν πρῶτος εἴη· καὶ ἐὰν συναμφότερος πρός τινα αὐτῶν
πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. οὐκ
εἰσὶν ὡσανεὶ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ α γ. λέγω
ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ α γ πρὸς ἑκάτερον τῶν α γ πρῶτος
ἐστίν. ἤτοι γὰρ οὐκ εἰσὶν οἱ γ α α γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις
τοὺς γ α· α γ δὲ μετρεῖ τὸν γ α· καὶ τὸν ἑαυτοῦ ἄρα α γ μετρεῖ τις ἀριθμὸς
ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τὸν γ α μετροῦντι. μετρείτω ὁ δ. ἐπεὶ οὖν ὁ δ τὸν α γ μετρεῖ,
ὁ δὲ α γ τὸν γ α μετρεῖ πρῶτος ὢν πρὸς ἀλλήλους, ὁ δὲ δ τὸν γ α μετρεῖ,
καὶ ὁ δ ἄρα τὸν α γ μετρεῖ ἀριθμὸς ὢν τὸν α γ· ἀριθμὸς δὲ ὁ α γ· ὁ δ ἄρα
μονάς ἐστιν. ὥστε οἱ γ α α γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἤτοι δὲ
οἱ α γ γ α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους μετρήσει τις ἀριθμὸς τοὺς α γ γ α·
α γ δὲ μετρεῖ τὸν γ α· καὶ τὸν ἑαυτοῦ ἄρα α γ μετρεῖ τις ἀριθμὸς ὁ αὐτὸς
ὢν τῷ τὸν γ α μετροῦντι. μετρείτω ὁ δ. ἐπεὶ οὖν ὁ δ τὸν α γ μετρεῖ,
ὁ δὲ α γ τὸν γ α μετρεῖ πρῶτος ὢν πρὸς ἀλλήλους, ὁ δὲ δ τὸν γ α μετρεῖ,
καὶ ὁ δ ἄρα τὸν α γ μετρεῖ ἀριθμὸς ὢν τὸν α γ· ἀριθμὸς δὲ ὁ α γ· ὁ δ ἄρα
μονάς ἐστιν. ὥστε οἱ γ α α γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἤτοι δὲ
οἱ α γ γ α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους μετρήσει τις ἀριθμὸς τοὺς α γ γ α·
α γ δὲ μετρεῖ τὸν γ α· καὶ τὸν ἑαυτοῦ ἄρα α γ μετρεῖ τις ἀριθμὸς ὁ αὐτὸς
ὢν τῷ τὸν γ α μετροῦντι. μετρείτω ὁ δ. ἐπεὶ οὖν ὁ δ τὸν α γ μετρεῖ,
ὁ δὲ α γ τὸν γ α μετρεῖ πρῶτος ὢν πρὸς ἀλλήλους, ὁ δὲ δ τὸν γ α μετρεῖ,
καὶ ὁ δ ἄρα τὸν α γ μετρεῖ ἀριθμὸς ὢν τὸν α γ· ἀριθμὸς δὲ ὁ α γ· ὁ δ ἄρα
μονάς ἐστιν. ὥστε οἱ γ α α γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα

Ἀπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς πάντα ἀριθμὸν ὃν μὴ μετρεῖ πρῶτος
ἐστίν. ἔστω πρῶτος ἀριθμὸς ὁ α· ὁ τὸν β μὴ μετρῶν. λέγω
ὅτι οἱ α β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ α β πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμὸς. μετρείτω ὁ γ. ὁ
γ οὐκ ἔστω μονάς. ἐπεὶ οὖν ὁ γ τοὺς α β μετρεῖ, ὁ δὲ α τὸν β μὴ μετρεῖ, ὁ γ ἄρα
τὸν α οὐκ ἔστιν ὁ αὐτός. ἔστω γὰρ ὁ αὐτὸς ὁ δ. ἐπεὶ οὖν ὁ γ τοὺς α β μετρεῖ,
καὶ τὸν ἑαυτοῦ ἄρα α β μετρεῖ πρῶτος ὢν τὸν α β· ἀριθμὸς δὲ ὁ α β· ὁ γ ἄρα
μονάς ἐστιν. ὥστε οἱ α β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

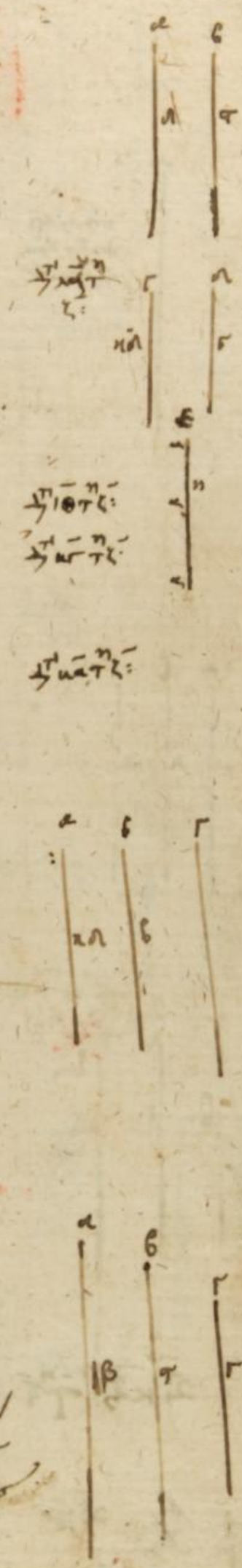
Ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα τ[ετ]ὰ
γινόμενος ἑκάτερος ἑαυτοῦ μετρῇ τὸν πρῶτον ἀριθμόν, καὶ ὁ γενόμενος
μετρήσει· καὶ ὁν δύο ἀριθμοὶ οἱαδήποτε πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους
τινὰ τετράγωνα ποιῶσι, τὰς πλευρὰς ἐκείνων μετρεῖ ὁ εἷς τὸν ἕνα.
ὁ γὰρ α τὸν β μετρείτω κατὰ τὸν γ· λέγω ὅτι καὶ ὁ α τὸν β μετρεῖ.
ὅσαι γὰρ εἰσὶν ἐν τῷ γ μονάδες, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ δ·
ὁ δὲ γ τὸν β μετρείτω κατὰ τὸ ε· ὁ ε ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ γ
μονάδας. ἐπεὶ οὖν ὁ α τὸν δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ γ μονάδας, καὶ
μετρεῖται ὁ δ ὑπὸ τοῦ ε κατὰ τὰς ἐν τῷ γ ἄρα καὶ ὁ α τὸν δ μετρεῖ
κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας· ὁ α ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε
μονάδας· ὁ ε ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας· καὶ ὁ α ἄρα
τὸν β μετρεῖ.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα
τετράγωνα, τὰς πλευρὰς ἐκείνων μετρεῖ ὁ εἷς τὸν ἕνα. ἐπεὶ γὰρ ὁ α τὸν
β μετρεῖ κατὰ τὸν γ, καὶ ὁ γ ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὸν α· ὁ δὲ γ τὸν β
μετρείτω κατὰ τὸ ε· ὁ ε ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας·
ὁ ε ἄρα τὸν γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας· καὶ ὁ α ἄρα τὸν γ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας· ὁ δὲ γ τὸν β μετρείτω κατὰ τὸ δ·
καὶ ὁ α ἄρα τὸν δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας· καὶ ὁ ε ἄρα τὸν δ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας· ὁ ε ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α
μονάδας· καὶ ὁ α ἄρα τὸν β μετρεῖ.

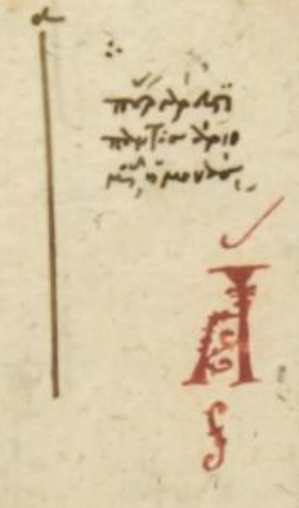
Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ ἑκάτερος ἑαυτοῦ μετρῇ
τινα ἀριθμόν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ μετρούμενος πρὸς τὸν μετροῦντα, οὕτως
ἡ μονὰς πρὸς τὸν μετροῦντα. ἐπεὶ γὰρ ὁ α τὸν β μετρεῖ κατὰ τὸν γ,
καὶ ὁ γ ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὸν α· ὁ δὲ γ τὸν β μετρείτω κατὰ τὸ ε·
ὁ ε ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας· ὁ ε ἄρα τὸν γ μετρεῖ
κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας· καὶ ὁ α ἄρα τὸν γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε
μονάδας· ὁ δὲ γ τὸν β μετρείτω κατὰ τὸ δ· καὶ ὁ α ἄρα τὸν δ μετρεῖ
κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας· καὶ ὁ ε ἄρα τὸν δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α
μονάδας· ὁ ε ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας· καὶ ὁ α ἄρα
τὸν β μετρεῖ.

Ἀπὸ μονάδος ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν ἀνάλογόν εἰσιν ὅσοι ἂν ἀπὸ μονάδος
ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συνεχεῖς ἀνάλογον, ὅτε μείζων τὸν μείζονα
μείζονα καὶ ὅτε ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· τοῦτ' ἔστιν ὅτε πρῶτος μὴ τὸν
μὴ πρῶτον πρῶτος ὢν καὶ ὅτε μὴ πρῶτος μὴ τὸν πρῶτον πρῶτος ὢν
ἢ μὴ πρῶτος μὴ τὸν μὴ πρῶτον πρῶτος ὢν. ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος
ἀνάλογόν εἰσιν ὅσοι ἂν ἀπὸ μονάδος ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συνεχεῖς
ἀνάλογον· καὶ ὅτε μείζων τὸν μείζονα μείζονα καὶ ὅτε ἐλάσσων τὸν
ἐλάσσονα· τοῦτ' ἔστιν ὅτε πρῶτος μὴ τὸν μὴ πρῶτον πρῶτος ὢν καὶ ὅτε
μὴ πρῶτος μὴ τὸν μὴ πρῶτον πρῶτος ὢν ἢ μὴ πρῶτος μὴ τὸν πρῶτον
πρῶτος ὢν. ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογόν εἰσιν ὅσοι ἂν ἀπὸ
μονάδος ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συνεχεῖς ἀνάλογον· καὶ ὅτε μείζων τὸν
μείζονα μείζονα καὶ ὅτε ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· τοῦτ' ἔστιν ὅτε πρῶτος
μὴ τὸν μὴ πρῶτον πρῶτος ὢν καὶ ὅτε μὴ πρῶτος μὴ τὸν μὴ πρῶτον
πρῶτος ὢν ἢ μὴ πρῶτος μὴ τὸν πρῶτον πρῶτος ὢν.

Ἀπὸ μονάδος ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν ἀνάλογόν εἰσιν ὅσοι ἂν ἀπὸ μονάδος
ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συνεχεῖς ἀνάλογον· καὶ ὅτε μείζων τὸν μείζονα
μείζονα καὶ ὅτε ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· τοῦτ' ἔστιν ὅτε πρῶτος μὴ τὸν
μὴ πρῶτον πρῶτος ὢν καὶ ὅτε μὴ πρῶτος μὴ τὸν μὴ πρῶτον πρῶτος ὢν
ἢ μὴ πρῶτος μὴ τὸν πρῶτον πρῶτος ὢν. ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὦσιν ὁποσοιοῦν
ἀριθμοὶ συνεχεῖς ἀνάλογον, ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων
αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.



ἐστὶν ὅτι δηλον ἀν ἢ τὸ ζητούμενον· ἀφῃρήσθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α τὸ μετρήσαν τὸν Β ἀριθμὸν τοιαύτης γινομένης ὡς συμβήσεται, λοιφὴ ἔσται τις πρῶτος ἀριθμὸς ὁ μετρήσει τὸν πρὸ αὐτοῦ· οὐ μὴν τὸν Α μετρήσει· ἀφῃρήσθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α τὸ μετρήσαν τὸν Β ἀριθμὸν τὸ Γ· λοιπὸς δὲ ὁ Δ ἢ τὸν Β ἀριθμὸν μετρήσει ἢ οὔ· ἔστω πρότερον μετρῶν· ἐπεὶ οὖν ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ὁ δὲ Β τὸν Ε μετρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ε μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν Α μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ· ὁ Γ ἄρα τὸν Α καὶ Β καὶ Δ μετρεῖ· ὁ Δ ἄρα πρῶτος ὢν τοῦ Α καὶ Β πρὸς ἀμφοτέρους πρῶτός ἐστιν· ὅπερ ἀδύνατον· ὁ Δ ἄρα τὸν Β οὐ μετρήσει· ὁ πρὸ τοῦ Β ἄρα τοῦ Α καὶ Β πρῶτος ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Ἀριθμοῦ δοθέντος ὁποσουοῦν προσευρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἐχοντας τοῖς δοθεῖσιν.

ἔστωσαν οἱ δοθέντες ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α Β Γ· δεῖ δὴ τοὺς ἐλαχίστους τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἐχοντας τοῖς Α Β Γ προσευρεῖν. ἤτοι οὖν οἱ Α Β Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ· ἔστω δὴ τὸ νῦν οἱ Α Β Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· εἰ οὖν οἱ Α Β Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἐλάχιστοι ἄρα τοῦτον τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. εἰ γὰρ οὔ, ἔσται τις τοὺς Α Β Γ μετρῶν ἀριθμὸς ὁ μετρήσει αὐτοὺς κατὰ τοὺς ἐν αὐτοῖς μονάδας· ἔστω ὁ Δ· ὅσαι οὖν εἰσὶν ἐν τῷ Δ μονάδες, τοσοῦτοι ἔστωσαν οἱ Ε Ζ Η· ὁ Ε ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ δὲ Δ τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ· ὁ Ε ἄρα τοὺς Α Β μετρεῖ κατὰ τοὺς αὐτοὺς ἀριθμοὺς καθ' οὓς καὶ τὸν Γ μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τοὺς Α Β Γ μετρεῖ· ἐλάχιστοι ἄρα τοῦτον τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α Β Γ· ὅσοι γὰρ ἂν ὦσιν ἐλάχιστοι τοῦτον τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, τοσοῦτοι καὶ οἱ Α Β Γ εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

α β γ δ
ιβ κη λβ ξδ
ι η ιβ κη
ι η ιβ κη
ι η ιβ κη

ταὐτῶν μ̄ μονάδας· ὁ ὑπ̄ ἄρα τὸν ἀμετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ θ̄ μονάδας·
λέγω δὴ αὐτὸν καὶ τὸν ἐξ ἀρχῆς προτεθέντα ἀ̄ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ πρώτων πρ̄
μονάδας· ὅτι μὲν οὖν τὸν ἀμετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ μ̄ μονάδας, ὅτι ἄρα τὸν ἀμετρεῖ κατὰ τὰς ἐν
τῷ θ̄ μονάδας, ὅτι μὲν οὖν τὸν ἀμετρεῖ πολλαπλασιάσαντα τὸν ἀ̄ ποιεῖ τὸν ἐξ ἀρχῆς·
δέδεικται δὲ καὶ ὅτι τὸν ἀμετρεῖ πολλαπλασιάσαντα τὸν ἀ̄ ποιεῖ τὸν ἐξ ἀρχῆς· ἐπεὶ οὖν
ὁ ὑπ̄ τὸν ἀμετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ θ̄ μονάδας, ἔστιν ἐξ ὧν ὁ ἀ̄ πρὸς τὸν θ̄· οὐκοῦν καὶ ὁ μ̄ πρὸς τὸν
μείζων ὢν ὅς ἐστι τοῦ θ̄· μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ μ̄ τοῦ ἐξ· ὁ ἄρα ἐξ οὐκ ἔστιν ἀριθμὸς ὃν
ὁ ὑπ̄ ἐστὶν ἀναλυόμενος· ἔστω γὰρ αὐτοῦ καὶ τῶν ἐν αὐτῷ τὸ μέτρον· οὐκοῦν ἡ ἴσον ἐστὶ τῶν ἐν αὐτῷ
μέτρον· οὐκοῦν ἡ ἴσον ἐστὶ τῶν ἐν αὐτῷ ἑνὶ ἢ ἐλάσσονα ἀριθμοὶ ὄντα τὸν
αὐτὸν λόγον ἔχοντα τοῖς ἀ̄ γ̄· οἱ ἄρα ἐν αὐτῷ ἐλάχιστοι ἀριθμοί εἰσιν τῶν τὸν
αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς ἀ̄ γ̄· ὁ ὑπ̄ ἄρα δύο ἐλαχίστων ἐστὶν ἐξ ἀριθμῶν
ἐλαχίστων λόγον ἐχόντων τοῖς ἀ̄ γ̄· ὁ ὑπ̄ δύο ἐλαχίστων ἐστὶν ἐξ ἀριθμῶν ἐλαχίστων λόγον ἐχόντων τοῖς ἀ̄ γ̄·
ἔστω γὰρ ὁ ὑπ̄ δύο ἐλαχίστων ἐστὶν ἐξ ἀριθμῶν ἐλαχίστων λόγον ἐχόντων τοῖς ἀ̄ γ̄· ὁ δὲ

με πρεῖ δὲ ὁ β τὸν ε, με πρεῖ ἄρα καὶ ὁ τὸν δ. ὁμοίως
τὸν ᾱ ἀνόμοιον ὃν πρὸς ἑαυτὸν ἐστὶν ἀσύμμετρον. οὐκοῦν καὶ οἱ α β με
προύσιν ἀριθμοὶ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ γ, ὅταν οἱ α
β, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν. ὅτι ἄρα ἐλάχιστοι ὄντες
τῶν α β μετροῦσι. μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ α β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.
καὶ ἀνήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
ἔχοντων τοῖς α β. οἱ ε ζ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κ τῶν α ε, τῷ κ τῶν
β ζ. καὶ ὁ α τὸν ζ ἕνα ποιείτω. καὶ ὁ
β ἄρα τὸν ε ἕνα ποιήσας, τὸν γ τε ποιήσει, οἱ α β ἄρα
τὸν γ μετροῦσι. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρή
σουσι γάρ τινα ἀριθμὸν οἱ α β. ἐλάσσονα ὄντα τοῦ γ. μετρούντω
τὸν δ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ α τὸν δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
ἔστωσαν ἐν τῷ η. ὁσάκις δὲ ὁ β τὸν δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
ἔστωσαν ἐν τῷ θ, ὁ μὲν α ἄρα τὸν η ἕνα ποιήσας, τὸν δ
τε ποιήσει. ὁ δὲ β τὸν θ ἕνα ποιήσας, τὸν δ τε ποιήσει.
ἴσος ἄρα ἐστίν, ὁ ε τὸν ι ἕνα ποιήσας τὸν ι τὸν θ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α
πρὸς τὸν β οὕτως ὁ θ πρὸς τὸν η. ὡς δὲ ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως
ὁ ε πρὸς τὸν ι. καὶ ὡς ἄρα ὁ ε πρὸς τὸν ι, οὕτως ὁ θ πρὸς τὸν η.
οἱ δὲ ε ι ἐλάχιστοι. ὡς δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον
ἔχοντας ἴσάκις ὁ τε μείζων τὸν μείζονα. καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσ
σονα. ὁ ε ἄρα τὸν η μετρεῖ. καὶ ἔστω ὁ α τοὺς ε η ἕνα πολλαπλασί
ασας τοὺς γ δ τε ποιήκειν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ε πρὸς τὸν η. οὕτως ὁ γ
πρὸς τὸν δ. ὁ δὲ ε τὸν η μετρεῖ. καὶ ὁ γ ἄρα τὸν δ μετρεῖ.
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ὁ α τὸν β μετρεῖ τὸν γ. ὁ γ ἄρα τοὺς α β μετρεῖ.

Δύο δοθέντων ἀριθμῶν ἀριθμοῦ τινα μετροῦντα εὑρεῖν. δύο δὴ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς τοὺς α β μετρούντω τινὲς ἀριθμοὶ τὸν γ δ. καὶ ὁ μὲν α τὸν δ μετρείτω. ὁ δὲ β τὸν γ μετρείτω. καὶ ὁ γ ἄρα τὸν δ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ὁ α τὸν β μετρεῖ τὸν γ. ὁ γ ἄρα τοὺς α β μετρεῖ.

οἱ. τοὺ τ΄ οἱ΄ μετρεῖ· εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ οἱ΄ τὸν τ΄ οἱ΄, οἱ΄ τὸν οἱ΄ ζ΄
μετρῶν, λοιπὸν ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν τ΄ ζ΄· καὶ ἐπεὶ οἱ΄ α΄ β΄ τὸν
ε΄ μετροῦσιν, ὁ δὲ ε΄ τὸν οἱ΄ ζ΄ μετρεῖ, καὶ οἱ΄ α΄ ε΄ ἄρα τὸν οἱ΄ ζ΄
μετροῦσιν· μετροῦσι δὲ καὶ ὅλον τὸν τ΄ οἱ΄· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν
τ΄ ζ΄ μετροῦσιν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ ε΄. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα
οὐκ ἄρα οὐ μετρεῖ ὁ ε΄ τὸν τ΄ οἱ΄· μετρεῖ ἄρα ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρὶν ὧν ἀριθμῶν οἱ δοθέντων εὑρᾶν οὐκ ἐλάσσονα, ἐξῆς ἃ κατὰ μέρος
μετροῦσιν ἀριθμοί· ἔστω δὴ οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ α΄ β΄
γ΄. δεῖ δὴ αὐτῶν οὐκ ἐλάσσονα μετροῦσιν ἀριθμόν· ἀλήφθω γὰρ
ὑπὸ δύο τῶν α΄ β΄ ἐλάσσων μέρος, ὁ οἱ΄· ὁ δὴ τὸν οἱ΄ τοὺ
μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ· μέτρει πρότερον· μέτροῦσι δὴ καὶ οἱ
α΄ β΄ τὸν οἱ΄· οἱ α΄ β΄ ἄρα τὸν οἱ΄· οἱ α΄ β΄ ἄρα τὸν οἱ΄ μέτροῦσι·
λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον· εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν
οἱ α΄ β΄ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ οἱ΄· μετρείτωσαν τὸν δ΄· καὶ ἐπεὶ οἱ α΄ β΄
τὸν ε΄ μετροῦσι· καὶ ὁ ε΄ ἄρα τὸν δ΄ μετρήσει· ἐλάσσων ὁ ε΄ τοῦ οἱ΄
ὑπὸ τῶν α΄ β΄ μετρούμενος· οὐκ ἄρα ὁ οἱ΄ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν α΄ β΄
μετρούμενος ἐστίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα οἱ α΄ β΄ τὸν
οἱ΄ ἐλάσσονα τὸν δ΄ μετρήσουσι· μὴ μετρέτωσαν δὴ πάλιν ὁ γ΄ τὸν
οἱ΄· καὶ εἰ ληφθῶν ὑπὸ τῶν γ΄ οἱ΄ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς
ὁ ζ΄· οἱ α΄ β΄ ἄρα τὸν ζ΄ μετροῦσιν· ὁ δὲ οἱ΄ τὸν ε΄ μετρεῖ· καὶ οἱ α΄ β΄ ἄρα
τὸν ε΄ μετροῦσι· μετρεῖ δὲ καὶ ὁ γ΄ τὸν ε΄· καὶ οἱ α΄ β΄ γ΄ ἄρα τὸν ε΄
μετροῦσι· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάσσονα· εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν
οἱ α΄ β΄ γ΄ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ ε΄, μετρείτωσαν τὸν ζ΄· καὶ οἱ
α΄ β΄ γ΄ ἄρα τὸν ζ΄ μετροῦσι· καὶ ὁ ε΄ ἄρα τὸν ζ΄ μετροῦσι· καὶ ὅλον ἄρα
τὸν ζ΄ μετροῦσιν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ ε΄· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
οἱ α΄ β΄ γ΄ τὸν ε΄ ἐλάσσονα μετροῦσιν ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Καὶ ὅτι ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν α′ μετρούμενος, τὸν ξ′ μετρήσει.
ὅτι δὲ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν α′ μετρούμενος ἐστὶν ὁ ε′. τὸ εἰρη-
τὸν ξ′ μετρεῖ· ὁ μά ξ ωνιτὸν ἑλάχιστον α· ὅπερ ἐστὶν ἀσύ-
μβατον· οὐκ ἄρα οἱ α β′ γ′, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν, ἐλά-
χιστον ὄντα τοῦ ε· ὅτι ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν α β′ γ′. με-
τρεῖται, ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

λ ϕ

ιβ α

Γ Δ

ιβ α

Γ Δ

ιβ α

Γ Δ

Ἐὰν ἀριθμοὶ ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῶνται, ὁ μετρούμενος
ὁμώνυμον μέρος ἐξει τῷ μετροῦντι. ἀριθμὸς γὰρ ὁ α ὑπὸ
τινος ἀριθμοῦ τοῦ β μετρείσθω· λέγω ὅτι ὁ α ὁμωνύμον μέρος
ἔχει τῷ β· ὅσαπλῆς γὰρ ὁ β τοῦ α μετρεῖται, τοσαυταπλοῦν
ἐστω καὶ μονὰς τοῦ γ. ὡστεῖ ὁ β τοῦ α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ γ μο-
νάδας· μετρείσθω δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν γ ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν
αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν γ μετρεῖ ἀριθμὸν ἡ
καὶ ὁ β τὸν α· ἐναλλὰξ ἄρα ἰσαπλῆς ἡ μονὰς τὸν β ἀριθμὸν
μετρεῖ· καὶ ὁ γ τὸν α· ὁ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ μονὰς τοῦ β ἀρι-
θμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ γ τοῦ α· ἡ δὲ μονὰς, τοῦ β ἀρι-
θμοῦ μέρος ἐστὶν, ὁμώνυμον αὐτῷ· καὶ ὁ γ ἄρα τοῦ α μέρος ἐστὶν
ὁμώνυμον τοῦ β· ὡς τὸ α, μέρος ἔχει τὸν γ, ὁμώνυμον οὖν τὰ τῷ
β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Ἐὰν ἀριθμοὶ μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν ὁμώνυμον μέρος ἀριθμοῦ μετρηθῇ
ὁτιοῦν τῶν μέρη· ἀριθμοὶ γὰρ ὁ α μέρος ἐχέτω ὁτιοῦν τὸν β· καὶ τῷ
β μέρει ὁμώνυμος ἔστω ἀριθμὸς ὁ γ· λέγω ὅτι ὁ γ τὸν α μετρεῖ κατὰ
τοσαῦτα μέρη, ὁσαπλοῦν τὸ β μέρος ἐστὶ τοῦ α· ὁσαπλοῦν γὰρ ἐστὶν ὁ β
τοῦ α μέρος, τοσαυταπλοῦν ἐστω καὶ μονὰς τοῦ γ ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος
ἐστὶ καὶ ὁ γ τοῦ α· ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ β τὸν α· ἰσά-
κις ἄρα ἡ μονὰς τὸν β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ γ τὸν α· ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ μονὰς
τὸν γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ β τὸν α· καὶ ὁ γ ἄρα τὸν α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ β
μονάδας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Ἀριθμὸν δύο εὑρεῖν οἱ ἐλάχιστος ὢν ἐξει τὰ δοθέντα μέρη, τὰ α β γ· δεῖ

δὴ ἀριθμοὺς εἶναι, οἳ ἐλάχιστος ὢν ἴσχει τοὺς αὐτὸν λόγον μεθ' ὃν ἐστὶν ὁ μονὰς πρὸς τοὺς αὐτοὺς μέρη. ἐστω οὖν ὁ μονὰς πρὸς τοὺς αὐτοὺς μέρη οἱ ν̄ ὁ μ̄ω̄ν̄ ὑμοὶ ἀριθμοὶ οἱ α' ἑξ'. καὶ ἐπεὶ ὁ μονὰς τοὺς α' ἑξ' ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμοὶ ὁ ν̄ ὑπὸ τῶν α' ἑξ' μετρεῖται κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας, οἱ δὲ ἐλάχιστον ἔχοντες τοὺς αὐτὸν λόγον μετροῦσιν ἴσακις τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἡγουμένους πρὸς ἑπομένους, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ μονὰς πρὸς τοὺς α' ἑξ', οὕτως οἱ ν̄ πρὸς τοὺς ὑπὸ τῶν α' ἑξ' μετρουμένους τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας τοῖς α' ἑξ'. ἀνάπαλιν ἄρα ὡς ὁ μονὰς πρὸς τοὺς α' ἑξ', οὕτως οἱ ὑπὸ τῶν α' ἑξ' μετρούμενοι ἀριθμοὶ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντες τοῖς α' ἑξ'. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

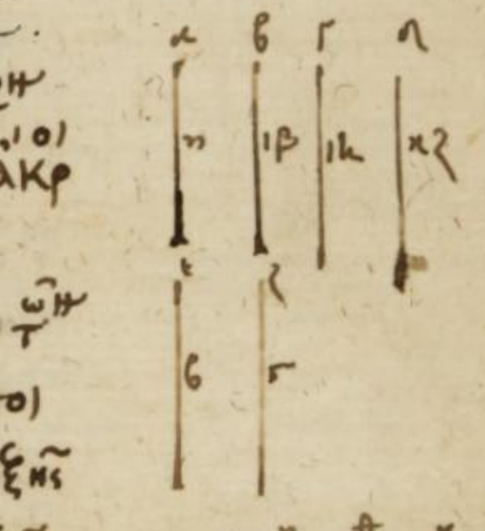
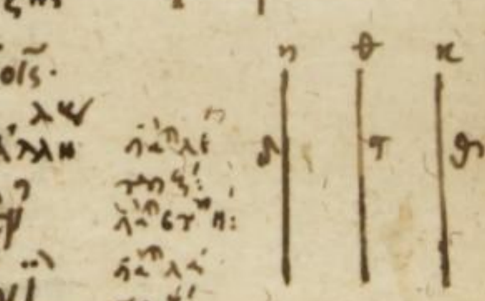
ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ μονὰς πρὸς τοὺς α' ἑξ', οὕτως οἱ ὑπὸ τῶν α' ἑξ' μετρούμενοι ἀριθμοὶ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντες τοῖς α' ἑξ'.

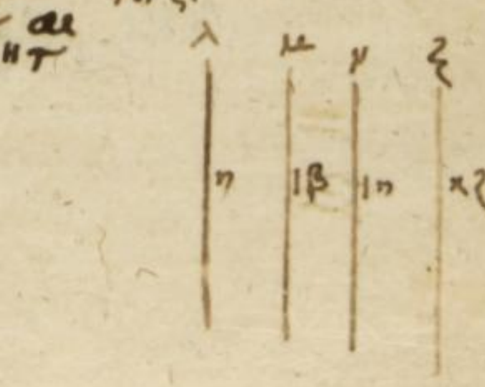
ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ μονὰς πρὸς τοὺς α' ἑξ', οὕτως οἱ ὑπὸ τῶν α' ἑξ' μετρούμενοι ἀριθμοὶ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντες τοῖς α' ἑξ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ α' β' γ' δ', οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ α' δ' πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν. λέγω ὅτι οἱ α' β' γ' δ' ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. εἰλήφθωσαν γὰρ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων τοῖς α' β' γ' δ' ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ οἱ ε' ζ' η' θ'. ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα λόγῳ εἰσὶν οἱ ε' ζ' η' θ' τοῖς α' β' γ' δ'. καί εἰσιν ἴσοι τὸ πλῆθος τῶν ε' ζ' η' θ' καὶ τῶν α' β' γ' δ'. ὁποσαπλάσιον ἄρα ἐστὶν ὁ ε' τοῦ α', τοσαυταπλάσιος ἔστω καὶ ὁ ι' τοῦ β'. ὁποσαπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ ε' τοῦ α', τοσαυταπλάσιος ἔστω καὶ ὁ ιε' τοῦ γ'. ὁποσαπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ ε' τοῦ α', τοσαυταπλάσιος ἔστω καὶ ὁ κ' τοῦ δ'. καὶ ἐπεὶ ὁ μονὰς τοὺς ε' ζ' η' θ' ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμοὶ τοὺς αὐτοὺς μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας, ὁ δὲ τοὺς α' β' γ' δ' μετρῶν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας τοῖς ε' ζ' η' θ' μετρεῖ ἴσακις τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς τοὺς ε' ζ' η' θ' ἡγούμενος πρὸς ἑπομένους, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ μονὰς πρὸς τοὺς ε' ζ' η' θ', οὕτως οἱ α' β' γ' δ' πρὸς τοὺς ε' ζ' η' θ'. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ μονὰς πρὸς τοὺς α' β' γ' δ', οὕτως οἱ ε' ζ' η' θ' πρὸς τοὺς α' β' γ' δ'. οἱ δὲ α' δ' πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσιν ἴσακις τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς τοὺς τε ἡγουμένους πρὸς τοὺς ἡγουμένους καὶ τοὺς ἑπομένους πρὸς τοὺς ἑπομένους. ὁ ἄρα μονὰς τοὺς ε' ζ' η' θ' μετρεῖ ἴσακις τοὺς α' β' γ' δ'. ὁ μονὰς ἄρα τὸν ε' ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α' μονάδας. ὁ δὲ α' τὸν ε' κατὰ τὰς ἐν τῷ β' μονάδας. ὁ ἄρα β' τὸν ε' κατὰ τὰς ἐν τῷ α' μονάδας μετρεῖ. καὶ ὁ α' ἄρα τὸν β' κατὰ τὰς ἐν τῷ α' μονάδας μετρεῖ. ὁ μονὰς ἄρα τὸν α' ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α' μονάδας. ὁ δὲ α' τὸν β

ὅ α′ τοῦ ε′. ὁμοίως τοίνυν ἐλάσσονα ὄντα ἢ ὅσον ἐστὶ πρὸς αὐτὸν· ἀλλ᾽ ἄρα διέξ′ ἢ θ′. ἐλάσσονες οὖν εἰσὶ τῶν α′ ς′ λ′ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐόντων αὐτοῖς. οἱ α′ ς′ λ′ ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς ὅσοι περ εἰσὶν ἀριθμοί.

Ἀριθμοὶ δοθεῖσιν ἐξῆς ἐν ἀνάλογόν εἰσιν ἐλάχιστοι ὅσοι ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ εἰσὶν ἐλάχιστοι ἀριθμοί. ἔστω οἱ δοθέντες ἐξῆς ἐν ἀνάλογόν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ὅσοι ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ εἰσὶν ἐλάχιστοι ἀριθμοί οἱ α′ β′ γ′. λέγω δὴ ὅτι τοῦ μὲν α′ πρὸς τὸν β′ ἐλάχιστοί εἰσιν ἀριθμοὶ ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ οἱ ὅσοι ἐν τῷ τοῦ α′ πρὸς τὸν β′ λόγῳ τετράγωνοί τε τετράγωνοι δὴ τετράγωνοι. καὶ ὁ α′ ἑαυτὸν μὲν ποιῶν πλευρὰν ποιεῖ τὸν α′ τὸν δὲ β′ ποιῶν πλευρὰν ποιεῖ τὸν α′ β′. καὶ ὅτι ὁ β′ ἑαυτὸν μὲν ποιῶν πλευρὰν ποιεῖ τὸν δ′ τὸν δὲ α′ ποιῶν πλευρὰν ποιεῖ τὸν α′ β′. καὶ ἔτι ὁ α′ τοὺς δ′ ε′ ποιῶν πλευρὰν ποιεῖ τοὺς ι′ κ′ τὸν δὲ β′ τὸν ε′ ποιῶν πλευρὰν ποιεῖ τὸν κ′ τῷ δ′. καὶ ὡσαύτως ὁ α′ ἑαυτὸν μὲν ποιῶν τὸν ε′ τε ποιεῖ κε′ τὸν δὲ β′ τὸν ε′ ποιῶν πλευρὰν ποιεῖ τὸν κ′ τῷ δ′. ἀριθμοὶ ἄρα εἰσὶν οἱ α′ δύο τοὺς α′ β′ τοὺς γ′ δ′ ε′ ποιοῦντες πλευρὰν τοὺς ι′ κ′ κε′, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α′ πρὸς τὸν β′, οὕτως ὁ γ′ πρὸς τὸν δ′. πάλιν ὡσαύτως ὁ α′ τὸν β′ τοὺς γ′ δ′ ε′ ποιῶν πλευρὰν ποιεῖ τοὺς ιε′ κ′ μ′. ὁ δὲ β′ ἑαυτὸν ποιῶν τὸν ε′ τε ποιεῖ κε′, ἑκάτερος ἄρα τῶν α′ β′ τὸν β′ τοὺς γ′ δ′ ε′ ποιῶν πλευρὰν ποιεῖ τοὺς ιε′ κ′ κε′. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α′ τὸν β′, οὕτως ὁ γ′ πρὸς τὸν δ′. καὶ ὡς ἄρα ὁ α′ πρὸς τὸν β′, οὕτως ὁ γ′ πρὸς τὸν δ′, καὶ ὡς ὁ β′ πρὸς τὸν γ′, οὕτως ὁ δ′ πρὸς τὸν ε

πρὸς τὸν θ'. καὶ ὡσὶ οἱ α' τὸν ἐ πόλλα πλασιάσαντες τοὺς
θ' κ' ποιοῦσι η' καὶ εἰσὶν ἄρα ὡς ὁ α' πρὸς τὸν β', οὕτως
ὁ θ' πρὸς τὸν κ'. ἐστὶ δὲ, ὡς καὶ ὁ α' πρὸς τὸν β'. οὕτως
ὁ ξ' πρὸς τὸν η'. καὶ ὁ η' πρὸς τὸν θ'. καὶ ὡς ἄρα ὁ ξ' πρὸς τὸν η'.
οὕτως ὁ η' πρὸς τὸν θ'. καὶ ὁ θ' πρὸς τὸν κ'. οἱ μ' ἄρα οἱ ξ' η' θ' κ',
ἀν' ἀλόγου εἰσὶν ἑνὶ τῶν τοῦ α' πρὸς τὸν β' λόγῳ. λείπω
δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. ὡσὶ γὰρ οἱ α' β' ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν
αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. οἱ δὲ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν
λόγον ἐχόντων πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ α' β'
ἄρα, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. καὶ ὡς ἄρα ὁ α' πρὸς τὸν β'
α' β' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ἐκάτερον τῶν γ' ε' ποιεῖ κ'.
ἑκάτερον δὲ τῶν γ' ε' πολλαπλασιάσαντες, ἑκάτερον τῶν ξ'
κ' ποιοῦσιν. οἱ γ' ε' ἄρα καὶ οἱ ξ' κ' πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
εἰσίν. εἰ δὲ οἱ ξ' κ' ἄρα καὶ οἱ ξ' κ' πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐλάχιστοι
εἰσὶν. ἐὰν δὲ ὦσιν ὁπόσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον
οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοι
εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ α' β' γ' δ'
ἄρα ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. οἱ δὲ ἄκροι
αὐτῶν, τουτέστιν οἱ α' δ', πρῶτοι εἰσίν. ἐὰν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς
ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι
αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν ὦσιν ὁπόσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς
ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι
αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν ὦσιν ὁπόσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς
ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. εἰλήφθω γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι οἱ
τὸν α' γ' λόγῳ οἱ ε' ζ'. τρεῖς δὲ, οἱ η' θ' κ'. καὶ εἰ ἓξῆς ἐστὶ
τοσοῦτον πλῆθος, ὅσον ἐστὶν ὁ



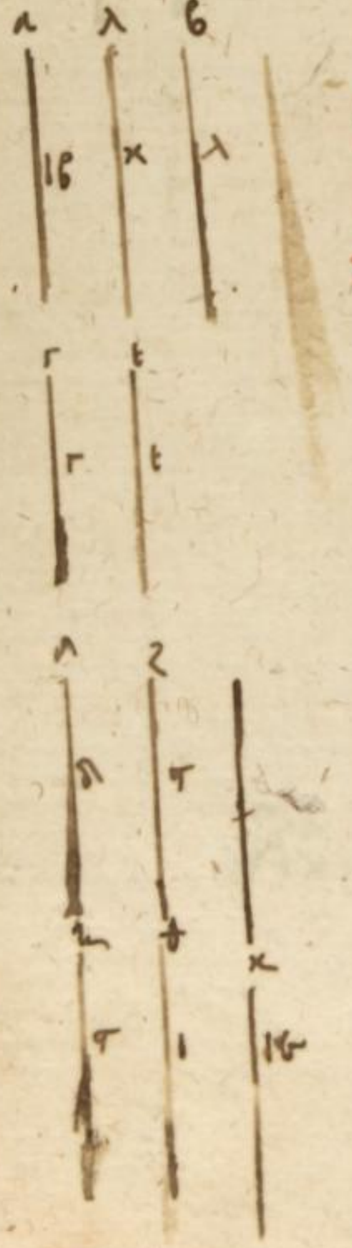


τῶ πλήθει τῶν ἀβ γ λ· εἰ λή φθω σαν. καὶ ἴσω σαν οἵ λ μύ ξ.
οἵ δ' ρα δ' κρ οι αὐτῶν οἵ λ ξ. πρῶ τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.
ἐπεὶ τὸ οἰ ε ζ' πρῶ τος ἑκάτερος σ' αὐτῶν ἴ αυτοῦ πολλα
πλα σιάσας, ἑκάτερον τῶν μ κ' ποιήκεν, οἵ μ κ δ' ρα πρῶ.
καὶ οἵ λ ξ'. καὶ ἐπεὶ οἱ α γ λ' ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τοὺ αὐτοὺ
λόγου μένων· τῶν αὐτοῖς· ἐσὶ δὲ καὶ οἵ λ μύ ξ'. ἐλάχιστοι σὺν τῶν
τῶ λόγω οὐ τες τοῖς α γ λ'. καὶ ἔ στι μ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν
α γ λ' τῶ πλήθει τῶν λ μύ ξ'. ἑκάτερος δ' ρατῶν α γ λ' ἑκάτερῳ
τῶν λ μύ ξ', ἴσος ἐ στίν· ἴσος ἄρα ἐ στὶ μ ὅμοιος ἄρα ἐ στὶ τῶν α' λ'. ὅ δὲ λ τῶ
ξ'. καὶ ἐπεὶ οἵ λ ξ' πρῶ τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος ἐ στὶν ὁ λ'
τῶ α'. ὁ δὲ ξ' τῶ λ'. καὶ οἱ α' λ' ἄρα πρῶ τοι πρὸς ἀλλήλους
εἰσὶν ὅ περ ἔ δει δεῖ ξαι.

ὡσπερ ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν ὅ πο σοιοῦν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ἀριθμοὶ δὲ
ἐξῆς. ἐλαχίστοις τοῖς αὐτοῖς λόγοις. ἔ στω σαν οἵ δοθέντες λόγοι
ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ὅ τε τοῦ α' καὶ τοῦ β' καὶ ὁ τοῦ γ' πρὸς τὸν
δ'. καὶ ἔτι ὁ τοῦ ε' πρὸς τὸν ζ'. δεῖ δὴ ἀριθμοὺς ἐλθεῖν ἐξῆς ἐλα
χίστους ἐν τετῶ τοῦ α' πρὸς τὸν β λόγω. καὶ ἐν τῶ τοῦ γ' πρὸς τὸν δ'.
καὶ ἔτι ἐν τῶ τοῦ ε' πρὸς τὸν ζ'. εἰλήφθω δὲ ὑπὸ τοῦ γ' ἐλά
χιστος μὲν πρώτου μένος ἀριθμὸς ὁ η'. καὶ ὁσαπλάσιος μὲν ὁ γ' τοῦ η' μέτρει,
τοσαυταπλάσιος ὅ α' τοῦ θ' μετρείτω. ὁσαπλάσιος δὲ ὁ γ' τὸν η' μέτρει, τοσ
αυταπλάσιος καὶ ὁ δ' τοῦ κ' μετρείτω. ὁ δὲ ε' τὸν κ'. ἢ τοι μετρῶν
ἢ οὐ μετρεῖ· μετρείτω πρότερον. καὶ ὁσαπλάσιος ὅ ε' τὸν κ' μέτρει, τοσα
ταπλάσιος καὶ ὁ ζ' τοῦ λ' μετρείτω. καὶ ἔτι ὁσαπλάσιος ὁ α' τοῦ θ' μετρεῖ.
καὶ ὁ β' τοῦ η'. ἔ στιν ἄρα καὶ ὁ α' πρὸς τὸν β', οὕτως ὁ θ' πρὸς τὸν η'.
ὁμοίως δὴ καὶ ὡς ὁ β' πρὸς τὸν γ', οὕτως ὁ η' πρὸς τὸν κ'. καὶ
ἔτι ὡς ὁ ε' πρὸς τὸν ζ', οὕτως ὁ κ' πρὸς τὸν λ'. οἵ θ' ἢ κ λ' ἄρα
ἐξῆς εἰσὶν ἐν τετῶ τοῦ α' πρὸς τὸν β'. καὶ ἐν τετῶ τοῦ γ' πρὸς
τὸν δ'. καὶ ἔτι ἐν τετῶ τοῦ ε' πρὸς τὸν ζ' λόγω. λέγω δὴ ὅτι καὶ
ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μὴ εἰσὶν οἵ θ' κ' λ' ἐξῆς ἐλάχιστοι ἐν τετοῖς τοῦ

α΄ πρὸς τὸν β΄ καὶ τοὺς ἑ΄ πρὸς τὸν λ΄ καὶ εἴ τι τοὺς ἑ΄ πρὸς τοὺς ξ΄ λόγοις
ἐστὶ ταὐτὰ τίνες τῶν ιθ΄ κ΄ λ΄ ἐλάσσονες ἀριθμοί. ὡς τὸ τοῖς τοῦ α΄ πρὸς
τὸν β΄ καὶ τοὺς γ΄ πρὸς τὸν ολ΄ λόγοις. καὶ ἔστι τοὺς ε΄ πρὸς τοὺς ξ΄. ἔσων ἄρα
οἱ μν΄ ξ΄ ο΄. καὶ ἔστιν ὡς ὃ α΄ πρὸς τὸν β΄ ὁ μ΄ πρὸς τὸν ξ΄. οἱ δὲ α΄ ς΄
ἐλάσσονες. οἱ δὲ ἐλάσσονες μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας
ὡς ὃ τὸν μείζονα τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα τοῦ
τέσσαρα ὄντα τοῦ μὲν ὃ τοῦ μ΄ τὸ ιε΄ μετρεῖ καὶ ὁ ε΄ τὸν ξ΄ μετρεῖ. ὁ δὲ β΄
τὸν μ΄ μετρεῖ. οἱ α΄ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ε΄ τὸν ξ΄ μετρεῖ. οἱ δὲ β΄ ἀρά τὸν ξ΄ μετροῦσι. καὶ ὁ ἐλάσσονος ἀρα τῶν
β΄ μ΄ μετροῦσι τὸν ξ΄ μετρήσει. ἐλάσσονες δὲ ὑποτείνουσαι τὸν
β΄ μετροῦσι τὰς ὃ. ὃ ἄρα τὸν ξ΄ μετρεῖ. ὃς μείζων τοῦ ὃ
ἐλάσσονα ὄντα ὡσαύτως. οὐκ ἄρα ἴσοι εἰσὶν ἀριθμοὶ τῶν ιθ΄ κ΄ λ΄. ἓξεις, ἐν τοῖς τοῦ α΄ πρὸς
τὸν β΄. καὶ τῶν τοῦ γ΄ πρὸς τὸν ολ΄. καὶ ἔτι τῶν τοῦ ε΄ πρὸς τοὺς ξ΄
λόγους. μεμέτρηται δὲ καὶ ὁ ιε΄ τὸν ξ΄. καὶ ἁλήφθω ὑπὸ τῶν ιε΄
κ΄ ἐλάσσονος μετροῦντος ἀριθμοὶ ὃ μ΄. καὶ ὃσοι κις ε΄
ὃ κ΄ τὸν μ΄ μετρεῖ, τοσαυταπλάσιος καὶ ὁ ε΄ τῶν ιθ΄ κ΄ τὸν ξ΄ μετρείτω. ὃσοι δὲ κις ε΄ ὃ μ΄ τὸν ξ΄ μετρεῖ, τοσαυταπλάσιος καὶ ὁ ε΄ τῶν ιθ΄ κ΄ τὸν ο΄ μετρείτω. καὶ ἐπεὶ ὃσοι κις ὃ μ΄ τὸν ξ΄ μετρεῖ καὶ ὁ ε΄ τὸν ο΄ μετρεῖ, ὃσοι ἄρα κις ὃ κ΄ τὸν μ΄ μετρεῖ, τοσοῦτοι καὶ ὁ ε΄ τὸν ιθ΄ κ΄ τὸν ο΄ μετρήσει. ὃσοι δὲ κις

ἴσως οὖν οἱ πρ ὁ τ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὃ πρ ὁς τὸν ρ, οὕτως
ὃ α πρὸς τὸν β· οἱ δὲ α β ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετ
ροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἴσαι μὲν οἱ τοσοῦ
μενοι τὸν ἐκ μονάδων· καὶ ὁ ἐ πόμενος τὸν ἐ πόμενον·
ὃ β ἄρα τὸν ρ μετρεῖ· οἱ δὲ τὰ αὐτὰ δη καὶ ὃ γ τὸν ρ·
λεῖπει μετρεῖ· οἱ β γ ἄρα τὸν ρ μετροῦσι· καὶ ὃ ἐλάχιστος ἄρα
ὑπὸ τῶν β γ μετρούμενος, τὸν ρ μετρήσει· ἐλάχιστος
δὲ ὃ ὑπὸ τῶν β γ μετρούμενος ἐστὶν ὁ μ· ὁ μ ἄρα τὸν ρ μετρεῖ· καὶ ὃ ε τὸν σ·
οἱ ε κ ἄρα τὸ σ μετροῦσι· καὶ ὃ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν
ε κ μετρούμενος, τὸν σ μετρήσει· ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν
ε κ μετρούμενος ἐστὶν ὁ μ· ὁ μ ἄρα τὸν σ μετρεῖ· ὁ μ ἄρα τὸν ἐξ ἑαυτοῦ μονάδα ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐσόμεθα
τινες τῶν μ ξ μ ὁ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἓξ ἧς οὐ τε τοῖς τοῦ α
πρὸς β καὶ τοῦ τ πρὸς λ· καὶ ἔτι τοῦ ε πρὸς ζ λόγοις.
οἱ μ ξ μ ὁ· ἓξ ἧς ἄρα ἐλάχιστοί εἰσιν αὐτοῖς α β γ λ ε ζ λό
γοις ὅπερ ἔδει δεῖξαι·


α
λ
δ
16
κ
λ
γ
τ
ε
τ
α
β
τ
ζ
λ
ε
τ
α
β
τ
ζ
λ
ε
τ
α
β
τ
ζ
λ

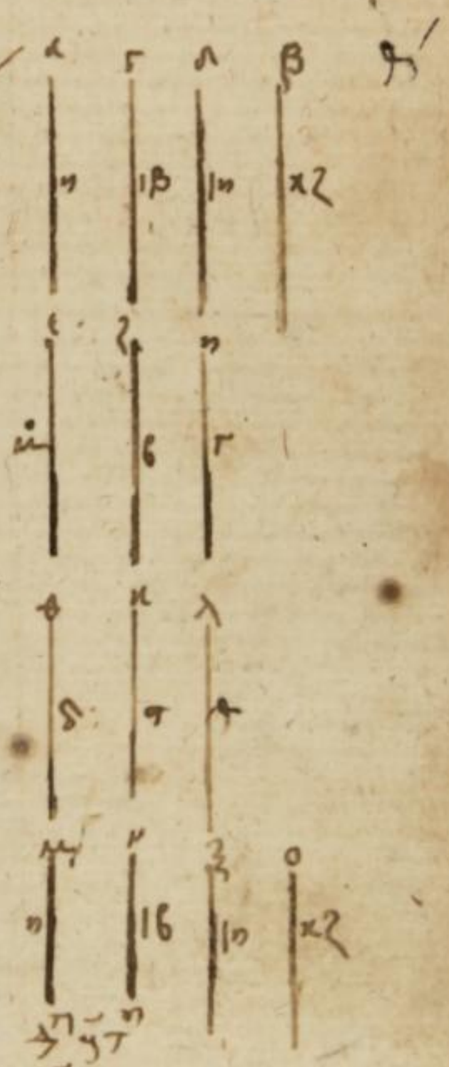
τοῦθ' πρὸς τὸν κ'. ὁ ἡ ἀ ῥα πρὸς τὸν ε'. λόγον ἔχει τὸν σὺν
κ' μενον ἐκ τῶν πολλαπλασιονων. λέγω οὖν ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ α'
πρὸς τὸν β', οὕτως ὁ η' πρὸς τὸν κ'. καὶ ὁ δ' τὸν ε' πολλα
πλασιάσας, τὸν λ' ποιεῖ τῶ. ἔτι ὁ δ' τὸν μη' πολλα
πλασιάσας τὸν α' τε ποιεῖ μ. τὸν δὲ ε' πολλαπλασιάσας τὸν α' τε ποιεῖ με. τὸν δὲ ε' πολλαπλασιάσας τὸν β' τε ποιεῖ με. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ α' πρὸς τὸν ε', οὕτως ὁ α' πρὸς τὸν λ'. καὶ ὡς ἄρα ὁ α' πρὸς τὸν ε', οὕτως ὁ η' πρὸς τὸν θ'. καὶ ὡς ἄρα ὁ η' πρὸς τὸν θ', οὕτως ὁ α' πρὸς τὸν λ'. ἐστὶν ἐπὶ ὁ ε' τὸν α' πολλαπλασιάσας τὸν α' τε ποιεῖ ε'. ἀλλὰ μὴν τὸν ζ' πολλαπλασιάσας τὸν α' τε ποιεῖ ζ', ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ α' πρὸς τὸν ζ', οὕτως ὁ λ' πρὸς τὸν β'. ἀλλ' ὡς ὁ α' πρὸς τὸν ζ', οὕτως ὁ θ' πρὸς τὸν κ'. καὶ ὡς ἄρα ὁ θ' πρὸς τὸν κ', οὕτως ὁ λ' πρὸς τὸν β'. ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ὁ η' πρὸς τὸν θ', οὕτως ὁ α' πρὸς τὸν λ'. ὅσοι ἄρα εἰσὶν ὡς ὁ η' πρὸς τὸν κ', οὕτως ὁ α' πρὸς τὸν β'. ὅστε ὁ η' πρὸς τὸν κ' λόγον ἔχει τὸν σὺν κ' μενον ἐκ τῶν πολλαπλασιονων. καὶ ὁ α' ἄρα πρὸς τὸν η' λόγον ἔχει τὸν σὺν κ' μενον ἐκ τῶν πολλαπλασιονων. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

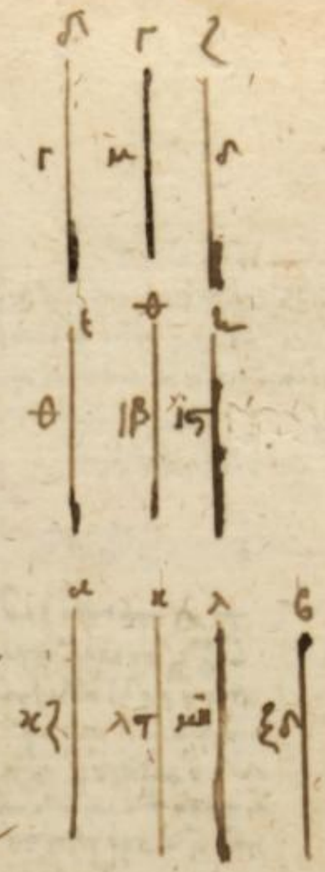
Ἐὰν ὦ σιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὅ τε πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρεῖ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ἕως οὗ ὁ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρεῖ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. λέγω πρῶτον ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. ὅτι μὲν οὖν οἱ α' β' γ' δ' ἑξῆς ἀνάλογον φανερόν· οὐδὲ ὁ α' τὸν β' μετρεῖ. λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. ὅτι μὲν οὖν οἱ α' β' γ' δ' ἑξῆς ἀνάλογον ἀριθμοὶ τῶν τὸν ἀπ' ἐλαχίστου ἀριθμοῦ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς α' β' γ' οἱ ζ' η' θ'. καὶ ἐστὶν ἴσος ὁ πλῆθος τῶν α' β' γ' τῶ πλήθει τῶν ζ' η' θ'. δεῖ δὴ αὐτοὺς καὶ ἐν τοῖς ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς εἶναι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας τοῖς α' β' γ'. ἔστω τὰ ε' ζ' η'. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ὁ α' πρὸς τὸν β', οὕτως ὁ ε' πρὸς τὸν ζ', ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ α' πρὸς τὸν ε', οὕτως ὁ β' πρὸς τὸν ζ'. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ β' πρὸς τὸν γ', οὕτως ὁ ζ' πρὸς τὸν η', ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ β' πρὸς τὸν ζ', οὕτως ὁ γ' πρὸς τὸν η'. ἀλλ' ὡς ὁ β' πρὸς τὸν ζ', οὕτως ὁ α' πρὸς τὸν ε'. καὶ ὡς ἄρα ὁ α' πρὸς τὸν ε', οὕτως ὁ γ' πρὸς τὸν η'. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ α' πρὸς τὸν γ', οὕτως ὁ δ' πρὸς τὸν η'. καὶ ὡς ἄρα ὁ δ' πρὸς τὸν η', οὕτως ὁ α' πρὸς τὸν γ'. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ α' πρὸς τὸν γ', οὕτως ὁ ε' πρὸς τὸν ζ'. καὶ ὡς ἄρα ὁ ε' πρὸς τὸν ζ', οὕτως ὁ δ' πρὸς τὸν η'. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ ε' πρὸς τὸν δ', οὕτως ὁ ζ' πρὸς τὸν η'. ἀλλ' ὡς ὁ ζ' πρὸς τὸν η', οὕτως ὁ β' πρὸς τὸν γ'. καὶ ὡς ἄρα ὁ ε' πρὸς τὸν δ', οὕτως ὁ β' πρὸς τὸν γ'. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ α' πρὸς τὸν β', οὕτως ὁ ε' πρὸς τὸν ζ'. καὶ ὡς ἄρα ὁ α' πρὸς τὸν β', οὕτως ὁ ε' πρὸς τὸν δ'. καὶ ὡς ὁ β' πρὸς τὸν γ', οὕτως ὁ ζ' πρὸς τὸν η'. καὶ ὡς ἄρα ὁ α' πρὸς τὸν γ', οὕτως ὁ ε' πρὸς τὸν η'. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ α' πρὸς τὸν γ', οὕτως ὁ δ' πρὸς τὸν η'. καὶ ὡς ἄρα ὁ ε' πρὸς τὸν η', οὕτως ὁ δ' πρὸς τὸν η'. ἐστὶν ἄρα ὡς

προστον θ'. Καὶ πότ' ἐστὶν ὡς ὅ α' πρὸς τὸν β' οὕτως ὁ ζ' πρὸς τὸν η'. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ α' τοὺς ζ', οὐ μετρεῖ ἄρα, οὐδὲ ὁ ζ' τὸν η'. οὐκ ἄρα μονὰς ἐστὶν ὁ ζ'. εἰ δὲ ζ' μονὰς, πᾶς ἀριθμὸς μετρεῖ. Καὶ ἔστιν οἱ ζ' θ', πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. οὐδεὶς ἄρα τῶν θ' μετρεῖ. καὶ ἔστιν ὡς ὁ ζ' πρὸς τὸν θ', οὕτως ὁ α' πρὸς τὸν ι'. οὐδὲ ὁ α' ἄρα τὸν ι' μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρεῖ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Γ'. Δύο δοθέντων ὅσων δοθέντων ἀριθμῶν ἐὰν ἀνάλογον, καὶ τὸν ἐξῆς ἀνάλογον εὑρεῖν. ὅταν δὲ πρῶτος τὸν ἐσχατον μετρῇ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει. ὅταν δὲ τὸν δεύτερον μετρῇ, οὐκ ἀνάγκη καὶ τὸν πρῶτον μετρεῖν. Δύο δοθέντων ὅσων ἀριθμῶν ἐὰν ἀνάλογον, καὶ τὸν ἐξῆς ἀνάλογον εὑρεῖν. ὅταν δὲ πρῶτος τὸν ἐσχατον μετρῇ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει. ὅταν δὲ τὸν δεύτερον μετρῇ, οὐκ ἀνάγκη καὶ τὸν πρῶτον μετρεῖν. λέγω ὅτι καὶ ὁ α' τὸν β' μετρεῖ. διὰ τὸ μὴ μετρεῖν ὁ α' τὸν β', οὐδεὶς ἄρα τῶν γ' δ' ἐστὶν ὁ α' τὸν ὁμώνυμον. γενόσθω τοῦ μὲν γ' ὁ ε', τοῦ δὲ δ' ὁ ζ'. καὶ ὁ ε' ἄρα καὶ τὸ α' τὸν ζ' μετρεῖ ὁμωνύμως. μετρείτω κατὰ τὸ η'. καὶ ὁ μὲν ε' τὸν κ' μετρεῖ κατὰ τὸν τ', ὁ δὲ α' τὸν μ' κατὰ τὸν ν'. καὶ ἐπεὶ ὁ ε' τὸν κ' μετρεῖ κατὰ τὸν τ', ὁ ε' ἄρα τὸν τ' τὸν κ' μετρεῖ κατὰ τὸν ε'. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ α' τὸν ν' μετρεῖ κατὰ τὸν ε'. καὶ ἐπεὶ ὁ ε' τὸν τ' μετρεῖ κατὰ τὸν η', καὶ ὁ α' ἄρα τὸν ζ' μετρεῖ κατὰ τὸν η'. καὶ ἔστιν ὡς ὁ α' πρὸς τὸν β', οὕτως ὁ ζ' πρὸς τὸν θ'. καὶ ὡς ἄρα ὁ α' πρὸς τὸν β', οὕτως ὁ ζ' πρὸς τὸν θ'. ὡς δὲ ὁ ζ' πρὸς τὸν θ', οὕτως ὁ ε' πρὸς τὸν ι'. καὶ ὡς ἄρα ὁ ε' πρὸς τὸν ι', οὕτως ὁ α' πρὸς τὸν β'. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ὡς ὁ ε' πρὸς τὸν ι', οὕτως ὁ γ' πρὸς τὸν δ'. ὁ ε' ἄρα τὸν α' καὶ τὸν γ' τοὺς β' δ' μετρεῖ κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς μεταξὺ μονάδα τὸ σὺν ἐξῆς ἀνάλογον ἐν τοῖς πολλαπλασίοις. ὁ δὲ ε'

πρῶτοι μὴ ἐλάχιστοι· οἱ δ' ἐλάχιστοι δὲ εἰθμοὶ μέτροι εἰσὶ τῆ τοὺς αὐτὸν
λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἑκάστῃ ὅτε μὲν μείζονα τὸν μείζονα ἑκάστῃ
σων τὸν ἐλάσσονα· τοῦτό ἐστιν ὅπου μὴ τὸν ἴσον μόνον· ἐφ' ὃ τὸ
μὲν τὸν ἴσον μόνον· ἑκάστῃ ἑκάστῃ τὸν ἐ μετρεῖ· ἐφ' ὃ τὸν ζ· ὃ
σάκις δὲ ὅπου τὸν ἐ μετρεῖ τοσαυταπλάσιος ὃ ἑκάτερος τῶν θῆ ἑ
κατέρου τῶν μὲν μετρεῖτω· οἱ πθκλ ἑκατὸν ἑξήκοντα μὲν ἑκάσῃ με
τρείτω τῶν μὲν μετρείτω· οἱ πθκλ τοῖς ἐμὲν ξ ἑκατὸν ἑξήκοντα
τρισὶν· οἱ πθκλ δὲ τοῖς ἐμὲν ξ ἑκατὸν ἑξήκοντα τρισὶν· καὶ οἱ ἀμὲν λ
οἱ πθκλ τοῖς ἐμὲν ξ ἑκατὸν ἑξήκοντα τρισὶν· οἱ δ' ἀμὲν λ ἑκὰς ἀναλόγου
σίν· οἱ ἐμὲν ξ ἑκὰς ἀναλόγου σίν· ὅσοι ἑκάστου τῶν ἀμὲν
ταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ τοσοῦ
δε ἑκάστου τῶν ἐζ μεταξὺ τῶν τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν
εἰθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

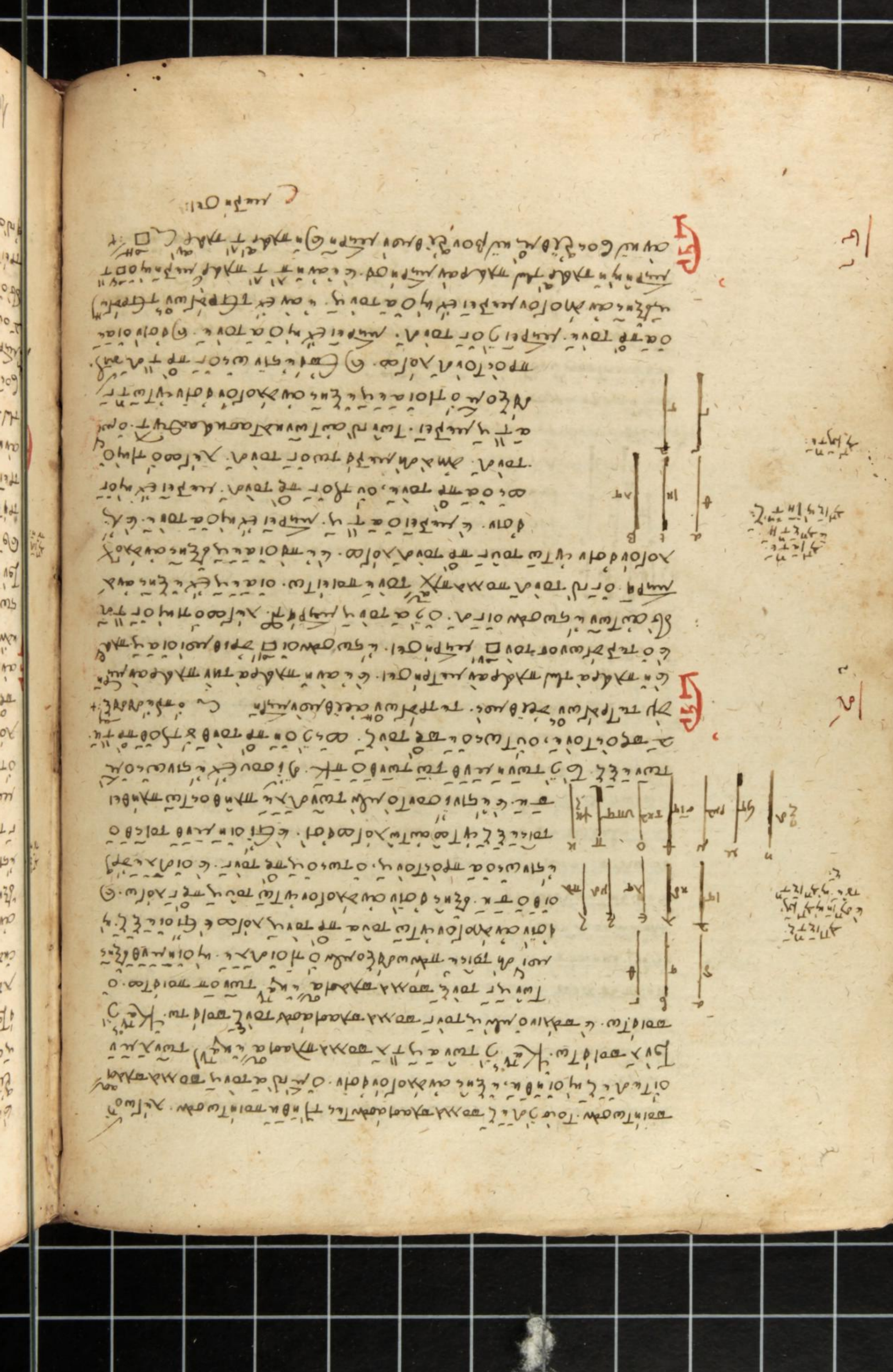
ἀνὰ δύο εἰθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἧ ἑκάτερος μεταξὺ
κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ὅσοι ἑκάτερος αὐτῶν
μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον· ἐμπιπτόντων εἰθμοὶ τοσοῦτοι
ἐφ' ἑκατέρου αὐτῶν ἑνὸς μονάδος ἐκκειμένης μεταξὺ κατὰ τὸ
συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται· ἐπεὶ γὰρ δύο εἰθμοὶ πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἑκάτερος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς
ἀνάλογον ἐμπίπτων εἰθμοὶ γ· ἐπὶ μονάδος ἐκκειμένης μονὰς
μέτρον ὅτι ὅσοι ἑκάστου τῶν ἀμὲν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον
ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ τοσοῦτοι· ἐφ' ἑκατέρου ἄρα τῶν ἀμὲν μονὰς
ἐκκειμένης μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται· ἐπὶ
δυὰς ἄρα ἐκκειμένης ἑκατέρου τῶν ἀμὲν γ ἐμπεσοῦνται· καὶ
ἐπὶ τριὰς ἄρα ἐκκειμένης ἑκατέρου τῶν ἀμὲν δ ἐμπεσοῦνται·
ὥστε ἐπὶ μὲν τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἑνὸς ἐκκειμένου
ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ γ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ ἑνὸς
ἐκκειμένου ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ δ· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν
ἀμὲν ἐπὶ δυάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ε· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ
ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ δυάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ζ· ἐπὶ δὲ
τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ τριάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν
εἰθμοὶ ζ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ τριάδος ἐκκειμένης
ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ θ· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ τετράδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ θ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ
ἐπὶ τετράδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ια· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν
ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ πενταδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ια·
ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ πενταδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν
εἰθμοὶ ιγ· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἑξάδος ἐκκειμένης
ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ιγ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ ἑξάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ιε· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν
ἀμὲν ἐπὶ ἑπτάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ιε· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ
ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ ἑπτάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ιζ· ἐπὶ δὲ
τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ὀκτάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν
εἰθμοὶ ιζ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ ὀκτάδος ἐκκειμένης
ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ιθ· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἐνάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ιθ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ
ἐπὶ ἐνάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ κα· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν
ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ δεκάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ κα·
ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ δεκάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν
εἰθμοὶ κγ· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἑνδεκάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ κγ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ
ἐπὶ ἑνδεκάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ κε· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν
ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ δωδεκάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ κε·
ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ δωδεκάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν
εἰθμοὶ κη· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ τριακοντάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ κη· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ
ἐπὶ τριακοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ λβ· ἐπὶ δὲ τῶν
ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ τετρακοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν
εἰθμοὶ λβ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ τετρακοντάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ λε· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν
ἀμὲν ἐπὶ πεντηκοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ λε·
ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ πεντηκοντάδος ἐκκειμένης
ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ μ· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἑξηκοντάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ μ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ
ἐπὶ ἑξηκοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ μδ· ἐπὶ δὲ τῶν
ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἑβδομηκοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν
εἰθμοὶ μδ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ ἑβδομηκοντάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ μθ· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν
ἀμὲν ἐπὶ ὀγδοηκοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ μθ·
ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ ὀγδοηκοντάδος ἐκκειμένης
ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ νδ· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἐνενηκοντάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ νδ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ
ἐπὶ ἐνενηκοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ξ· ἐπὶ δὲ τῶν
ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἑκατοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν
εἰθμοὶ ξ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ ἐπὶ ἑκατοντάδος ἐκκειμένης
ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ξδ· ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἑκατὸν
εἰκοσάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ξδ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου
τῶν ἐζ ἐπὶ ἑκατὸν εἰκοσάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ξθ·
ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἑκατὸν τεσσαρακοντάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ ξθ· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ
ἐπὶ ἑκατὸν τεσσαρακοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ οε·
ἐπὶ δὲ τῶν ἀμὲν ἑκάστου τῶν ἀμὲν ἐπὶ ἑκατὸν ἑξηκοντάδος
ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ οε· ἐπὶ δὲ τῶν ἐζ ἑκάστου τῶν ἐζ
ἐπὶ ἑκατὸν ἑξηκοντάδος ἐκκειμένης ἐμπίπτουσιν εἰθμοὶ πα·

τοὺς λ πεποίηκε· τὸν δὲ πολλαπλασιάσας τὸν ο πεποίηκε· καὶ
ἔστωσαν μὲν ξ ὁ ἐλάχιστος ἐν τοῖς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς κ ζ· ἐν
τοσούτοις δὲ καὶ ὁ ἐλάχιστος τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα τοῖς κ ζ· ὁ
ἐστὶν ἴσος τὸ πληθος τῶν μὲν ξ· ἐν ἑκάστῳ τῶν ἀπ᾽ αὐτοῦ ἐστὶν· ἵνα
ἐν ἐστὶν ἑξάκις μετὰ α· ὅ ἐστι τῶν η· ὁ δὲ τὸν ξ αὐτὸν πολλαπλα
σιάσας τὸν θ πεποίηκεν· ὃς ἐστὶν τὸν θ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ζ μο
νάδας· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν ζ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἵνα
ἐν ἑπτάκις μονὰς τὸν ζ δεύτερον μετρεῖ· ἑξάκις τὸν θ· ἔστιν ἐν ᾧ ἑπτάκις μονὰς
τρὶς τὸν ζ δεύτερον, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν θ· πάλιν δὲ ὁ ζ τὸν ξ
πολλαπλασιάσας τὸν μ πεποίηκεν, ὃν θ ἑπτάκις μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ζ μονάδας· μετρεῖ δὲ καὶ
ἑαυτὸν ζ δεύτερον κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας·
ἴσοι εἰσὶν ἑπτάκις μονὰς τὸν ζ δεύτερον μετροῦσι ἑξάκις θ
μ· ἔστιν ἐν ᾧ ἑπτάκις μονὰς πρὸς τὸν ζ δεύτερον, οὕτως
ὃν τρὶς τὸν μ· ἑξάκις δὲ ὁ ἓν ἑπτάκις μονὰς πρὸς τὸν ζ
δεύτερον, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν θ· ὁ ἐν ἑπτάκις μονὰς τρὶς
τὸν ζ δεύτερον, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν θ· ἑξάκις πρὸς τὸν μ· ὃ ἐστὶ μετὰ τὰ
ἑξάκις ἴσος· ἔστιν ἐν ᾧ ἑπτάκις μονὰς τρὶς τὸν ζ δεύτερον, οὕτως ὁ ζ πρὸς
τὸν θ ἑξάκις θ· τρὶς τὸν α· καὶ τὰ ἀπὸ τούτων ἐστὶν ἴσα ἑπτάκις μονὰς τρὶς τὸν μ
δεύτερον, οὕτως ὃν τρὶς τὸν λ· ἑξάκις τρὶς τὸν ν· ὅσοι ἐν ἑστῶσα
ξ μετὰ ξ κατὰ τὸ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν δεύτερον
οὗτοι ἡνίκα τέρατων ἀπὸ μονάδος τετάξ κατὰ τὸ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἐμπεπτώκασι δεύτερον,
ὅπου ἐὰν δύο δεύτερον μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον
ἐμπίπτωσιν δεύτερον ὅσοι ἀπὸ τῶν μονάδος ἐξῆς μεταξὺ
κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν δεύτερον, οὗτοι ἡ
εἰς αὐτὸ μεταξὺ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται· δύο
δὲ δεύτερον τῶν ἀπὸ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ ἐναλλὰξ
ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν δεύτερον οὐτε ἐξῆς· λύεται ὁπ

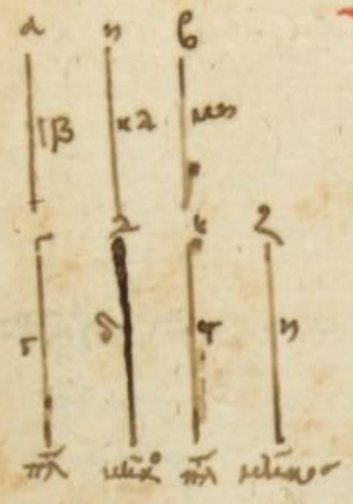
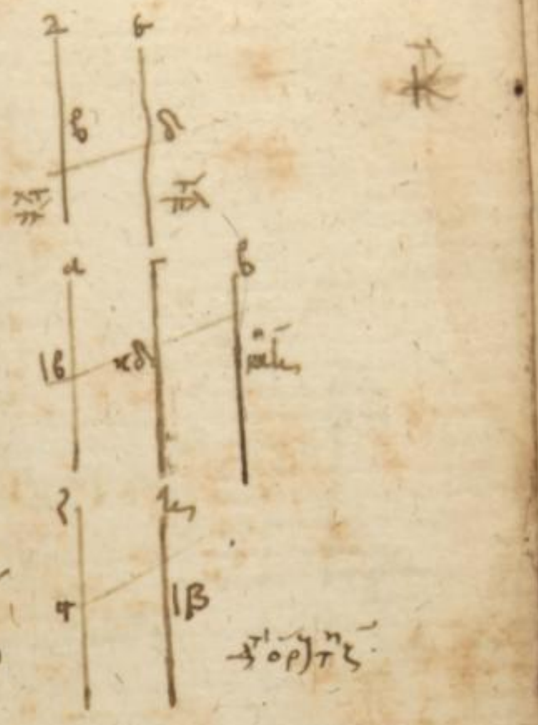


ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ζ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ζ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ζ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ιε᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ιε᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ιε᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ κ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ κ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ κ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ λ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ λ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ λ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ μ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ μ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ μ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ξ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ξ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ξ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ρκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ρκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ρκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ σκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ σκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ σκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ωκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ωκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ωκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,αλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,αλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,αλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,βφκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,βφκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,βφκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,γωκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,γωκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,γωκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,δψν᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,δψν᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,δψν᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,εωμ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,εωμ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,εωμ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ϛτλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ϛτλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ϛτλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ζσμ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ζσμ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ζσμ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ηφν᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ηφν᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ηφν᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,θρκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,θρκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,θρκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ιψκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ιψκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ιψκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,κωλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,κωλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,κωλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,λφμ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,λφμ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,λφμ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,μτν᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,μτν᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,μτν᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,νχλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,νχλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,νχλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ξνε᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ξνε᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ξνε᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,οξϛ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,οξϛ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,οξϛ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,πϡμ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,πϡμ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,πϡμ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ρκβ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ρκβ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ρκβ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,σιζ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,σιζ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,σιζ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,τπη᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,τπη᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,τπη᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,υρκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,υρκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,υρκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,φιλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,φιλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,φιλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,χμε᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,χμε᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,χμε᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ψ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ψ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ψ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ωϟ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ωϟ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ωϟ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,αϡλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,αϡλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,αϡλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,βχμ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,βχμ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,βχμ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,γτν᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,γτν᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,γτν᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,δωξ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,δωξ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,δωξ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,εϡπ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,εϡπ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,εϡπ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ϛρλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ϛρλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ϛρλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ζσμ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ζσμ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ζσμ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ηφν᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ηφν᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ηφν᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,θρκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,θρκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,θρκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ιψκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ιψκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ιψκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,κωλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,κωλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,κωλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,λφμ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,λφμ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,λφμ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,μτν᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,μτν᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,μτν᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,νχλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,νχλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,νχλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ξνε᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ξνε᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ξνε᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,οξϛ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,οξϛ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,οξϛ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,πϡμ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,πϡμ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,πϡμ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ρκβ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ρκβ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ρκβ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,σιζ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,σιζ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,σιζ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,τπη᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,τπη᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,τπη᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,υρκ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,υρκ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,υρκ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,φιλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,φιλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,φιλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,χμε᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,χμε᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,χμε᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ψ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ψ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ψ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ωϟ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ωϟ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ωϟ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,αϡλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,αϡλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,αϡλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,βχμ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,βχμ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,βχμ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,γτν᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,γτν᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,γτν᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,δωξ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,δωξ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,δωξ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,εϡπ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,εϡπ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,εϡπ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ· ὅσοι κατ᾽ τῶν ἀπὸ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ τῆς τὸ ,ϛρλ᾽ ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἀπὸ μονάδος τῆς Δ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ τοῦ ,ϛρλ᾽ ἀριθμοὶ εἰσίν· ὅλοι δὲ οἱ τοῦ ,ϛρλ᾽ τοσαυταπλασιάδες τοῦ θ᾽ τοῦ ἀπὸ τοῦ Γ·

οὕτως ὁ τε ᾱ πρὸς τὸν κ· διὰ πρὸς τὸν λ· διὰ πρὸς τὸν μ· οἱ ᾱκαὶ ἐκ τοῦ
συνεχεῖς ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον· ὅσοι ἄρα εἰσὶν τῶν ᾱ μ̄ μονάδος
μετ' αὐξήσεως κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσόντες ἀριθμοί· τοσοῦτοι καὶ
εἰς τοὺς ἀπὸ μονάδος μετ' αὐξήσεως κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ὁποιοιδηποτοῦν
προτεθέντων ἀριθμῶν εἰς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός· ὡς τετράγωνος
πρὸς τὸν δ̄· οὕτως πολύγωνος ἔχει τινὰ πρὸς πολύγωνα τὴν αὐτὴν πλευρὰν
ἔχοντα τῷ δ̄· ἀριθμοὶ οἱ ᾱ γ̄· ὡς τοίνυν ὁ γ̄ πρὸς τὸν δ̄· τοῦτο καὶ
πολύγωνος ὁ ἔχων τὴν τοῦ γ̄ πρὸς τὸν δ̄ πολύγωνον ἔχει τινὰ πρὸς τὸν τὴν αὐτὴν
πλευρὰν ἔχοντα τῷ δ̄· ὅν τε τὸν δ̄ πολλαπλασιάσας τὸν ᾱ πεποίηκε· καὶ τὰ αὐτὰ ἀεὶ ποιήσας ὁ
δ̄ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν ῑς πεποίηκεν· ἔστιν οὖν ὅτε καὶ τῶν γ̄ δ̄ πολλαπλασιάσας καὶ
τῶν ᾱ ῑς πεποίηκεν· ἔστιν ὅτε καὶ τῶν δ̄ πρὸς τὸν δ̄, οὕτως ὁ ᾱ πρὸς τὸν β̄· πάλιν
ὡς ὁ β̄ πρὸς τὸν δ̄ πολλαπλασιάσας τὸν ᾱ πεποίηκεν τὸν δ̄· ὁ δὲ δ̄ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
τὸν ῑς πεποίηκεν· ὁ δὲ δ̄ τὸν δ̄ πολλαπλασιάσας τὸν η̄ πεποίηκεν· καὶ ἔστιν ὡς ὁ ᾱ πρὸς
τὸν δ̄, οὕτως ὁ δ̄ πρὸς τὸν η̄· ὁμοίως ὁ ᾱ πρὸς τὸν δ̄, οὕτως ὁ δ̄ πρὸς τὸν ῑς· καὶ
ὡς ὁ ᾱ πρὸς τὸν β̄, οὕτως ὁ η̄ πρὸς τὸν ῑς· τῶν ᾱ β̄ δ̄ η̄ ῑς ἀνάλογον ὄντων
ἀριθμῶν ὁ μὲν ᾱ τὸν δ̄ πολλαπλασιάσας τὸν ᾱ πεποίηκεν τὸν δ̄· ὁ δὲ δ̄ τὸν δ̄ πολλαπλασιάσας
τὸν ῑς πεποίηκεν· ὁ δὲ δ̄ τὸν η̄ πολλαπλασιάσας τὸν η̄ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ᾱ πρὸς
τὸν δ̄, οὕτως ὁ δ̄ πρὸς τὸν η̄, οὕτως ὁ η̄ πρὸς τὸν ῑς· ὁμοίως ὁ ᾱ πρὸς τὸν β̄, οὕτως
ὁ δ̄ πρὸς τὸν η̄· τῶν ᾱ γ̄ εἰς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμὸς ὁ β̄· λέγω ὅτι καὶ
ὁ ἀπὸ τοῦ β̄ πολύγωνος ἔχει τινὰ πρὸς πολύγωνα τὴν αὐτὴν πλευρὰν ἔχοντα τῷ ἀπὸ τοῦ γ̄
ἀριθμοὶ οἱ ᾱ δ̄· ὡς τοίνυν ὁ γ̄ πρὸς τὸν β̄· τοῦτο καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ γ̄ πολύγωνος πρὸς
τὸν ἀπὸ τοῦ β̄ πολύγωνον ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον· ὁ δὲ γ̄ τὸν β̄ πολλαπλασιάσας τὸν ᾱ
πεποίηκεν τὸν β̄· ὁ δὲ β̄ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν δ̄ πεποίηκεν· καὶ τὰ αὐτὰ ἀεὶ ποιήσας
ὁ β̄ τὸν δ̄ πολλαπλασιάσας τὸν η̄ πεποίηκεν· ἔστιν οὖν ὅτε καὶ τῶν γ̄ β̄ πολλαπλασιάσας
καὶ τῶν ᾱ δ̄ πεποίηκεν· ἔστιν ὅτε καὶ τῶν β̄ πρὸς τὸν β̄, οὕτως ὁ ᾱ πρὸς τὸν β̄· πάλιν
ὡς ὁ β̄ πρὸς τὸν δ̄ πολλαπλασιάσας τὸν ᾱ πεποίηκεν τὸν β̄· ὁ δὲ δ̄ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
τὸν η̄ πεποίηκεν· ὁ δὲ δ̄ τὸν β̄ πολλαπλασιάσας τὸν δ̄ πεποίηκεν· καὶ ἔστιν ὡς ὁ ᾱ πρὸς
τὸν β̄, οὕτως ὁ β̄ πρὸς τὸν δ̄, οὕτως ὁ δ̄ πρὸς τὸν η̄· ὁμοίως ὁ ᾱ πρὸς τὸν β̄, οὕτως
ὁ β̄ πρὸς τὸν δ

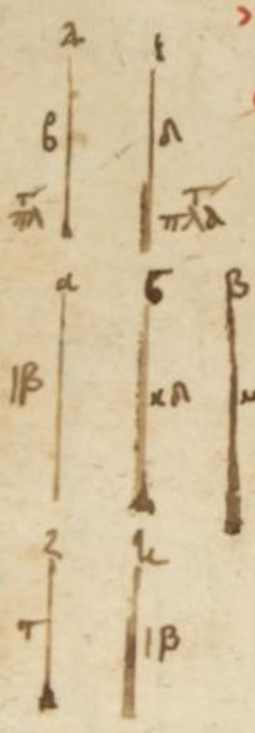
τρι πλασίονα λόγου ἔχει ἣν πρὸς τὸν Λ· ὁ δὲ τὸν Λ ἑαυτοῦ μ πολλαπλασιάσας
τὸν ι ποιήτω· τὸν δὲ Λ πολλαπλασιάσας τὸν ζ ποιήτω· ὁ δὲ Λ ἑαυτὸν μὲν
πολλαπλασιάσας τὸν ι ποιείτω· καὶ ἐπεὶ δ΄ τῶν Γ Λ τὸν ζ πολλαπλασιάσας καὶ
ζῶνθ ι ποιήτω· ἡ ἑκατὸν ἐστὶν ὅα· πλευρὰ δ΄ αὐτοῦ ὅΓ· ὅΓ ἐφ΄ ἑαυτὸν
πολλαπλασιάσας τὸν ι ποιήτω· τὸν δὲ ι πολλαπλασιάσας τὸν α τὸν ι ποιήτω·
καὶ τὰ αὐτὰ μήκη ὁ Λ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν ι ποιήτω· τὸν δὲ ι
πολλαπλασιάσας τὸν ηγτε ποιήτω· ἡ ἑκατὸν ὅΓ καὶ τῶν Γ Λ πολλαπλα
σιάσας τὸν ηγτε ποιήτω· ἔστιν ἐν ᾧ λόγῳ ὁ Γ πρὸς τὸν Λ οὗτος ὁ Γ πρὸς
τὸν ζ· καὶ τὰ αὐτὰ μήκη ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν ι οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν ι· πάλιν τὰ
ὅΓ καὶ πλ πρ) τῶν Γ ζ πολλαπλασιάσαι, καὶ πλ πρ) τῶν α θ τε ποιήσων· ἔστιν
ἐν ᾧ λόγῳ ὁ Γ πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν θ· ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν ζ, οὕτως
τὸ ι πρὸς τὸν Λ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν θ· πάλιν ἐπεὶ
καὶ πλ πρ τῶν Γ Λ· τὸν ζ πολλαπλασιάσαι, καὶ πλ πρ τῶν θ ι ποιήσων·
ἔστιν ἐν ᾧ λόγῳ ὁ Γ πρὸς τὸν Λ οὕτως ὁ θ πρὸς τὸν ια· πάλιν ὡς ὁ Λ καὶ πλ πρ)
τῶν Γ ζ πολλαπλασιάσαι καὶ πλ πρ τῶν ια τε ποιήσων· ἔστιν ἐν ᾧ
λόγῳ ὁ Γ πρὸς τὸν Λ οὕτως ὁ ια πρὸς τὸν ιβ· ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Λ, οὕτως
ὁ θ πρὸς τὸν ι· καὶ ὡς ἄρα ὁ θ πρὸς τὸν ι οὕτως ὁ ια πρὸς τὸν ιβ· καὶ ὡς ἄρα
ὁ α πρὸς τὸν θ οὕτως ὁ ια πρὸς τὸν ιβ· ὡς δὲ ὁ α πρὸς τὸν θ οὕτως ἦν ὁ Γ
πρὸς τὸν Λ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Λ οὕτως ὁ ια πρὸς τὸν ιβ· ὁ δὲ ια τὸν
ἑαυτοῦ μ πολλαπλασιάσας τὸν ρκα ποιήτω· ὁ δὲ ιβ τὸν ἑαυτοῦ μ πολλαπλα
σιάσας τὸν ρμδ ποιήτω· καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Λ πολλαπλασιάσας τὸν ρκα ποιεῖ
τὸν ἀπ΄ αὐτῶν γενόμενον ἐπίπεδον ἀριθμὸν ἑξάκις ἄρα ὁ Γ τὸν Λ πολλαπλα
σιάσας τὸν ἀπ΄ αὐτῶν γενόμενον ἐπίπεδον ἀριθμὸν ποιεῖ τὸν ἀπὸ τῶν ρκα καὶ
ρμδ γενόμενον ἐπίπεδον ἀριθμὸν ἑξάκις· ὁ δὲ Λ τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν
ἀπ΄ αὐτῶν γενόμενον ἐπίπεδον ἀριθμὸν ποιεῖ τὸν ἀπὸ τῶν ρμδ καὶ ρκα γενό
μενον ἐπίπεδον ἀριθμὸν ἑξάκις· τοῦτο συμβαίνει· ἐὰν ὦσιν
ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ ἀγ· ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως
ὁ γ πρὸς τὸν δ· ὁ δὲ α τὸν ἑαυτοῦ μὲν πολλαπλασιάσας τὸν β ποιείτω· τὸν δὲ
γ πολλαπλασιάσας τὸν δ ποιείτω· ἐὰν δὲ ὁ α τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν ε
ποιῇ τινα, ὁ δὲ β τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν ζ ποιῇ τινα, οἱ ε ζ ἐπίπεδοι
ἀριθμοὶ ὅμοιοι ἔσονται· ἐν οἷς γὰρ λόγοις ἐστὶν ὁ α πρὸς τὸν β, ἐν τούτοις
ἐστὶ καὶ ὁ γ πρὸς τὸν δ· ἐν οἷς δὲ λόγοις ἐστὶν ὁ α πρὸς τὸν β, ἐν τούτοις
ἐστὶ καὶ ὁ ε πρὸς τὸν ζ· καὶ ἐν οἷς ἄρα λόγοις ἐστὶν ὁ γ πρὸς τὸν δ, ἐν τούτοις
ἐστὶ καὶ ὁ ε πρὸς τὸν ζ· ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ ε ζ ἐπίπεδοι ἀριθμοί· ἐὰν δὲ ὁ
μὲν α τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν ε ποιῇ τινα, ὁ δὲ γ τὸν δ πολλαπλασιάσας
τὸν η ποιῇ τινα, οἱ ε η ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ ὅμοιοι ἔσονται· ἐν οἷς γὰρ λόγοις
ἐστὶν ὁ α πρὸς τὸν γ, ἐν τούτοις ἐστὶ καὶ ὁ β πρὸς τὸν δ· ἐν οἷς δὲ λόγοις ἐστὶν
ὁ α πρὸς τὸν γ, ἐν τούτοις ἐστὶ καὶ ὁ ε πρὸς τὸν η· καὶ ἐν οἷς ἄρα λόγοις ἐστὶν
ὁ β πρὸς τὸν δ, ἐν τούτοις ἐστὶ καὶ ὁ ε πρὸς τὸν η· ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ ε η
ἐπίπεδοι ἀριθμοί· ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ ἀγ· ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως
ὁ γ πρὸς τὸν δ· ὁ δὲ α τὸν ἑαυτοῦ μὲν πολλαπλασιάσας τὸν



ڪو ڪنهن ماڻهوءَ کي چوي تہ مان تنهنجي ڪم ڪرڻ جي مزدوريءَ جو ڏهون حصو ڏيندس، ۽ ان ڪم ۾ ڏهن ڏينهن کان وڌيڪ وقت لڳي، ۽ ڪم ڪندڙ ڏينهن ڏينهن جي مزدوريءَ جي ڏهين حصي جي گھرج ڪري، تہ ڪم ڪندڙ کي ڪيترا ڏينهن ڪم ڪرڻ گھرجن؟ ۽ ڪم ڪندڙ کي ڪيترا ڏينهن جي مزدوري ملڻ گھرجي؟ ۽ ڪم ڪرائيندڙ کي ڪيترا ڏينهن جي مزدوري ڏي

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἰς μὲν ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμὸς ὁ ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιασθεὶς πλευρὰν ποιεῖ λόγον ἔχειν ὃν πρῶτος πρὸς δεύτερον· εἰς δὲ μὴ ἀνάλογον οὐκ ἔστιν ἀριθμὸς ὁ ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιασθεὶς πλευρὰν ποιεῖ λόγον ἔχειν ὃν πρῶτος πρὸς δεύτερον· ἐπίπεδοι δὲ ὅμοιοί εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντες. ἔστω δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι οἱ Α Β· πλευραὶ δὲ τοῦ μὲν Α πλευραὶ εἰσὶν οἱ Γ Δ· ἀριθμοὶ τοῦ δὲ Β οἱ Ε Ζ· λέγω ὅτι τῶν Α Β εἰς μὲν ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμὸς ὁ ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιασθεὶς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Α ποιεῖ, οὗτος δὲ πρὸς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Β λόγον ἔχει ὃν πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον· εἰς δὲ μὴ ἀνάλογον οὐκ ἔστιν ἀριθμὸς ὁ ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιασθεὶς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Α ποιεῖ λόγον ἔχειν ὃν πρῶτος πρὸς δεύτερον. ὅτι μὲν οὖν τῶν Α Β εἰς μὲν ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμὸς ὁ ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιασθεὶς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Α ποιεῖ, οὗτος δὲ πρὸς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Β λόγον ἔχει ὃν πρῶτος πρὸς δεύτερον, φανερόν· εἰς δὲ μὴ ἀνάλογον οὐκ ἔστιν ἀριθμὸς ὁ ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιασθεὶς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Α ποιεῖ λόγον ἔχειν ὃν πρῶτος πρὸς δεύτερον, οὕτως δειχθήσεται. ἐπεὶ γὰρ ὅμοιοί εἰσιν ἐπίπεδοι οἱ Α Β, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε. καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. ὁ δὲ Α τὸν Β πολυπλασιασθεὶς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Α ποιεῖ· ἔστω οὖν τὸν Η. ὁ δὲ Α τὸν Β πολυπλασιασθεὶς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Β ποιεῖ· ἔστω οὖν τὸν Θ. ὁ δὲ Β τὸν Η πολυπλασιασθεὶς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Α ποιεῖ· ἔστω οὖν τὸν Κ. ὁ δὲ Β τὸν Θ πολυπλασιασθεὶς τὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ Β ποιεῖ· ἔστω οὖν τὸν Λ. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, ὁ δὲ Α πρὸς τὸν Β τὸν Η ποιεῖ, ὁ δὲ Γ πρὸς τὸν Ε τὸν Κ ποιεῖ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, ὁ δὲ Γ πρὸς τὸν Ε τὸν Κ ποιεῖ, ὁ δὲ Δ πρὸς τὸν Ζ τὸν Λ ποιεῖ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἀλλὰ καὶ ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, ὁ δὲ Α πρὸς τὸν Β τὸν Θ ποιεῖ, ὁ δὲ Γ πρὸς τὸν Ε τὸν Λ ποιεῖ, ὁ δὲ Δ πρὸς τὸν Ζ τὸν Μ ποιεῖ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἀλλὰ καὶ ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Λ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἀλλ' ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἀλλ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Ν· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Ν, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Ν, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. ἀλλ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Ν, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. ἀλλ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ καὶ ὁ Ξ πρὸς τὸν Ο· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ καὶ ὁ Μ πρὸς τὸν Ο. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ καὶ ὁ Μ πρὸς τὸν Ο. ἀλλ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ καὶ ὁ Ξ πρὸς τὸν Ο, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ καὶ ὁ Ξ πρὸς τὸν Ο καὶ ὁ Ο πρὸς τὸν Π· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ καὶ ὁ Ξ πρὸς τὸν Ο, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Μ καὶ ὁ Μ πρὸς τὸν Ο. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ν καὶ ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ καὶ ὁ Ξ πρὸς τὸν Ο

ὧν πρὸς τοὺς ἀριθμούς. ἐὰν δὲ στερεὸς πρὸς στερεὸν λόγον τινὰ ἔχῃ, ὃν πλευρὰ πρὸς πλευρὰν ὁμόλογον, ἐὰν δὲ καὶ ὁ στερεὸς τὸν στερεὸν λόγον τινὰ ἔχῃ, ὃν πλευρὰ πρὸς πλευρὰν ὁμόλογον, καὶ ὁ μὲν πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον τριπλασίονα λόγον ἔχῃ ἤπερ ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, ὁ δὲ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον τριπλασίονα λόγον ἔχῃ ἤπερ ἡ ὁμόλογος τῆς πρώτης πρὸς τὴν ὁμόλογον τῆς δευτέρας, καὶ ὁ μὲν πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον τριπλασίονα λόγον ἔχῃ ἤπερ ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, ὁ δὲ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον τριπλασίονα λόγον ἔχῃ ἤπερ ἡ ὁμόλογος τῆς πρώτης πρὸς τὴν ὁμόλογον τῆς δευτέρας.

ἔστω στερεὸς ὁ ΑΒ, καὶ τοῦ μὲν ΑΒ ὁμόλογος πλευρὰ ἔστω ἡ ΓΔ, τοῦ δὲ ΕΖ ἡ ΗΘ· λέγω ὅτι ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΕΖ τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΓΚ, ΒΚ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΒ στερεὸς παραλληλεπίπεδός ἐστιν, ἡ ΓΔ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ὃν τὸ ΑΔ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΒ παραλληλόγραμμον. ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΔ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΒ παραλληλόγραμμον τὸν τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΓΒ ἔχει λόγον, ὃν ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΓΚ· ἡ ΓΔ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ τὸν τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΓΒ ἔχει λόγον. ἐπεὶ οὖν τρία εὐθύγραμμα ἐστὶν ἀνάλογον τὰ ΑΔ, ΓΒ, ΓΚ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΔ πρὸς τὸ ΓΚ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΓΒ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΑΔ πρὸς τὸ ΓΚ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· ὡς δὲ ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ, οὕτως τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΚΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ, οὕτως τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΚΘ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· ὡς δὲ τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΚΘ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ· ὡς δὲ ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΚ πρὸς τὴν ΚΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ, οὕτως ἡ ΒΚ πρὸς τὴν ΚΘ. ἐπεὶ οὖν τρία εὐθύγραμμα ἐστὶν ἀνάλογον τὰ ΓΔ, ΒΚ, ΚΘ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΚΘ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΚΘ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· ὡς δὲ ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΚ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ

ὡς ὃ ΑΚ πρὸς τὸν Μ, οὕτως ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ. ἀλλ' ὡς ὁ ΑΚ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ. πάλιν ἐπεὶ ἐπὶ πρώτων ἐστὶ τῶν Μ, Ν τῶν ΜΞ, ΝΠ ἴσα ἐστὶ τὰ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Μ πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Π. ἀλλ' ὡς ὁ Μ πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Ν πρὸς τὸν Π, οὕτως ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ πολλαπλάσια τὰ Ν, ΤΕ τῶν Π, Ζ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ν πρὸς τὸν Π, οὕτως ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ. ἀλλ' ὡς ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Π. πάλιν ἐπεὶ ἐπὶ πρώτων ἐστὶ τῶν Ν, Ο τῶν ΝΠ, ΟΡ ἴσα ἐστὶ τὰ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ν πρὸς τὸν Π, οὕτως ὁ Ο πρὸς τὸν Ρ. ἀλλ' ὡς ὁ Ν πρὸς τὸν Π, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ο πρὸς τὸν Ρ. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ πολλαπλάσια τὰ Ο, ΤΕ τῶν Ρ, Ζ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ο πρὸς τὸν Ρ, οὕτως ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ. ἀλλ' ὡς ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ο πρὸς τὸν Ρ. καὶ ἐπεὶ ἐπὶ πρώτων ἐστὶ τῶν Ο, Σ τῶν ΟΡ, ΣΤ ἴσα ἐστὶ τὰ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ο πρὸς τὸν Ρ, οὕτως ὁ Σ πρὸς τὸν ΣΤ. ἀλλ' ὡς ὁ Ο πρὸς τὸν Ρ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Σ πρὸς τὸν ΣΤ. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ πολλαπλάσια τὰ Σ, ΤΕ τῶν ΣΤ, Ζ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Σ πρὸς τὸν ΣΤ, οὕτως ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ. ἀλλ' ὡς ὁ ΤΕ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Σ πρὸς τὸν ΣΤ. ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύμμετρα κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται τὰ πρῶτα τοῖς ἐσχάτοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἰς μέσους ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμοί· ὁμοιοπλασίων καὶ ὡσαύτως πολλαπλασίων ἔσονται καθ' ὁποιονοῦν τῶν ἐν τῷ ἀναλογίᾳ ἀριθμῶν εἰς μέσους ἀνάλογον ἐμπιπτόντων ἀριθμῶν.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β εἰς μέσους ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ, καὶ ὁποσαπλάσιος ἐστιν ὁ Α τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιος ἔστω καὶ ὁ Ε τοῦ Ζ· λέγω ὅτι καὶ ὁποσαπλάσιος ἐστιν ὁ Α τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιος ἔσται καὶ ὁ Ε τοῦ Ζ καὶ ὁ Α τοῦ Δ καὶ ὁ Ε τοῦ Η.

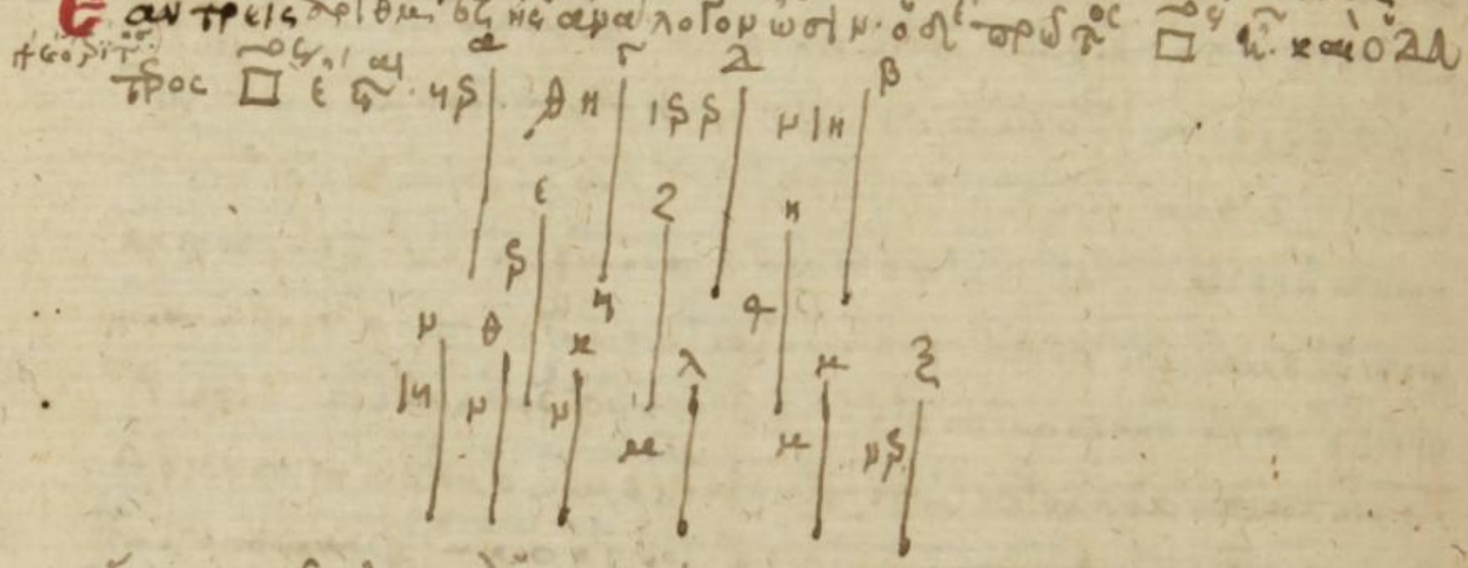
Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Η. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Η. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Δ καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Η. ὁποσαπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιος ἔστω καὶ ὁ Ε τοῦ Ζ· καὶ ὁποσαπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιος ἔσται καὶ ὁ Ε τοῦ Ζ καὶ ὁ Α τοῦ Δ καὶ ὁ Ε τοῦ Η· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μέρη.

αὐτοῖς τοῖς γ΄ ἰσάκις ἐν ὁσοιδήποτε τὸν γ΄ ὁσάκις καὶ ὁ ε΄ τὸν ζ΄ μέρει
τοσαῦται μονάδες ἐν τῷ η΄ ὅσαι καὶ ἐν τῷ θ΄ μονάδες.
ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας.
ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄ πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ τὸν η΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ τρεῖς ἔχει μονάδας. πάλιν
ὁ ε΄ τὸν θ΄ πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ τὸν θ΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ τρεῖς ἔχει μονάδας. ὅμοιοι ἄρα
εἰσὶν οἱ η΄ καὶ θ΄ τοῖς γ΄. ἐπεὶ οὖν ὁ ε΄ τὸν η΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας,
καὶ ὁ ε΄ ἄρα τὸν θ΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας. ὁ δὲ ε΄ τὸν ζ΄ οὐ τοῖς γ΄
μέρη ἐστίν. οὐδὲ γὰρ ὁ ε΄ τὸν ζ΄ ἰσάκις ἐν ὁσοιδήποτε τὸν γ΄ ὁσάκις καὶ ὁ ε΄ τὸν ζ΄ μέρει
τοσαῦται μονάδες ἐν τῷ η΄ ὅσαι καὶ ἐν τῷ θ΄ μονάδες. ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ
κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας. ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄ πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ τὸν η΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ
τρεῖς ἔχει μονάδας. πάλιν ὁ ε΄ τὸν θ΄ πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ τὸν θ΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ τρεῖς
ἔχει μονάδας. ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ η΄ καὶ θ΄ τοῖς γ΄. ἐπεὶ οὖν ὁ ε΄ τὸν η΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ
κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ ε΄ ἄρα τὸν θ΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας.
ὁ δὲ ε΄ τὸν ζ΄ οὐ τοῖς γ΄ μέρη ἐστίν. οὐδὲ γὰρ ὁ ε΄ τὸν ζ΄ ἰσάκις ἐν ὁσοιδήποτε τὸν γ΄ ὁσάκις
καὶ ὁ ε΄ τὸν ζ΄ μέρει τοσαῦται μονάδες ἐν τῷ η΄ ὅσαι καὶ ἐν τῷ θ΄ μονάδες. ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄
τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας. ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄ πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ
τὸν η΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ τρεῖς ἔχει μονάδας. πάλιν ὁ ε΄ τὸν θ΄ πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ τὸν
θ΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ τρεῖς ἔχει μονάδας. ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ η΄ καὶ θ΄ τοῖς γ΄. ἐπεὶ οὖν ὁ ε΄ τὸν
η΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ ε΄ ἄρα τὸν θ΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ
τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας. ὁ δὲ ε΄ τὸν ζ΄ οὐ τοῖς γ΄ μέρη ἐστίν. οὐδὲ γὰρ ὁ ε΄ τὸν ζ΄ ἰσάκις ἐν
ὁσοιδήποτε τὸν γ΄ ὁσάκις καὶ ὁ ε΄ τὸν ζ΄ μέρει τοσαῦται μονάδες ἐν τῷ η΄ ὅσαι καὶ ἐν τῷ θ΄
μονάδες. ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας. ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄
πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ τὸν η΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ τρεῖς ἔχει μονάδας. πάλιν ὁ ε΄ τὸν θ΄
πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ τὸν θ΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ τρεῖς ἔχει μονάδας. ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ η΄
καὶ θ΄ τοῖς γ΄. ἐπεὶ οὖν ὁ ε΄ τὸν η΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ ε΄ ἄρα
τὸν θ΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν αὐτῷ μονάδας. ὁ δὲ ε΄ τὸν ζ΄ οὐ τοῖς γ΄ μέρη ἐστίν.
οὐδὲ γὰρ ὁ ε΄ τὸν ζ΄ ἰσάκις ἐν ὁσοιδήποτε τὸν γ΄ ὁσάκις καὶ ὁ ε΄ τὸν ζ΄ μέρει τοσαῦται
μονάδες ἐν τῷ η΄ ὅσαι καὶ ἐν τῷ θ΄ μονάδες. ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ τὰ ἐν
αὐτῷ μονάδας. ὁ γὰρ ε΄ τὸν η΄ πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ τὸν η΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ τρεῖς ἔχει
μονάδας. πάλιν ὁ ε΄ τὸν θ΄ πολλαπλασιάσας τὸν γ΄ ποιεῖ τὸν θ΄. ὃς ἐν ἑαυτῷ τρεῖς ἔχει
μονάδας. ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ η΄ καὶ θ΄ τοῖς γ΄. ἐπεὶ οὖν ὁ ε΄ τὸν η΄ τοῖς γ΄ μέρη ἐστὶ κατὰ

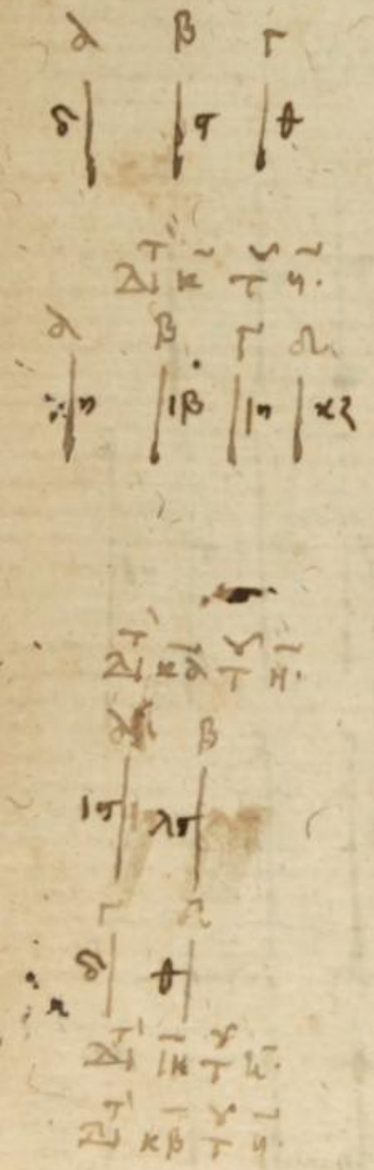
κε.

ε' ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ὦσι καὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἀπὸ τοῦ πρώτου τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετράγωνον λόγον ἔχει ὃν ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον. ἐὰν γὰρ τῶν α β γ ἀνάλογον ὄντων ᾖ ὡς ὁ α πρὸς τὸν γ, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν γ οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β.



κς.

ϛ' ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ὦσιν καὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ πρώτου τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετράγωνον λόγον ἔχει ὃν ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τέταρτον. ἐὰν γὰρ τῶν α β γ δ ἀνάλογον ὄντων ᾖ ὡς ὁ α πρὸς τὸν δ, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β, ὅτι καὶ ὡς ὁ α πρὸς τὸν δ οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β.



κζ.

ζ' ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ὦσιν καὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ πρώτου τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετράγωνον λόγον ἔχει ὃν ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον. ἐὰν γὰρ τῶν α β γ ἀνάλογον ὄντων ᾖ ὡς ὁ α πρὸς τὸν γ, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β, ὅτι καὶ ὡς ὁ α πρὸς τὸν γ οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β.

κη.

η' ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ὦσιν καὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ πρώτου τετράγωνος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετράγωνον λόγον ἔχει ὃν ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τέταρτον. ἐὰν γὰρ τῶν α β γ δ ἀνάλογον ὄντων ᾖ ὡς ὁ α πρὸς τὸν δ, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β, ὅτι καὶ ὡς ὁ α πρὸς τὸν δ οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β.

ἀριθμὸς καὶ ἐστὶν ὃν ὅρος δ, ὁ δὲ πρὸς β· κοινὸς ἐπ' ἀμφοῖν μέτρος
ἀνάλογον ἐστὶν ἑαυτῷ πρώτῳ ἀριθμῷ· καὶ ἐστὶ μὲν ὁ □· καὶ ὁ β ἐπὶ τετράγωνος
ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

κῶ.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς
πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ἐστί, καὶ ὁ β κύβος ἐστίν.
ἀνὸ γὰρ ἀριθμὸς ὁ γδ πρὸς ἀριθμὸν τὸν εζ λόγον ἐχέτω ὃν κύβος
ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ γδ πρῶτος κύβος ἐστί· λέγω ὅτι καὶ ὁ εζ
κύβος ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ γδ, εζ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ γδ, εζ ἄρα ἐπίπεδοί εἰσι τῶν
γδ, εζ μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· ἔστω ὁ η· καὶ ἐπεὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ γδ, η, εζ,
καὶ ἐστὶν ὁ γδ πρῶτος κύβος, καὶ ὁ ε ἄρα πρῶτος κύβος ἐστίν· καὶ ἐστὶν ὁ ε
τοῦ η πρῶτος· ὁ δὲ πρῶτος καὶ πρὸς ἄλλον πρῶτος ἐστίν· οἱ ε, η ἄρα πρῶτοί εἰσιν·
καὶ ἐστὶν ὡς ὁ ε πρὸς τὸν η, οὕτως ὁ γδ πρὸς τὸν εζ· οἱ ε, η ἄρα τὸν γδ, εζ
ἐλάχιστοι μετροῦσιν κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τὸν ἔχοντα αὐτοῖς· ὅστε καὶ ὁ ε τὸν γδ
μετρεῖ κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ὃν ὁ η τὸν εζ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ε πρὸς τὸν η, οὕτως
ὁ η πρὸς τὸν εζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ η πρὸς τὸν εζ, οὕτως ὁ εζ πρὸς τὸν γδ· ἔστιν
ἄρα καὶ ὡς ὁ γδ πρὸς τὸν εζ, οὕτως ὁ εζ πρὸς τὸν η· καὶ ὡς ἄρα ὁ η πρὸς τὸν εζ,
οὕτως ὁ εζ πρὸς τὸν γδ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ γδ πρὸς τὸν εζ, οὕτως ὁ εζ πρὸς τὸν η·
καὶ ὡς ἄρα ὁ η πρὸς τὸν εζ, οὕτως ὁ εζ πρὸς τὸν γδ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ γδ πρὸς
τὸν εζ, οὕτως ὁ εζ πρὸς τὸν η· καὶ ὡς ἄρα ὁ η πρὸς τὸν εζ, οὕτως ὁ εζ πρὸς τὸν γδ·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

λ	ι	β	
ν	ιτ	λβ	ξα

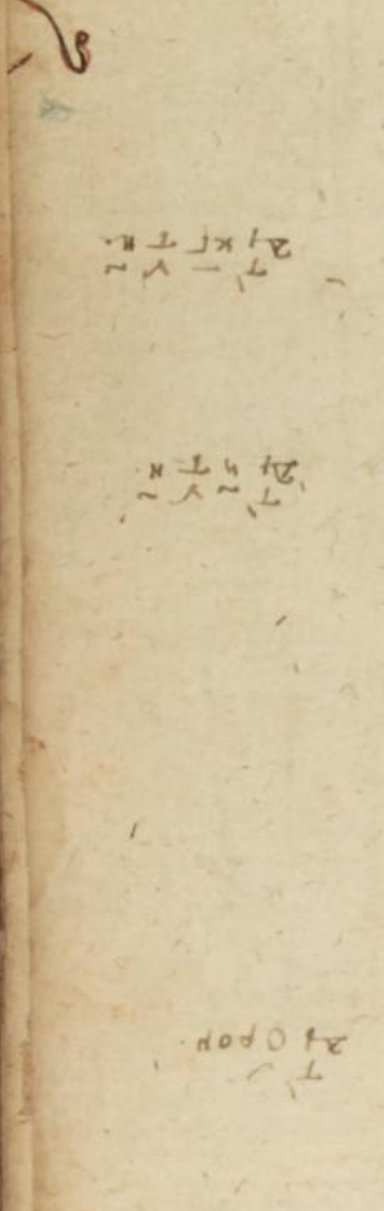
γ	α
ξα	φιβ

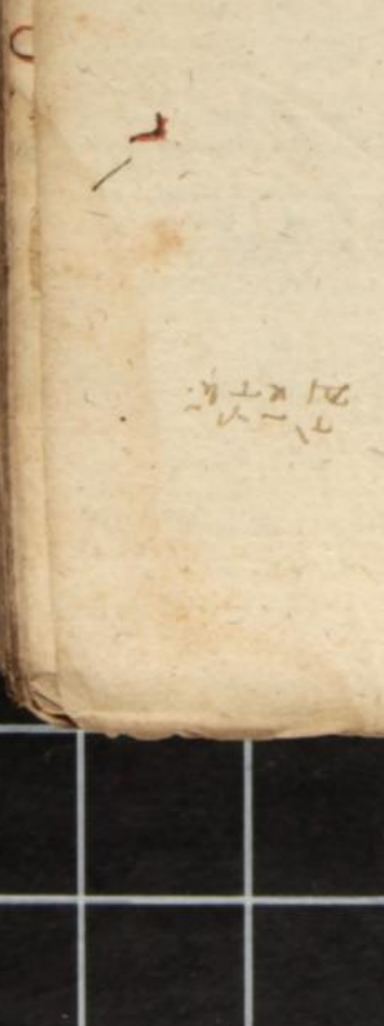
Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν □ ἀριθμὸς πρὸς □ ἀριθμόν.
ἐπεὶ γὰρ οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ αβ· λέγω ὅτι ὁ αβ πρὸς τὸν β
λόγον ἔχει ὃν □ ἀριθμὸς πρὸς □ ἀριθμόν· ἐπεὶ γὰρ οἱ αβ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν,
τῶν αβ ἄρα ἐστὶ μέσος ἀνάλογόν τις ἀριθμός· καὶ ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως
τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ γ· ὁ δὲ α τὸν β μετρεῖ κατὰ τὸν ἐν τοῖς ἐλάχιστοις
αὐτὸν μετροῦντα· ὅστε καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ α τὸ ἀπὸ τοῦ γ μετρεῖ κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον
τὸν ἔχοντα αὐτοῖς· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ γ, οὕτως ὁ α
πρὸς τὸν β· ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ· καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς
τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ, καὶ ἔτι οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ α πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β·
τετράγωνος δὲ ὁ α· τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ γ· καὶ ἐστὶν ὁ β τοῦ γ πρῶτος ὢν
ἀριθμὸς πρὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν δ· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ β τὸν δ
μετρεῖ κατὰ τὸν ἐν τοῖς ἐλάχιστοις αὐτὸν μετροῦντα· μετρείτω κατὰ τὸν ε·
καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ ε πρὸς τὸν δ· ἀλλ' ὡς
ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ· καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς
τὸν γ, καὶ ὁ ε πρὸς τὸν δ· ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ· καὶ ὡς
ἄρα ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ ε πρὸς τὸν δ· ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς
τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ· καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ,
καὶ ὁ ε πρὸς τὸν δ· ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν γ· καὶ ὡς ἄρα

Τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ τοὺς δοθέντας ἐπιπέδους ὁμοίους στερεοὺς ἀριθμοὺς εὑρεῖν.

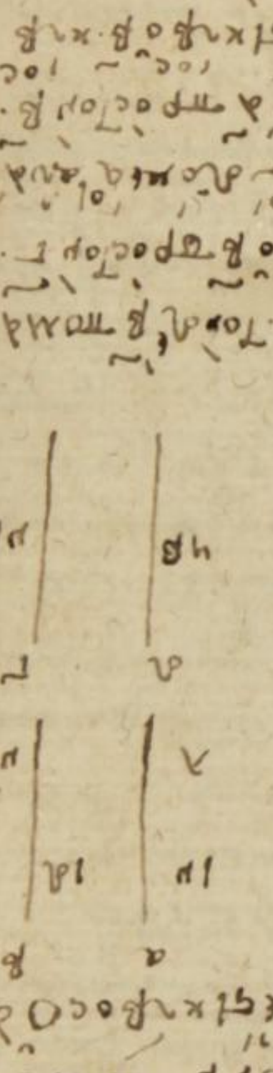
Ἔστω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ὁ η, οἱ δὲ δοθέντες ἐπίπεδοι ὅμοιοι οἱ α β· δεῖ δὴ τοῦ η τοὺς δοθέντας ἐπιπέδους ὁμοίους στερεοὺς ἀριθμοὺς εὑρεῖν.

Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιοί εἰσιν οἱ α β ἐπίπεδοι, ἀνάμεσος τῶν α β ἐστὶν ἀριθμὸς μέσος ἀνάλογον· ἔστω ὁ γ. καὶ ἐὰν μὲν ἑκάτερος τῶν α β τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ γ τετράγωνος ἔσται· καὶ ἐὰν ἑκάτερος τῶν α β ἑτερομήκης ᾖ, καὶ ὁ γ ἑτερομήκης ἔσται· καὶ ἐὰν ὁ μὲν α τετράγωνος ᾖ, ὁ δὲ β ἑτερομήκης, καὶ ὁ γ ἑτερομήκης ἔσται· καὶ ἐὰν ὁ μὲν α ἑτερομήκης ᾖ, ὁ δὲ β τετράγωνος





ג



ἐπὶ τὰ ἄκρα τῶν ΑΒ, ΓΔ ἐφαπτόμεναι αἱ ΕΖ, ΗΘ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ· λέγω ὅτι ἡ ΕΖ τῇ ΗΘ ἴση ἐστίν.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΓ, ΒΔ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὸ Λ· ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΖ τῇ ΑΒ ἐφάπτεται κύκλου τοῦ ΑΒΛ, ἡ δὲ ΗΘ τῇ ΓΔ ἐφάπτεται κύκλου τοῦ ΓΔΛ, καὶ ἐκβέβληται ἡ ΑΓ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΚ τῇ ΚΗ· ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΚ τῇ ΚΗ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ΚΖ τῇ ΚΘ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΕΖ ὅλῃ τῇ ΗΘ ἴση ἐστίν.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλων κτλ.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων κτλ.

Ἔστω δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων κατὰ τὸ Α σημεῖον· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν αὐτῶν κέντρον τὸ αὐτό.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Η· ἐπεζεύχθω ἡ ΗΑ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Θ· ἐπεὶ οὖν τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ ἴση· αἱ ΗΑ, ΗΘ ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα τὸ Η κέντρον ἐστὶ τῶν κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι κτλ.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων κτλ.

Ἔστω δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων κατὰ τὸ Α σημεῖον· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν αὐτῶν κέντρον τὸ αὐτό.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Η· ἐπεζεύχθω ἡ ΗΑ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Θ· ἐπεὶ οὖν τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ ἴση· αἱ ΗΑ, ΗΘ ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα τὸ Η κέντρον ἐστὶ τῶν κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι κτλ.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων κτλ.

Ἔστω δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων κατὰ τὸ Α σημεῖον· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν αὐτῶν κέντρον τὸ αὐτό.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Η· ἐπεζεύχθω ἡ ΗΑ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Θ· ἐπεὶ οὖν τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ ἴση· αἱ ΗΑ, ΗΘ ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα τὸ Η κέντρον ἐστὶ τῶν κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι κτλ.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων κτλ.

Ἔστω δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων κατὰ τὸ Α σημεῖον· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν αὐτῶν κέντρον τὸ αὐτό.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Η· ἐπεζεύχθω ἡ ΗΑ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Θ· ἐπεὶ οὖν τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΗΑ τῇ ΗΘ ἴση· αἱ ΗΑ, ΗΘ ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἀδύνατον.

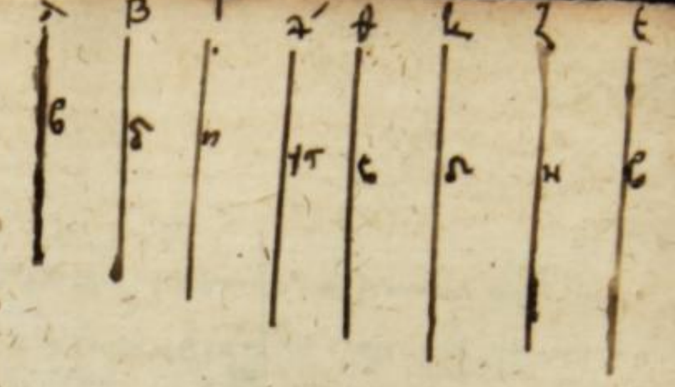
Οὐκ ἄρα τὸ Η κέντρον ἐστὶ τῶν κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι κτλ.

Δι κτ τν.

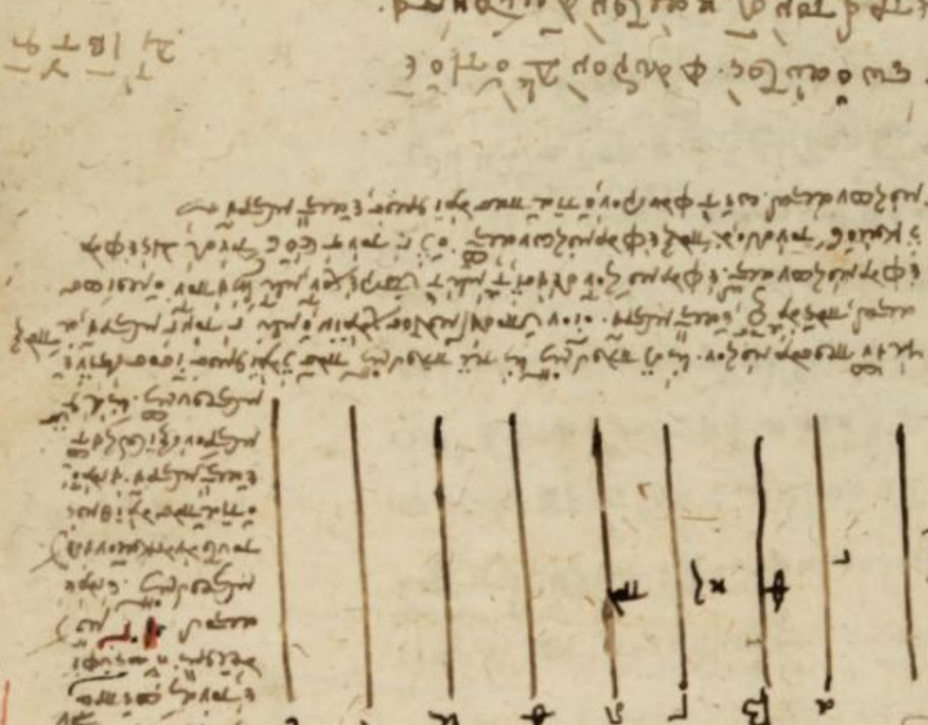
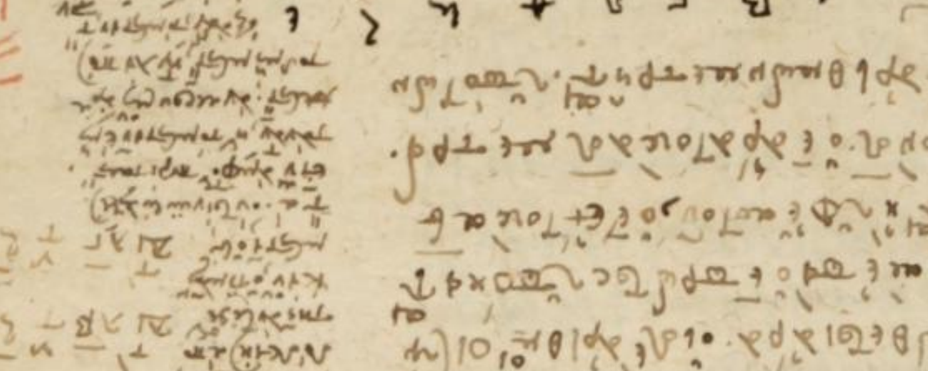
ἐὰν ἡ καὶ ἀλόγου πλευρὰ τοῦ μ· ὅλη ἄρα ἡ ιε· καὶ ὁ ιε ἐπὶ κβ ποιεῖ τν· καὶ ὁ ιε ἐπὶ ε ποιεῖ οε· ἐπὶ δὲ τὸν κβ ἐὰν ἐπιζεύξωμεν ἀριθμὸν ὃς ἔσται ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ μ ἀριθμὸν ὃς ἔσται ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ε ἀριθμὸν ὃς ἔσται ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ιε ἀριθμὸν ὃς ἔσται ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ κβ

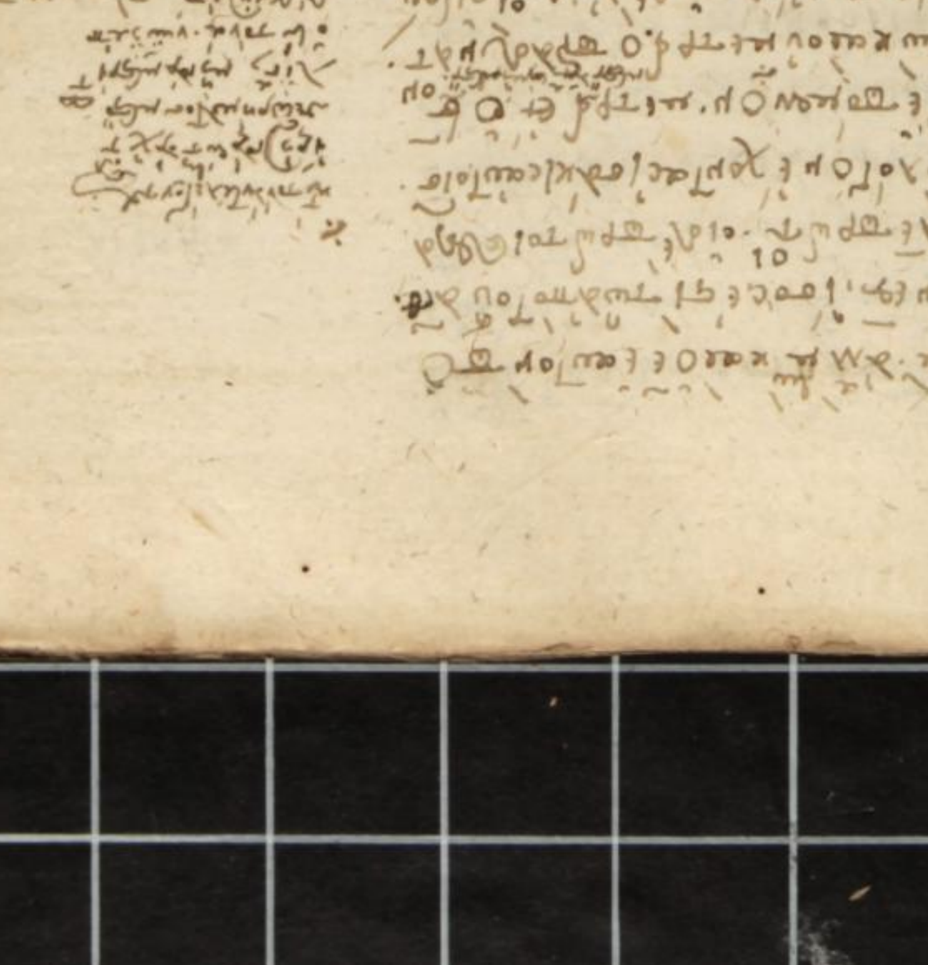
ἀπὸ μονάδος ἕως τοῦ ιε· ἐν ὅσοις ἀριθμοῖς ἡ ἀπὸ μονάδος οὐκ ἔστι πλευρὰ ἀριθμοῦ, οὗτοι καλοῦνται πρῶτοι καὶ πρὸς ἑαυτοὺς μόνον μετροῦμενοι· οἷον ὁ β καὶ γ καὶ ε καὶ ζ καὶ ια καὶ ιγ καὶ ιζ καὶ ιθ καὶ κγ καὶ κθ καὶ λα καὶ λζ καὶ μα καὶ μγ καὶ μη καὶ νγ καὶ νε καὶ νθ καὶ ξα καὶ ξγ καὶ ξε καὶ ξθ καὶ οα καὶ οη καὶ οθ καὶ πα καὶ πγ καὶ πε καὶ πη καὶ πθ καὶ ρα καὶ ρη καὶ ρθ καὶ σα καὶ σγ καὶ σε καὶ σθ καὶ τα καὶ τγ καὶ τε καὶ τη καὶ τθ καὶ υα καὶ υγ καὶ υε καὶ υθ καὶ φα καὶ φγ καὶ φε καὶ φθ καὶ χα καὶ χγ καὶ χε καὶ χθ καὶ ψα καὶ ψγ καὶ ψε καὶ ψθ καὶ ωα καὶ ωγ καὶ ωε καὶ ωθ καὶ ϡα καὶ ϡγ καὶ ϡε καὶ ϡθ καὶ ϡκα καὶ ϡκγ καὶ ϡκε καὶ ϡκθ καὶ ϡλα καὶ ϡλγ καὶ ϡλε καὶ ϡλθ καὶ ϡμα καὶ ϡμγ καὶ ϡμε καὶ ϡμθ καὶ ϡνα καὶ ϡνγ καὶ ϡνε καὶ ϡνθ καὶ ϡξα καὶ ϡξγ καὶ ϡξε καὶ ϡξθ καὶ ϡοα καὶ ϡοη καὶ ϡοθ καὶ ϡπα καὶ ϡπγ καὶ ϡπε καὶ ϡπη καὶ ϡπθ καὶ ϡρα καὶ ϡρη καὶ ϡρθ καὶ ϡσα καὶ ϡσγ καὶ ϡσε καὶ ϡσθ καὶ ϡτα καὶ ϡτγ καὶ ϡτε καὶ ϡτη καὶ ϡτθ καὶ ϡυα καὶ ϡυγ καὶ ϡυε καὶ ϡυθ καὶ ϡφα καὶ ϡφγ καὶ ϡφε καὶ ϡφθ καὶ ϡχα καὶ ϡχγ καὶ ϡχε καὶ ϡχθ καὶ ϡψα καὶ ϡψγ καὶ ϡψε καὶ ϡψθ καὶ ϡωα καὶ ϡωγ καὶ ϡωε καὶ ϡωθ καὶ ,αϡα καὶ ,αϡγ καὶ ,αϡε καὶ ,αϡθ καὶ ,αϡκα καὶ ,αϡκγ καὶ ,αϡκε καὶ ,αϡκθ καὶ ,αϡλα καὶ ,αϡλγ καὶ ,αϡλε καὶ ,αϡλθ καὶ ,αϡμα καὶ ,αϡμγ καὶ ,αϡμε καὶ ,αϡμθ καὶ ,αϡνα καὶ ,αϡνγ καὶ ,αϡνε καὶ ,αϡνθ καὶ ,αϡξα καὶ ,αϡξγ καὶ ,αϡξε καὶ ,αϡξθ καὶ ,αϡοα καὶ ,αϡοη καὶ ,αϡοθ καὶ ,αϡπα καὶ ,αϡπγ καὶ ,αϡπε καὶ ,αϡπη καὶ ,αϡπθ καὶ ,αϡρα καὶ ,αϡρη καὶ ,αϡρθ καὶ ,αϡσα καὶ ,αϡσγ καὶ ,αϡσε καὶ ,αϡσθ καὶ ,αϡτα καὶ ,αϡτγ καὶ ,αϡτε καὶ ,αϡτη καὶ ,αϡτθ καὶ ,αϡυα καὶ ,αϡυγ καὶ ,αϡυε καὶ ,αϡυθ καὶ ,αϡφα καὶ ,αϡφγ καὶ ,αϡφε καὶ ,αϡφθ καὶ ,αϡχα καὶ ,αϡχγ καὶ ,αϡχε καὶ ,αϡχθ καὶ ,αϡψα καὶ ,αϡψγ καὶ ,αϡψε καὶ ,αϡψθ καὶ ,αϡωα καὶ ,αϡωγ καὶ ,αϡωε καὶ ,αϡωθ καὶ ,βϡα καὶ ,βϡγ καὶ ,βϡε καὶ ,βϡθ καὶ ,βϡκα καὶ ,βϡκγ καὶ ,βϡκε καὶ ,βϡκθ καὶ ,βϡλα καὶ ,βϡλγ καὶ ,βϡλε καὶ ,βϡλθ καὶ ,βϡμα καὶ ,βϡμγ καὶ ,βϡμε καὶ ,βϡμθ καὶ ,βϡνα καὶ ,βϡνγ καὶ ,βϡνε καὶ ,βϡνθ καὶ ,βϡξα καὶ ,βϡξγ καὶ ,βϡξε καὶ ,βϡξθ καὶ ,βϡοα καὶ ,βϡοη καὶ ,βϡοθ καὶ ,βϡπα καὶ ,βϡπγ καὶ ,βϡπε καὶ ,βϡπη καὶ ,βϡπθ καὶ ,βϡρα καὶ ,βϡρη καὶ ,βϡρθ καὶ ,βϡσα καὶ ,βϡσγ καὶ ,βϡσε καὶ ,βϡσθ καὶ ,βϡτα καὶ ,βϡτγ καὶ ,βϡτε καὶ ,βϡτη καὶ ,βϡτθ καὶ ,βϡυα καὶ ,βϡυγ καὶ ,βϡυε καὶ ,βϡυθ καὶ ,βϡφα καὶ ,βϡφγ καὶ ,βϡφε καὶ ,βϡφθ καὶ ,βϡχα καὶ ,βϡχγ καὶ ,βϡχε καὶ ,βϡχθ καὶ ,βϡψα καὶ ,βϡψγ καὶ ,βϡψε καὶ ,βϡψθ καὶ ,βϡωα καὶ ,βϡωγ καὶ ,βϡωε καὶ ,βϡωθ καὶ ,γϡα καὶ ,γϡγ καὶ ,γϡε καὶ ,γϡθ καὶ ,γϡκα καὶ ,γϡκγ καὶ ,γϡκε καὶ ,γϡκθ καὶ ,γϡλα καὶ ,γϡλγ καὶ ,γϡλε καὶ ,γϡλθ καὶ ,γϡμα καὶ ,γϡμγ καὶ ,γϡμε καὶ ,γϡμθ καὶ ,γϡνα καὶ ,γϡνγ καὶ ,γϡνε καὶ ,γϡνθ καὶ ,γϡξα καὶ ,γϡξγ καὶ ,γϡξε καὶ ,γϡξθ καὶ ,γϡοα καὶ ,γϡοη καὶ ,γϡοθ καὶ ,γϡπα καὶ ,γϡπγ καὶ ,γϡπε καὶ ,γϡπη καὶ ,γϡπθ καὶ ,γϡρα καὶ ,γϡρη καὶ ,γϡρθ καὶ ,γϡσα καὶ ,γϡσγ καὶ ,γϡσε καὶ ,γϡσθ καὶ ,γϡτα καὶ ,γϡτγ καὶ ,γϡτε καὶ ,γϡτη καὶ ,γϡτθ καὶ ,γϡυα καὶ ,γϡυγ καὶ ,γϡυε καὶ ,γϡυθ καὶ ,γϡφα καὶ ,γϡφγ καὶ ,γϡφε καὶ ,γϡφθ καὶ ,γϡχα καὶ ,γϡχγ καὶ ,γϡχε καὶ ,γϡχθ καὶ ,γϡψα καὶ ,γϡψγ καὶ ,γϡψε καὶ ,γϡψθ καὶ ,γϡωα καὶ ,γϡωγ καὶ ,γϡωε καὶ ,γϡωθ καὶ ,δϡα καὶ ,δϡγ καὶ ,δϡε καὶ ,δϡθ καὶ ,δϡκα καὶ ,δϡκγ καὶ ,δϡκε καὶ ,δϡκθ καὶ ,δϡλα καὶ ,δϡλγ καὶ ,δϡλε καὶ ,δϡλθ καὶ ,δϡμα καὶ ,δϡμγ καὶ ,δϡμε καὶ ,δϡμθ καὶ ,δϡνα καὶ ,δϡνγ καὶ ,δϡνε καὶ ,δϡνθ καὶ ,δϡξα καὶ ,δϡξγ καὶ ,δϡξε καὶ ,δϡξθ καὶ ,δϡοα καὶ ,δϡοη καὶ ,δϡοθ καὶ ,δϡπα καὶ ,δϡπγ καὶ ,δϡπε καὶ ,δϡπη καὶ ,δϡπθ καὶ ,δϡρα καὶ ,δϡρη καὶ ,δϡρθ καὶ ,δϡσα καὶ ,δϡσγ καὶ ,δϡσε καὶ ,δϡσθ καὶ ,δϡτα καὶ ,δϡτγ καὶ ,δϡτε καὶ ,δϡτη καὶ ,δϡτθ καὶ ,δϡυα καὶ ,δϡυγ καὶ ,δϡυε καὶ ,δϡυθ καὶ ,δϡφα καὶ ,δϡφγ καὶ ,δϡφε καὶ ,δϡφθ καὶ ,δϡχα καὶ ,δϡχγ καὶ ,δϡχε καὶ ,δϡχθ καὶ ,δϡψα καὶ ,δϡψγ καὶ ,δϡψε καὶ ,δϡψθ καὶ ,δϡωα καὶ ,δϡωγ καὶ ,δϡωε καὶ ,δϡωθ καὶ ,εϡα καὶ ,εϡγ καὶ ,εϡε καὶ ,εϡθ καὶ ,εϡκα καὶ ,εϡκγ καὶ ,εϡκε καὶ ,εϡκθ καὶ ,εϡλα καὶ ,εϡλγ καὶ ,εϡλε καὶ ,εϡλθ καὶ ,εϡμα καὶ ,εϡμγ καὶ ,εϡμε καὶ ,εϡμθ καὶ ,εϡνα καὶ ,εϡνγ καὶ ,εϡνε καὶ ,εϡνθ καὶ ,εϡξα καὶ ,εϡξγ καὶ ,εϡξε καὶ ,εϡξθ καὶ ,εϡοα καὶ ,εϡοη καὶ ,εϡοθ καὶ ,εϡπα καὶ ,εϡπγ καὶ ,εϡπε καὶ ,εϡπη καὶ ,εϡπθ καὶ ,εϡρα καὶ ,εϡρη καὶ ,εϡρθ καὶ ,εϡσα καὶ ,εϡσγ καὶ ,εϡσε καὶ ,εϡσθ καὶ ,εϡτα καὶ ,εϡτγ καὶ ,εϡτε καὶ ,εϡτη καὶ ,εϡτθ καὶ ,εϡυα καὶ ,εϡυγ καὶ ,εϡυε καὶ ,εϡυθ καὶ ,εϡφα καὶ ,εϡφγ καὶ ,εϡφε καὶ ,εϡφθ καὶ ,εϡχα καὶ ,εϡχγ καὶ ,εϡχε καὶ ,εϡχθ καὶ ,εϡψα καὶ ,εϡψγ καὶ ,εϡψε καὶ ,εϡψθ καὶ ,εϡωα καὶ ,εϡωγ καὶ ,εϡωε καὶ ,εϡωθ καὶ ,ϛϡα καὶ ,ϛϡγ καὶ ,ϛϡε καὶ ,ϛϡθ καὶ ,ϛϡκα καὶ ,ϛϡκγ καὶ ,ϛϡκε καὶ ,ϛϡκθ καὶ ,ϛϡλα καὶ ,ϛϡλγ καὶ ,ϛϡλε καὶ ,ϛϡλθ καὶ ,ϛϡμα καὶ ,ϛϡμγ καὶ ,ϛϡμε καὶ ,ϛϡμθ καὶ ,ϛϡνα καὶ ,ϛϡνγ καὶ ,ϛϡνε καὶ ,ϛϡνθ καὶ ,ϛϡξα καὶ ,ϛϡξγ καὶ ,ϛϡξε καὶ ,ϛϡξθ καὶ ,ϛϡοα καὶ ,ϛϡοη καὶ ,ϛϡοθ καὶ ,ϛϡπα καὶ ,ϛϡπγ καὶ ,ϛϡπε καὶ ,ϛϡπη καὶ ,ϛϡπθ καὶ ,ϛϡρα καὶ ,ϛϡρη καὶ ,ϛϡρθ καὶ ,ϛϡσα καὶ ,ϛϡσγ καὶ ,ϛϡσε καὶ ,ϛϡσθ καὶ ,ϛϡτα καὶ ,ϛϡτγ καὶ ,ϛϡτε καὶ ,ϛϡτη καὶ ,ϛϡτθ καὶ ,ϛϡυα καὶ ,ϛϡυγ καὶ ,ϛϡυε καὶ ,ϛϡυθ καὶ ,ϛϡφα καὶ ,ϛϡφγ καὶ ,ϛϡφε καὶ ,ϛϡφθ καὶ ,ϛϡχα καὶ ,ϛϡχγ καὶ ,ϛϡχε καὶ ,ϛϡχθ καὶ ,ϛϡψα καὶ ,ϛϡψγ καὶ ,ϛϡψε καὶ ,ϛϡψθ καὶ ,ϛϡωα καὶ ,ϛϡωγ καὶ ,ϛϡωε καὶ ,ϛϡωθ καὶ ,ζϡα καὶ ,ζϡγ καὶ ,ζϡε καὶ ,ζϡθ καὶ ,ζϡκα καὶ ,ζϡκγ καὶ ,ζϡκε καὶ ,ζϡκθ καὶ ,ζϡλα καὶ ,ζϡλγ καὶ ,ζϡλε καὶ ,ζϡλθ καὶ ,ζϡμα καὶ ,ζϡμγ καὶ ,ζϡμε καὶ ,ζϡμθ καὶ ,ζϡνα καὶ ,ζϡνγ καὶ ,ζϡνε καὶ ,ζϡνθ καὶ ,ζϡξα καὶ ,ζϡξγ καὶ ,ζϡξε καὶ ,ζϡξθ καὶ ,ζϡοα καὶ ,ζϡοη καὶ ,ζϡοθ καὶ ,ζϡπα καὶ ,ζϡπγ καὶ ,ζϡπε καὶ ,ζϡπη καὶ ,ζϡπθ καὶ ,ζϡρα καὶ ,ζϡρη καὶ ,ζϡρθ καὶ ,ζϡσα καὶ ,ζϡσγ καὶ ,ζϡσε καὶ ,ζϡσθ καὶ ,ζϡτα καὶ ,ζϡτγ καὶ ,ζϡτε καὶ ,ζϡτη καὶ ,ζϡτθ καὶ ,ζϡυα καὶ ,ζϡυγ καὶ ,ζϡυε καὶ ,ζϡυθ καὶ ,ζϡφα καὶ ,ζϡφγ καὶ ,ζϡφε καὶ ,ζϡφθ καὶ ,ζϡχα καὶ ,ζϡχγ καὶ ,ζϡχε καὶ ,ζϡχθ καὶ ,ζϡψα καὶ ,ζϡψγ καὶ ,ζϡψε καὶ ,ζϡψθ καὶ ,ζϡωα καὶ ,ζϡωγ καὶ ,ζϡωε καὶ ,ζϡωθ καὶ ,ηϡα καὶ ,ηϡγ καὶ ,ηϡε καὶ ,ηϡθ καὶ ,ηϡκα καὶ ,ηϡκγ καὶ ,ηϡκε καὶ ,ηϡκθ καὶ ,ηϡλα καὶ ,ηϡλγ καὶ ,ηϡλε καὶ ,ηϡλθ καὶ ,ηϡμα καὶ ,ηϡμγ καὶ ,ηϡμε καὶ ,ηϡμθ καὶ ,ηϡνα καὶ ,ηϡνγ καὶ ,ηϡνε καὶ ,ηϡνθ καὶ ,ηϡξα καὶ ,ηϡξγ καὶ ,ηϡξε καὶ ,ηϡξθ καὶ ,ηϡοα καὶ ,ηϡοη καὶ ,ηϡοθ καὶ ,ηϡπα καὶ ,ηϡπγ καὶ ,ηϡπε καὶ ,ηϡπη καὶ ,ηϡπθ καὶ ,ηϡρα καὶ ,ηϡρη καὶ ,ηϡρθ καὶ ,ηϡσα καὶ ,ηϡσγ καὶ ,ηϡσε καὶ ,ηϡσθ καὶ ,ηϡτα καὶ ,ηϡτγ καὶ ,ηϡτε καὶ ,ηϡτη καὶ ,ηϡτθ καὶ ,ηϡυα καὶ ,ηϡυγ καὶ ,ηϡυε καὶ ,ηϡυθ καὶ ,ηϡφα καὶ ,ηϡφγ καὶ ,ηϡφε καὶ ,ηϡφθ καὶ ,ηϡχα καὶ ,ηϡχγ καὶ ,ηϡχε καὶ ,ηϡχθ καὶ ,ηϡψα καὶ ,ηϡψγ καὶ ,ηϡψε καὶ ,ηϡψθ καὶ ,ηϡωα καὶ ,ηϡωγ καὶ ,ηϡωε καὶ ,ηϡωθ καὶ ,θϡα καὶ ,θϡγ καὶ ,θϡε καὶ ,θϡθ καὶ ,θϡκα καὶ ,θϡκγ καὶ ,θϡκε καὶ ,θϡκθ καὶ ,θϡλα καὶ ,θϡλγ καὶ ,θϡλε καὶ ,θϡλθ καὶ ,θϡμα καὶ ,θϡμγ καὶ ,θϡμε καὶ ,θϡμθ καὶ ,θϡνα καὶ ,θϡνγ καὶ ,θϡνε καὶ ,θϡνθ καὶ ,θϡξα καὶ ,θϡξγ καὶ ,θϡξε καὶ ,θϡξθ καὶ ,θϡοα καὶ ,θϡοη καὶ ,θϡοθ καὶ ,θϡπα καὶ ,θϡπγ καὶ ,θϡπε καὶ ,θϡπη καὶ ,θϡπθ καὶ ,θϡρα καὶ ,θϡρη καὶ ,θϡρθ καὶ ,θϡσα καὶ ,θϡσγ καὶ ,θϡσε καὶ ,θϡσθ καὶ ,θϡτα καὶ ,θϡτγ καὶ ,θϡτε καὶ ,θϡτη καὶ ,θϡτθ καὶ ,θϡυα καὶ ,θϡυγ καὶ ,θϡυε καὶ ,θϡυθ καὶ ,θϡφα καὶ ,θϡφγ καὶ ,θϡφε καὶ ,θϡφθ καὶ ,θϡχα καὶ ,θϡχγ καὶ ,θϡχε καὶ ,θϡχθ καὶ ,θϡψα καὶ ,θϡψγ καὶ ,θϡψε καὶ ,θϡψθ καὶ ,θϡωα καὶ ,θϡωγ καὶ ,θϡωε καὶ ,θϡωθ καὶ ,ιϡα καὶ ,ιϡγ καὶ ,ιϡε καὶ ,ιϡθ καὶ ,ιϡκα καὶ ,ιϡκγ καὶ ,ιϡκε καὶ ,ιϡκθ καὶ ,ιϡλα καὶ ,ιϡλγ καὶ ,ιϡλε καὶ ,ιϡλθ καὶ ,ιϡμα καὶ ,ιϡμγ καὶ ,ιϡμε καὶ ,ιϡμθ καὶ ,ιϡνα καὶ ,ιϡνγ καὶ ,ιϡνε καὶ ,ιϡνθ καὶ ,ιϡξα καὶ ,ιϡξγ καὶ ,ιϡξε καὶ ,ιϡξθ καὶ ,ιϡοα καὶ ,ιϡοη καὶ ,ιϡοθ καὶ ,ιϡπα καὶ ,ιϡπγ καὶ ,ιϡπε καὶ ,ιϡπη καὶ ,ιϡπθ καὶ ,ιϡρα καὶ ,ιϡρη καὶ ,ιϡρθ καὶ ,ιϡσα καὶ ,ιϡσγ καὶ ,ιϡσε καὶ ,ιϡσθ καὶ ,ιϡτα καὶ ,ιϡτγ καὶ ,ιϡτε καὶ ,ιϡτη καὶ ,ιϡτθ καὶ ,ιϡυα καὶ ,ιϡυγ καὶ ,ιϡυε καὶ ,ιϡυθ καὶ ,ιϡφα καὶ ,ιϡφγ καὶ ,ιϡφε καὶ ,ιϡφθ καὶ ,ιϡχα καὶ ,ιϡχγ καὶ ,ιϡχε καὶ ,ιϡχθ καὶ ,ιϡψα καὶ ,ιϡψγ καὶ ,ιϡψε καὶ ,ιϡψθ καὶ ,ιϡωα καὶ ,ιϡωγ καὶ ,ιϡωε καὶ ,ιϡωθ καὶ ,,αϡα καὶ ,,αϡγ καὶ ,,αϡε καὶ ,,αϡθ καὶ ,,αϡκα καὶ ,,αϡκγ καὶ ,,αϡκε καὶ ,,αϡκθ καὶ ,,αϡλα καὶ ,,αϡλγ καὶ ,,αϡλε καὶ ,,αϡλθ καὶ ,,αϡμα καὶ ,,αϡμγ καὶ ,,αϡμε καὶ ,,αϡμθ καὶ ,,αϡνα καὶ ,,αϡνγ καὶ ,,αϡνε καὶ ,,αϡνθ καὶ ,,αϡξα καὶ ,,αϡξγ καὶ ,,αϡξε καὶ ,,αϡξθ καὶ ,,αϡοα καὶ ,,αϡοη καὶ ,,αϡοθ καὶ ,,αϡπα καὶ ,,αϡπγ καὶ ,,αϡπε καὶ ,,αϡπη καὶ ,,αϡπθ καὶ ,,αϡρα καὶ ,,αϡρη καὶ ,,αϡρθ καὶ ,,αϡσα καὶ ,,αϡσγ καὶ ,,αϡσε καὶ ,,αϡσθ καὶ ,,αϡτα καὶ ,,αϡτγ καὶ ,,αϡτε καὶ ,,αϡτη καὶ ,,αϡτθ καὶ ,,αϡυα καὶ ,,αϡυγ καὶ ,,αϡυε καὶ ,,αϡυθ καὶ ,,αϡφα καὶ ,,αϡφγ καὶ ,,αϡφε καὶ ,,αϡφθ καὶ ,,αϡχα καὶ ,,αϡχγ καὶ ,,αϡχε καὶ ,,αϡχθ καὶ ,,αϡψα καὶ ,,αϡψγ καὶ ,,αϡψε καὶ ,,αϡψθ καὶ ,,αϡωα καὶ ,,αϡωγ καὶ ,,αϡωε καὶ ,,αϡωθ καὶ ,,βϡα καὶ ,,βϡγ καὶ ,,βϡε καὶ ,,βϡθ καὶ ,,βϡκα καὶ ,,βϡκγ καὶ ,,βϡκε καὶ ,,βϡκθ καὶ ,,βϡλα καὶ ,,βϡλγ καὶ ,,βϡλε καὶ ,,βϡλθ καὶ ,,βϡμα καὶ ,,βϡμγ καὶ ,,βϡμε καὶ ,,βϡμθ καὶ ,,βϡνα καὶ ,,βϡνγ καὶ ,,βϡνε καὶ ,,βϡνθ καὶ ,,βϡξα καὶ ,,βϡξγ καὶ ,,βϡξε καὶ ,,βϡξθ καὶ ,,βϡοα καὶ ,,βϡοη καὶ ,,βϡοθ καὶ ,,βϡπα καὶ ,,βϡπγ καὶ ,,βϡπε καὶ ,,βϡπη καὶ ,,βϡπθ καὶ ,,βϡρα καὶ ,,βϡρη καὶ ,,βϡρθ καὶ ,,βϡσα καὶ ,,βϡσγ καὶ ,,βϡσε καὶ ,,βϡσθ καὶ ,,βϡτα καὶ ,,βϡτγ καὶ ,,βϡτε καὶ ,,βϡτη καὶ ,,βϡτθ καὶ ,,βϡυα καὶ ,,βϡυγ καὶ ,,βϡυε καὶ ,,βϡυθ καὶ ,,βϡφα καὶ ,,βϡφγ καὶ ,,βϡφε καὶ ,,βϡφθ καὶ ,,βϡχα καὶ ,,βϡχγ καὶ ,,βϡχε καὶ ,,βϡχθ καὶ ,,βϡψα καὶ ,,βϡψγ καὶ ,,βϡψε καὶ ,,βϡψθ καὶ ,,βϡωα καὶ ,,βϡωγ καὶ ,,βϡωε καὶ ,,βϡωθ καὶ ,,γϡα καὶ ,,γϡγ καὶ ,,γϡε καὶ ,,γϡθ καὶ ,,γϡκα καὶ ,,γϡκγ καὶ ,,γϡκε καὶ ,,γϡκθ καὶ ,,γϡλα καὶ ,,γϡλγ καὶ ,,γϡλε καὶ ,,γϡλθ καὶ ,,γϡμα καὶ ,,γϡμγ καὶ ,,γϡμε καὶ ,,γϡμθ καὶ ,,γϡνα καὶ ,,γϡνγ καὶ ,,γϡνε καὶ ,,γϡνθ καὶ ,,γϡξα καὶ ,,γϡξγ καὶ ,,γϡξε καὶ ,,γϡξθ καὶ ,,γϡοα καὶ ,,γϡοη καὶ ,,γϡοθ καὶ ,,γϡπα καὶ ,,γϡπγ καὶ ,,γϡπε καὶ ,,γϡπη καὶ ,,γϡπθ καὶ ,,γϡρα καὶ ,,γϡρη καὶ ,,γϡρθ καὶ ,,γϡσα καὶ ,,γϡσγ καὶ ,,γϡσε καὶ ,,γϡσθ καὶ ,,γϡτα καὶ ,,γϡτγ καὶ ,,γϡτε καὶ ,,γϡτη καὶ ,,γϡτθ καὶ ,,γϡυα καὶ ,,γϡυγ καὶ ,,γϡυε καὶ ,,γϡυθ καὶ ,,γϡφα καὶ ,,γϡφγ καὶ ,,γϡφε καὶ ,,γϡφθ καὶ ,,γϡχα καὶ ,,γϡχγ καὶ ,,γϡχε καὶ ,,γϡχθ καὶ ,,γϡψα καὶ ,,γϡψγ καὶ ,,γϡψε καὶ ,,γϡψθ καὶ ,,γϡωα καὶ ,,γϡωγ καὶ ,,γϡωε καὶ ,,γϡωθ καὶ ,,δϡα καὶ ,,δϡγ καὶ ,,δϡε καὶ ,,δϡθ καὶ ,,δϡκα καὶ ,,δϡκγ καὶ ,,δϡκε καὶ ,,δϡκθ καὶ ,,δϡλα καὶ ,,δϡλγ καὶ ,,δϡλε καὶ ,,δϡλθ καὶ ,,δϡμα καὶ ,,δϡμγ καὶ ,,δϡμε καὶ ,,δϡμθ καὶ ,,δϡνα καὶ ,,δϡνγ καὶ ,,δϡνε καὶ ,,δϡνθ καὶ ,,δϡξα καὶ ,,δϡξγ καὶ ,,δϡξε καὶ ,,δϡξθ καὶ ,,δϡοα καὶ ,,δϡοη καὶ ,,δϡοθ καὶ ,,δϡπα καὶ ,,δϡπγ καὶ ,,δϡπε καὶ ,,δϡπη καὶ ,,δϡπθ καὶ ,,δϡρα καὶ ,,δϡρη καὶ ,,δϡρθ καὶ ,,δϡσα καὶ ,,δϡσγ καὶ ,,δϡσε καὶ ,,δϡσθ καὶ ,,δϡτα καὶ ,,δϡτγ καὶ ,,δϡτε καὶ ,,δϡτη καὶ ,,δϡτθ καὶ ,,δϡυα καὶ ,,δϡυγ καὶ ,,δϡυε καὶ ,,δϡυθ καὶ ,,δϡφα καὶ ,,δϡφγ καὶ ,,δϡφε καὶ ,,δϡφθ καὶ ,,δϡχα καὶ ,,δϡχγ καὶ ,,δϡχε καὶ ,,δϡχθ καὶ ,,δϡψα καὶ ,,δϡψγ καὶ ,,δϡψε καὶ ,,δϡψθ καὶ ,,δϡωα καὶ ,,δϡωγ καὶ ,,δϡωε καὶ ,,δϡωθ καὶ ,,εϡα καὶ ,,εϡγ καὶ ,,εϡε καὶ ,,εϡθ καὶ ,,εϡκα καὶ ,,εϡκγ καὶ ,,εϡκε καὶ ,,εϡκθ καὶ ,,εϡλα καὶ ,,εϡλγ καὶ ,,εϡλε καὶ ,,εϡλθ καὶ ,,εϡμα καὶ ,,εϡμγ καὶ ,,εϡμε καὶ ,,εϡμθ καὶ ,,εϡνα καὶ ,,εϡνγ καὶ ,,εϡνε καὶ ,,εϡνθ καὶ ,,εϡξα καὶ ,,εϡξγ καὶ ,,εϡξε καὶ ,,εϡξθ καὶ ,,εϡοα καὶ ,,εϡοη καὶ ,,εϡοθ καὶ ,,εϡπα καὶ ,,εϡπγ καὶ ,,εϡπε καὶ ,,εϡπη καὶ ,,εϡπθ καὶ ,,εϡρα καὶ ,,εϡρη καὶ ,,εϡρθ καὶ ,,εϡσα καὶ ,,εϡσγ καὶ ,,εϡσε καὶ ,,εϡσθ καὶ ,,εϡτα καὶ ,,εϡτγ καὶ ,,εϡτε καὶ ,,εϡτη καὶ ,,εϡτθ καὶ ,,εϡυα καὶ ,,εϡυγ καὶ ,,εϡυε καὶ ,,εϡυθ καὶ ,,εϡφα καὶ ,,εϡφγ καὶ ,,εϡφε καὶ ,,εϡφθ καὶ ,,εϡχα καὶ ,,εϡχγ καὶ ,,εϡχε καὶ ,,εϡχθ καὶ ,,εϡψα καὶ ,,εϡψγ καὶ ,,εϡψε καὶ ,,εϡψθ καὶ ,,εϡωα καὶ ,,εϡωγ καὶ ,,εϡωε καὶ ,,εϡωθ καὶ ,,ϛϡα καὶ ,,ϛϡγ καὶ ,,ϛϡε καὶ ,,ϛϡθ καὶ ,,ϛϡκα καὶ ,,ϛϡκγ καὶ ,,ϛϡκε καὶ ,,ϛϡκθ καὶ ,,ϛϡλα καὶ ,,ϛϡλγ καὶ ,,ϛϡλε καὶ ,,ϛϡλθ καὶ ,,ϛϡμα καὶ ,,ϛϡμγ καὶ ,,ϛϡμε καὶ ,,ϛϡμθ καὶ ,,ϛϡνα καὶ ,,ϛϡνγ καὶ ,,ϛϡνε καὶ ,,ϛϡνθ καὶ ,,ϛϡξα καὶ ,,ϛϡξγ καὶ ,,ϛϡξε καὶ ,,ϛϡξθ καὶ ,,ϛϡοα καὶ ,,ϛϡοη καὶ ,,ϛϡοθ καὶ ,,ϛϡπα καὶ ,,ϛϡπγ καὶ ,,ϛϡπε καὶ ,,ϛϡπη καὶ ,,ϛϡπθ καὶ ,,ϛϡρα καὶ ,,ϛϡρη καὶ ,,ϛϡρθ καὶ ,,ϛϡσα καὶ ,,ϛϡσγ καὶ ,,ϛϡσε καὶ ,,ϛϡσθ καὶ ,,ϛϡτα καὶ ,,ϛϡτγ καὶ ,,ϛϡτε καὶ ,,ϛϡτη καὶ ,,ϛϡτθ καὶ ,,ϛϡυα καὶ ,,ϛϡυγ καὶ ,,ϛϡυε καὶ ,,ϛϡυθ καὶ ,,ϛϡφα καὶ ,,ϛϡφγ καὶ ,,ϛϡφε καὶ ,,ϛϡφθ καὶ ,,ϛϡχα καὶ ,,ϛϡχγ καὶ ,,ϛϡχε καὶ ,,ϛϡχθ καὶ ,,ϛϡψα καὶ ,,ϛϡψγ καὶ ,,ϛϡψε καὶ ,,ϛϡψθ καὶ ,,ϛϡωα καὶ ,,ϛϡωγ καὶ ,,ϛϡωε καὶ ,,ϛϡωθ καὶ ,,ζϡα καὶ ,,ζϡγ καὶ ,,ζϡε καὶ ,,ζϡθ καὶ ,,ζϡκα καὶ ,,ζϡκγ καὶ ,,ζϡκε καὶ ,,ζϡκθ καὶ ,,ζϡλα καὶ ,,ζϡλγ καὶ ,,ζϡλε καὶ ,,ζϡλθ καὶ ,,ζϡμα καὶ ,,ζϡμγ καὶ ,,ζϡμε καὶ ,,ζϡμθ καὶ ,,ζϡνα καὶ ,,ζϡνγ καὶ ,,ζϡνε καὶ ,,ζϡνθ καὶ ,,ζϡξα καὶ ,,ζϡξγ καὶ ,,ζϡξε καὶ ,,ζϡξθ καὶ ,,ζϡοα καὶ ,,ζϡοη καὶ ,,ζϡοθ καὶ ,,ζϡπα καὶ ,,ζϡπγ καὶ ,,ζϡπε καὶ ,,ζϡπη καὶ ,,ζϡπθ καὶ ,,ζϡρα καὶ ,,ζϡρη καὶ ,,ζϡρθ καὶ ,,ζϡσα καὶ ,,ζϡσγ καὶ ,,ζϡσε καὶ ,,ζϡσθ καὶ ,,ζϡτα καὶ ,,ζϡτγ καὶ ,,ζϡτε καὶ ,,ζϡτη καὶ ,,ζϡτθ καὶ ,,ζϡυα καὶ ,,ζϡυγ καὶ ,,ζϡυε καὶ ,,ζϡυθ καὶ ,,ζϡφα καὶ ,,ζϡφγ καὶ ,,ζϡφε καὶ ,,ζϡφθ καὶ ,,ζϡχα καὶ ,,ζϡχγ καὶ ,,ζϡχε καὶ ,,ζϡχθ καὶ ,,ζϡψα καὶ ,,ζϡψγ καὶ ,,ζϡψε καὶ ,,ζϡψθ καὶ ,,ζϡωα καὶ ,,ζϡωγ καὶ ,,ζϡωε καὶ ,,ζϡωθ καὶ ,,ηϡα καὶ ,,ηϡγ καὶ ,,ηϡε καὶ ,,ηϡθ καὶ ,,ηϡκα καὶ ,,ηϡκγ καὶ ,,ηϡκε καὶ ,,ηϡκθ καὶ ,,ηϡλα καὶ ,,ηϡλγ καὶ ,,ηϡλε καὶ ,,ηϡλθ καὶ ,,ηϡμα καὶ ,,ηϡμγ καὶ ,,ηϡμε καὶ ,,ηϡμθ καὶ ,,ηϡνα καὶ ,,ηϡνγ καὶ ,,ηϡνε καὶ ,,ηϡνθ καὶ ,,ηϡξα καὶ ,,ηϡξγ καὶ ,,ηϡξε καὶ ,,ηϡξθ καὶ ,,ηϡοα καὶ ,,ηϡοη καὶ ,,ηϡοθ καὶ ,,ηϡπα καὶ ,,ηϡπγ καὶ ,,ηϡπε καὶ ,,ηϡπη καὶ ,,ηϡπθ καὶ ,,ηϡρα καὶ ,,ηϡρη καὶ ,,ηϡρθ καὶ ,,ηϡσα καὶ ,,ηϡσγ καὶ ,,ηϡσε καὶ ,,ηϡσθ καὶ ,,ηϡτα καὶ ,,ηϡτγ καὶ ,,ηϡτε καὶ ,,ηϡτη καὶ ,,ηϡτθ καὶ ,,ηϡυα καὶ ,,ηϡυγ καὶ ,,ηϡυε καὶ ,,ηϡυθ καὶ ,,ηϡφα καὶ ,,ηϡφγ καὶ ,,ηϡφε καὶ ,,ηϡφθ καὶ ,,ηϡχα καὶ ,,ηϡχγ καὶ ,,ηϡχε καὶ ,,ηϡχθ καὶ ,,ηϡψα καὶ ,,ηϡψγ καὶ ,,ηϡψε καὶ ,,ηϡψθ καὶ ,,ηϡωα καὶ ,,ηϡωγ καὶ ,,ηϡωε καὶ ,,ηϡωθ καὶ ,,θϡα καὶ ,,θϡγ καὶ ,,θϡε καὶ ,,θϡθ καὶ ,,θϡκα καὶ ,,θϡκγ καὶ ,,θϡκε καὶ ,,θϡκθ καὶ ,,θϡλα καὶ ,,θϡλγ καὶ ,,θϡλε καὶ ,,θϡλθ καὶ ,,θϡμα καὶ ,,θϡμγ καὶ ,,θϡμε καὶ ,,θϡμθ καὶ ,,θϡνα καὶ ,,θϡνγ καὶ ,,θϡνε καὶ ,,θϡνθ καὶ ,,θϡξα καὶ ,,θϡξγ καὶ ,,θϡξε καὶ ,,θϡξθ καὶ ,,θϡοα καὶ ,,θϡοη καὶ ,,θϡοθ καὶ ,,θϡπα καὶ ,,θϡπγ καὶ ,,θϡπε καὶ ,,θϡπη καὶ ,,θϡπθ καὶ ,,θϡρα καὶ ,,θϡρη καὶ ,,θϡρθ καὶ ,,θϡσα καὶ ,,θϡσγ καὶ ,,θϡσε καὶ ,,θϡσθ καὶ ,,θϡτα καὶ ,,θϡτγ καὶ ,,θϡτε καὶ ,,θϡτη καὶ ,,θϡτθ καὶ ,,θϡυα καὶ ,,θϡυγ καὶ ,,θ



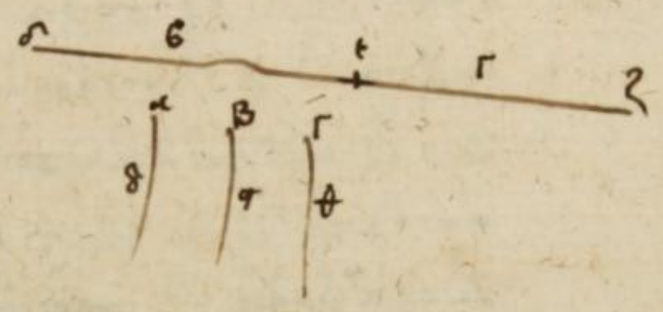
Ἐὰν ἀπὸ τοσουτονοσοσωνοῦ ἀριθμὸς ἀφαιρεθῇ ὃς μὴ μετρεῖ τὸν ὅλον ἀριθμόν, ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν ἀφαιρεθέντα ἀριθμὸν πολλαπλασιασθεὶς τὸν μετροῦντα τὸν ὅλον ποιείτω τινά. ὁ γενόμενος μετρήσει τὸν ἐξ ἀρχῆς ἀριθμόν.

Ἀπὸ γὰρ τοσουτονοσοσωνοῦ ἀριθμὸς ὁ αβ ἀφῃρήσθω ὃς μὴ μετρεῖ τὸν γα ἀριθμόν, καταλειπέτω δὲ λοιπὸν τὸν γδ, ὁ δὲ δγ τὸν αβ πολλαπλασιασθεὶς ποιείτω τὸν εγ. λέγω ὅτι ὁ εγ μετρεῖ τὸν γα.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ δγ τὸν αβ πολλαπλασιασθεὶς τὸν εγ πεποίηκεν, ὁ αβ ἄρα τὸν εγ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δγ μονάδας. μετρείτω κατὰ τὰς ζγ μονάδας· ὁ ἄρα ζγ τὸν εγ μετρῶν καὶ τὸν αβ μετρήσει κατὰ τὰς ζγ μονάδας. μετρείτω κατὰ τὰς αη· ὁ ἄρα αη τὸν αβ μετρῶν καὶ τὸν γα μετρήσει κατὰ τὰς αη μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ ζγ τὸν εγ μετρεῖ κατὰ τὰς ζγ μονάδας, ὁ δὲ αη τὸν αβ μετρεῖ κατὰ τὰς αη μονάδας, ὁ ἄρα ζγ τὸν εγ μετρῶν καὶ τὸν αβ μετρήσει κατὰ τὰς αη μονάδας. ὁ δὲ αη τὸν αβ μετρῶν καὶ τὸν γα μετρήσει κατὰ τὰς αη μονάδας· ὁ ἄρα ζγ τὸν εγ μετρῶν καὶ τὸν γα μετρήσει κατὰ τὰς αη μονάδας. ὁ δὲ ζγ τὸν εγ μετρῶν καὶ τὸν αβ μετρήσει κατὰ τὰς ζγ





ἐπὶ τῶν ΑΒ Γ ἐστὶν ὅσαι ἰσοπλασιάσθησαν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ
τοσαυταπλασίων ἐστὶν ὅσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ, καὶ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη
ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ, καὶ τὸν αὐτὸν μέτρον ἔχει ἡ ΑΔ τὴν ΔΕ καὶ ἡ ΑΖ τὸ Γ. ἐπεὶ οὖν
ἰσάκις ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ καὶ ἡ ΑΖ τοῦ Γ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΑΕ καὶ ἡ ΑΖ
τοῦ Γ καὶ ἡ ΑΗ τοῦ Δ. ἀλλὰ ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ μέτρον ἐστὶ τὸν Η, καὶ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ
αὐτὰ μέρη ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ καὶ ἡ ΑΗ τοῦ Δ. ὁ Η ἄρα τὸν Ζ μετρῶν καὶ τὸν Γ μετρήσει.
ὁ δὲ Η τὸν Γ μετρῶν καὶ τὸν Β μετρήσει· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν Ζ μετρήσει καὶ τὸν Β. ὁ δὲ Η
τὸν Ζ μετρῶν καὶ τὸν Ε μετρήσει· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν Ε μετρήσει καὶ τὸν Β. ὁ δὲ Η τὸν Ε
μετρῶν καὶ τὸν Δ μετρήσει· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν Δ μετρήσει καὶ τὸν Α. ὁ Η ἄρα τὰ Α Β Γ Δ
μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὰ Κ Λ Μ Ν μετρεῖ ὁ Η· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ
τοσαυταπλασίων ἐστὶν ὅσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ, καὶ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη
ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ καὶ ἡ ΑΗ τοῦ Δ. ἀλλὰ ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ μέτρον ἐστὶ τὸν Η, καὶ τὸ αὐτὸ
μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ καὶ ἡ ΑΗ τοῦ Δ. ὁ Η ἄρα τὸν Ζ μετρῶν καὶ τὸν
Γ μετρήσει. ὁ δὲ Η τὸν Γ μετρῶν καὶ τὸν Β μετρήσει· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν Ζ μετρήσει καὶ
τὸν Β. ὁ δὲ Η τὸν Ζ μετρῶν καὶ τὸν Ε μετρήσει· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν Ε μετρήσει καὶ τὸν Β.
ὁ δὲ Η τὸν Ε μετρῶν καὶ τὸν Δ μετρήσει· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν Δ μετρήσει καὶ τὸν Α. ὁ Η ἄρα
τὰ Α Β Γ Δ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὰ Κ Λ Μ Ν μετρεῖ ὁ Η. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΔ
τῆς ΔΕ τοσαυταπλασίων ἐστὶν ὅσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ, καὶ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ
μέρη ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ καὶ ἡ ΑΗ τοῦ Δ. ἀλλὰ ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ μέτρον ἐστὶ τὸν Η, καὶ τὸ
αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ καὶ ἡ ΑΗ τοῦ Δ. ὁ Η ἄρα τὸν Ζ μετρῶν καὶ
τὸν Γ μετρήσει. ὁ δὲ Η τὸν Γ μετρῶν καὶ τὸν Β μετρήσει· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν Ζ μετρήσει
καὶ τὸν Β. ὁ δὲ Η τὸν Ζ μετρῶν καὶ τὸν Ε μετρήσει· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν Ε μετρήσει καὶ τὸν
Β. ὁ δὲ Η τὸν Ε μετρῶν καὶ τὸν Δ μετρήσει· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν Δ μετρήσει καὶ τὸν Α. ὁ Η
ἄρα τὰ Α Β Γ Δ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὰ Κ Λ Μ Ν μετρεῖ ὁ Η. ἐπεὶ οὖν ἡ
ΑΔ τῆς ΔΕ τοσαυταπλασίων ἐστὶν ὅσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ, καὶ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ
αὐτὰ μέρη ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ καὶ ἡ ΑΗ τοῦ Δ. ἀλλὰ ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ μέτρον ἐστὶ τὸν Η, καὶ
τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ἡ ΑΖ τοῦ Γ καὶ ἡ ΑΗ τοῦ Δ. ὁ Η ἄρα τὸν Ζ μετρῶν
καὶ

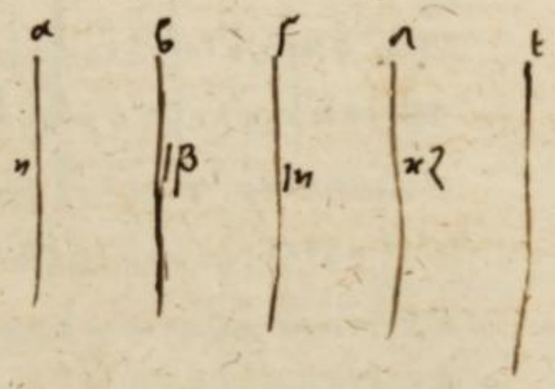

α
β
γ
δ
ε
ζ
δ
ε
θ

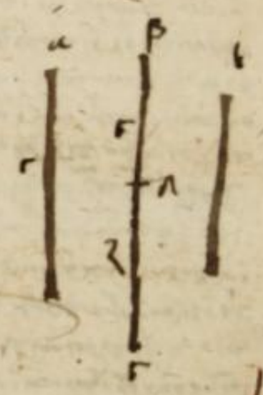
α
β
γ
δ
α
β
γ

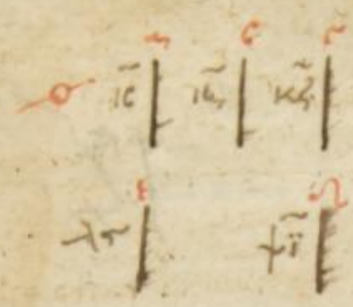
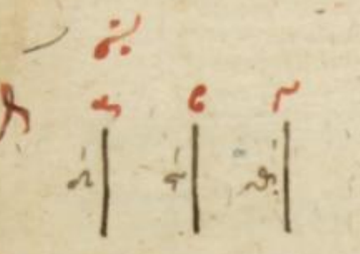
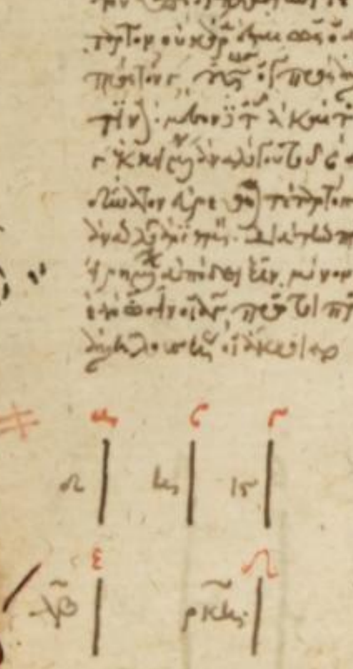
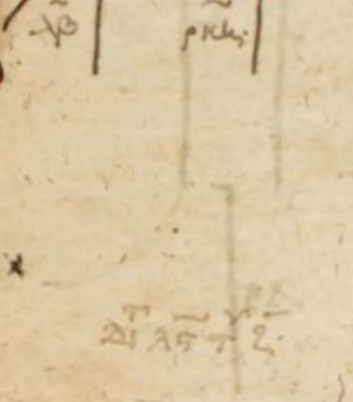
α
β
γ

ιζ΄

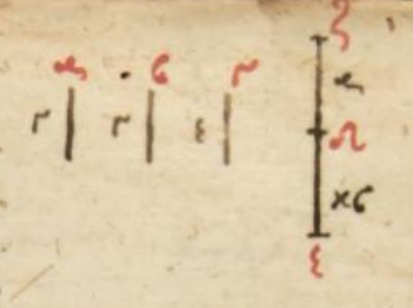
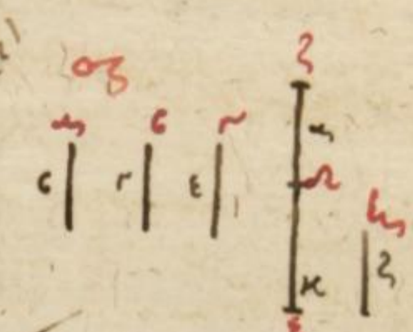
Ἐὰν ὦσι ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον· οἱ δὲ ἀκραίτε πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οἰκείῳ ὢν ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά. ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἀκραίτε πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, πρῶτος πρὸς ἄλλον τινὰ ἐὰν μετρῇ· καὶ ὁ μετρούμενος οἰκείῳ ὢν ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τέταρτον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά, ὃν ὁ πρῶτος μετρεῖ· ὡσαύτως ἐπὶ ἴσης τοῦ τε δευτέρου καὶ τοῦ τετάρτου. ὃν γὰρ τρόπον ὁ πρῶτος τὸν δεύτερον, τοῦτον τρόπον καὶ ὁ τρίτος τὸν τέταρτον· καὶ ὃν τρόπον ὁ τρίτος τὸν τέταρτον, τοῦτον τρόπον καὶ ὁ πέμπτος τὸν ἕκτον. ὁ γὰρ πρῶτος τοῦ δευτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου καὶ ὁ πέμπτος τοῦ ἕκτου. ἔστω ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· οἱ δὲ Α, Γ, Ε πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι ὁ μὲν Α τὸν Β μετρεῖ, ὁ δὲ Γ τὸν Δ μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Ζ μετρεῖ, καὶ ὁ μὲν Α τὸν Β μετρούμενος οἰκείῳ ἐστὶν ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ δὲ Γ τὸν Δ μετρούμενος οἰκείῳ ἐστὶν ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ.

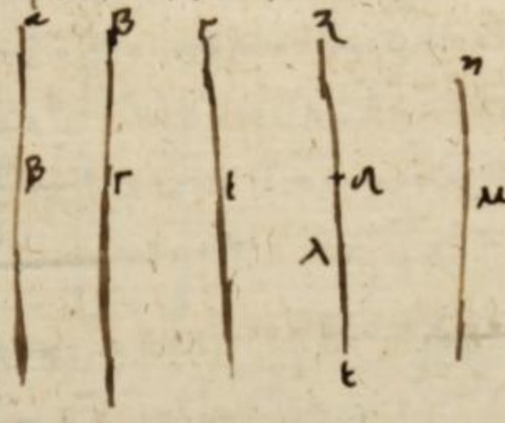


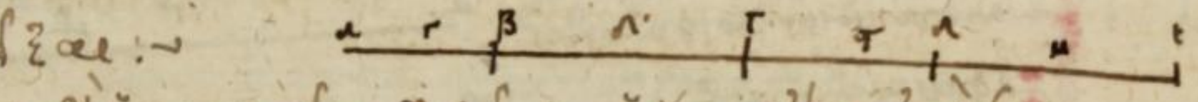


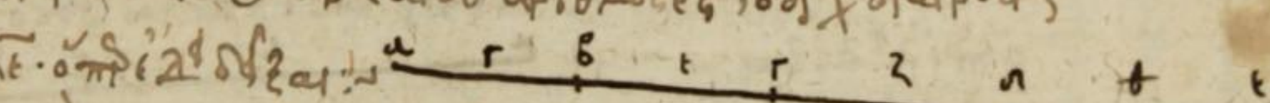
Ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β, Γ, Δ ἀριθμοὶ ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ εἰσὶν οἱ Α, Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, πρῶτος δὲ καὶ ὁ πρὸς ἀλλήλους ἐλάχιστος μετρεῖ δὲ ὁ ἐλάχιστος τοὺς πρὸς ἀλλήλους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἴσακις ὁ μὲν ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον ὁ δὲ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ἐναλλὰξ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ, καὶ εἰσὶν οἱ Α, Γ πρῶτοι



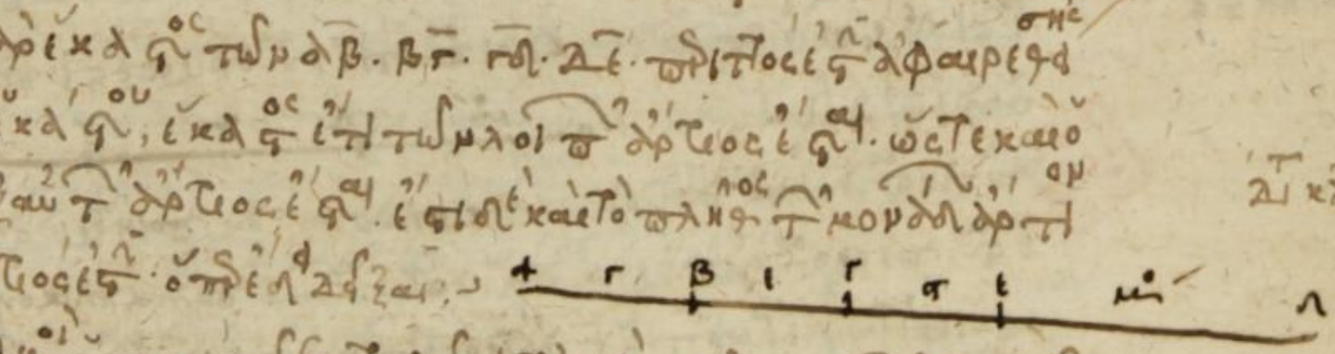
Πρῶτον ἀριθμὸν δυσθαύτως ἐστὶν ἐν ἄλλῳ ἀριθμῷ ὁ μὴ μετρεῖται κατὰ τινα μονάδα μετρουμένην τὸν προτεθέντα ἀριθμόν. ἐστω ὁ δοθεὶς πρῶτος ἀριθμὸς ὁ Α, καὶ ὁ Β ἀριθμὸς δυσθαύτως ἐστὶν ἐν ἄλλῳ ἀριθμῷ ὁ μὴ μετρεῖται κατὰ τινα μονάδα μετρουμένην τὸν Α. λέγω ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν Β πρῶτός ἐστιν. εἰ γὰρ μή, ὑπὸ τινος ἄρα μετρηθήσεται ὁ Α ἀριθμοῦ. μετρείσθω ὑπὸ τοῦ Γ. καὶ ὁ Β τὸν Γ μὴ μετρεῖτω. ἐπεὶ οὖν ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ, ὁ δὲ Α τὸν Δ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Β μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ὁ δὲ Β τὸν Ε, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ε μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ε μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ε μετρεῖ, ὁ δὲ Ε τὸν Ζ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ζ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ζ μετρεῖ, ὁ δὲ Ζ τὸν Η, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Η μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Η μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Η μετρεῖ, ὁ δὲ Η τὸν Θ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Θ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Θ μετρεῖ, ὁ δὲ Θ τὸν Κ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Κ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Κ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Κ μετρεῖ, ὁ δὲ Κ τὸν Λ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Λ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Λ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Λ μετρεῖ, ὁ δὲ Λ τὸν Μ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Μ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Μ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Μ μετρεῖ, ὁ δὲ Μ τὸν Ν, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ν μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ν μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ν μετρεῖ, ὁ δὲ Ν τὸν Ξ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ξ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ξ μετρεῖ, ὁ δὲ Ξ τὸν Ο, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ο μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ο μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ο μετρεῖ, ὁ δὲ Ο τὸν Π, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Π μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Π μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Π μετρεῖ, ὁ δὲ Π τὸν Ρ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ρ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ρ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ρ μετρεῖ, ὁ δὲ Ρ τὸν Σ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Σ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Σ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Σ μετρεῖ, ὁ δὲ Σ τὸν Τ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Τ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Τ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Τ μετρεῖ, ὁ δὲ Τ τὸν Υ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Υ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Υ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Υ μετρεῖ, ὁ δὲ Υ τὸν Φ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Φ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Φ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Φ μετρεῖ, ὁ δὲ Φ τὸν Χ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Χ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Χ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Χ μετρεῖ, ὁ δὲ Χ τὸν Ψ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ψ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ψ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ψ μετρεῖ, ὁ δὲ Ψ τὸν Ω, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ω μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ω μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ω μετρεῖ, ὁ δὲ Ω τὸν Αα, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Αα μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Αα μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Αα μετρεῖ, ὁ δὲ Αα τὸν Ββ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ββ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ββ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ββ μετρεῖ, ὁ δὲ Ββ τὸν Γγ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Γγ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Γγ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Γγ μετρεῖ, ὁ δὲ Γγ τὸν Δδ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Δδ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Δδ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δδ μετρεῖ, ὁ δὲ Δδ τὸν Εε, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Εε μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Εε μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Εε μετρεῖ, ὁ δὲ Εε τὸν Ζζ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ζζ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ζζ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ζζ μετρεῖ, ὁ δὲ Ζζ τὸν Ηη, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ηη μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ηη μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ηη μετρεῖ, ὁ δὲ Ηη τὸν Θθ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Θθ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Θθ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Θθ μετρεῖ, ὁ δὲ Θθ τὸν Ιι, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ιι μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ιι μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ιι μετρεῖ, ὁ δὲ Ιι τὸν Κκ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Κκ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Κκ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Κκ μετρεῖ, ὁ δὲ Κκ τὸν Λλ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Λλ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Λλ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Λλ μετρεῖ, ὁ δὲ Λλ τὸν Μμ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Μμ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Μμ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Μμ μετρεῖ, ὁ δὲ Μμ τὸν Νν, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Νν μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Νν μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Νν μετρεῖ, ὁ δὲ Νν τὸν Ξξ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ξξ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ξξ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ξξ μετρεῖ, ὁ δὲ Ξξ τὸν Οο, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Οο μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Οο μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Οο μετρεῖ, ὁ δὲ Οο τὸν Ππ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ππ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ππ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ππ μετρεῖ, ὁ δὲ Ππ τὸν Ρρ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ρρ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ρρ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ρρ μετρεῖ, ὁ δὲ Ρρ τὸν Σσ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Σσ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Σσ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Σσ μετρεῖ, ὁ δὲ Σσ τὸν Ττ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ττ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ττ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ττ μετρεῖ, ὁ δὲ Ττ τὸν Υυ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Υυ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Υυ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Υυ μετρεῖ, ὁ δὲ Υυ τὸν Φφ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Φφ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Φφ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Φφ μετρεῖ, ὁ δὲ Φφ τὸν Χχ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Χχ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Χχ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Χχ μετρεῖ, ὁ δὲ Χχ τὸν Ψψ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ψψ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ψψ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ψψ μετρεῖ, ὁ δὲ Ψψ τὸν Ωω, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Ωω μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ. ὁ Γ ἄρα τοὺς Δ, Ωω μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Ωω μετρεῖ, ὁ δὲ Ω

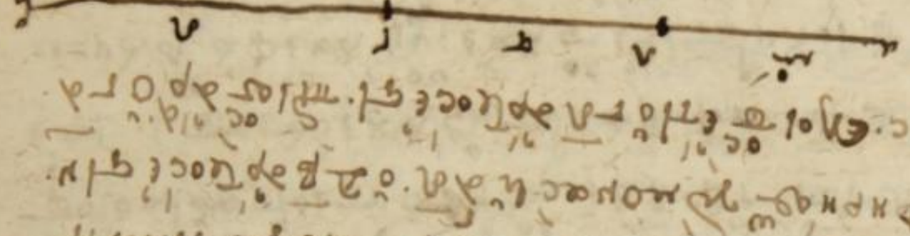


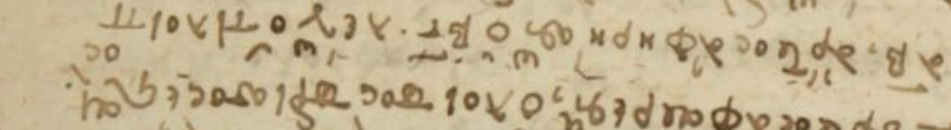


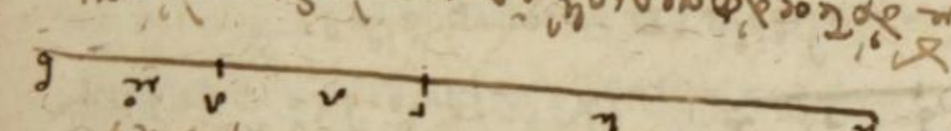


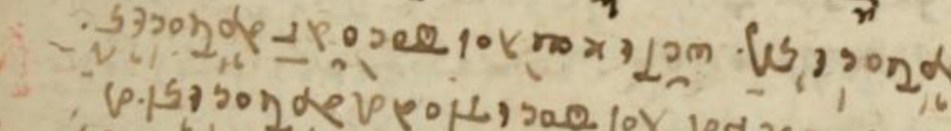


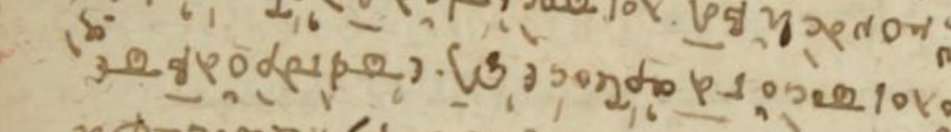


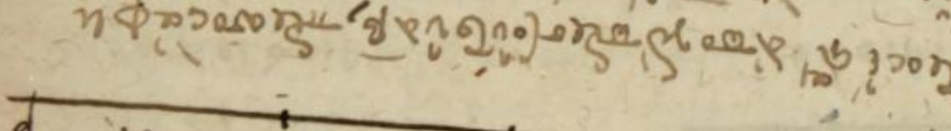

٨
٢
٣
٨
٤
٥

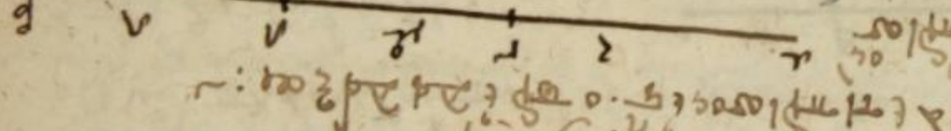

٨
٤
٢
٨
٤
٦

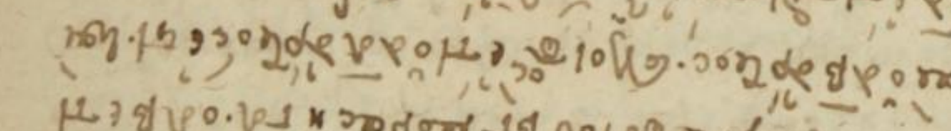

٨
٤
٢
٨
٤
٦

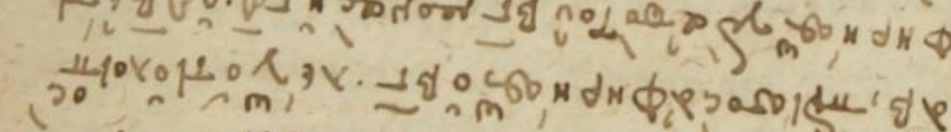

٨
٤
٢
٨
٤
٦

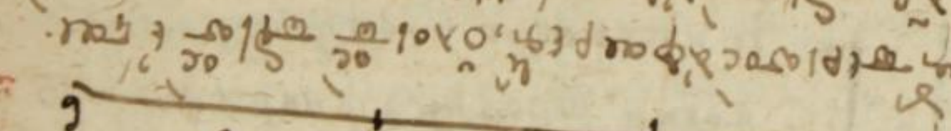

٨
٤
٢
٨
٤
٦

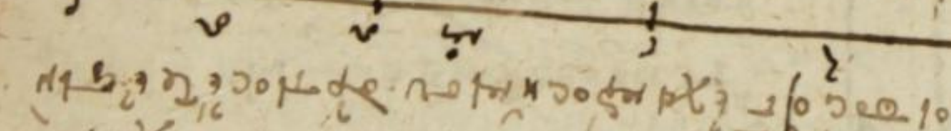

٨
٤
٢
٨
٤
٦


٨
٤
٢
٨
٤
٦


٨
٤
٢
٨
٤
٦

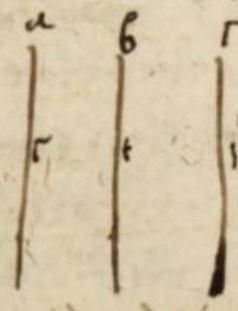

٨
٤
٢
٨
٤
٦


٨
٤
٢
٨
٤
٦

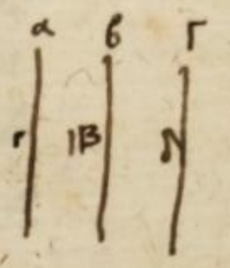

٨
٤
٢
٨
٤
٦

ἀρτιος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν ὅ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυ αὐτοῦ ἔχοντα μετρήσει, ὁ καὶ τὸν αὐτὸν μετρήσει. μετρείτω γὰρ περισσὸς ἀριθμὸς ὁ Α περισσοῦ τὸν Β, καὶ τὸν ἥμισυ αὐτοῦ ἔχοντα μετρήσει. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, καὶ τὸν Β ἄρα μετρήσει ὁ Α κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ἐστιν ὁ Β ἄρτιος πλήθει· καὶ τοῦ Α ἄρα ἄρτιον μέρος ἐστὶ τὸ ἥμισυ. ἔστω τὸ Γ· καὶ ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὸν Γ, καὶ τὸν Β ἄρα μετρήσει ὁ Α κατὰ τὸν Γ, ὁ καὶ τὸν ἥμισυ αὐτοῦ ἔχοντα μετρήσει. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ Β ἄρτιος πλήθει· καὶ τοῦ Α ἄρα ἄρτιον μέρος ἐστὶ τὸ ἥμισυ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρὸς ἄρτιον ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

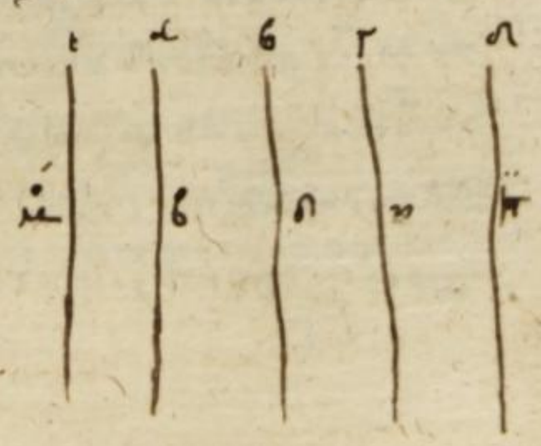


ἐὰν γὰρ μὴ ᾖ ὁ Α πρὸς τὸν Β πρῶτος, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Β μετρεῖ, καὶ τὸν ἥμισυ αὐτοῦ ἔχοντα μετρήσει. ἔστω τὸ Γ· καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὸν Γ, καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρήσει κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ἐστὶν ὁ Β ἄρτιος πλήθει· καὶ τοῦ Α ἄρα ἄρτιον μέρος ἐστὶ τὸ ἥμισυ. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ὁ Δ τὸν Β μετρήσει. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ μονὰς ἄλλος τις τὸν Β μετρήσει. πρῶτος ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρὸς τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

ἐὰν γὰρ μὴ ᾖ ὁ Α πρὸς τὸν Β πρῶτος, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, καὶ τὸν ἥμισυ αὐτοῦ ἔχοντα μετρήσει. ἔστω τὸ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὸν Δ, καὶ τὸν Β ἄρα μετρήσει ὁ Γ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ἐστὶν ὁ Β ἄρτιος πλήθει· καὶ τοῦ Γ ἄρα ἄρτιον μέρος ἐστὶ τὸ ἥμισυ. τοῦ δὲ Γ περισσοῦ ὄντος καὶ τὸν Β μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ἐστὶν ὁ Β ἄρτιος πλήθει· καὶ τοῦ Γ ἄρα ἄρτιον μέρος ἐστὶ τὸ ἥμισυ. τοῦ δὲ Γ περισσοῦ ὄντος καὶ τὸν Β μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ἐστὶν ὁ Β ἄρτιος πλήθει· καὶ τοῦ Γ ἄρα ἄρτιον μέρος ἐστὶ τὸ ἥμισυ. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ὁ Γ τὸν Β μετρήσει. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ μονὰς ἄλλος τις τὸν Β μετρήσει. πρῶτος ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, καὶ γενόμενος ἐξ αὐτῶν τετράγωνος ἔσται.



δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τὸν Γ ποιείτωσαν· λέγω ὅτι ὁ Γ τετράγωνος ἔσται. ὁ γὰρ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τοὺς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρείτω κατὰ τὸν Δ· ἡ Δ ἄρα τοὺς ἐν τῷ Β ἀριθμοὺς ἑκάστους ἀριθμοὺς ποιεῖ τὸν Γ. ἔστω ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Β οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τοὺς ἐν τῷ Β ἑκάστους ἀριθμοὺς ποιεῖ τὸν Γ, καὶ ἐστὶν ὁ Β ἀριθμὸς ὁ ἐν αὐτῷ ἄρα ἐστὶ τὸν Γ ἀριθμὸν

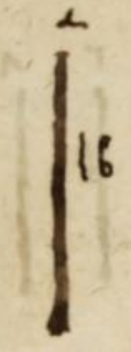
ἀριθμὸς τὸν μεσον ἐχων πλευρὰν, ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερὸν. ὁ γὰρ μέσος αὐτοῦ πλευρὰν ἀρτιάκις λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον.

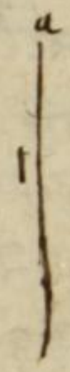
ιβ

Ὁ δὲ, τὸν μέσον ἐχων πλευράν. λέγω ὅτι ὁ δὲ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. ὁ γὰρ μέσος αὐτοῦ πλευρὰν ἀρτιάκις λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον.

ιγ

Ὁ ἀρτιάκις ἀρτίου ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονὰς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. καὶ ἀρτιάκις πλατὺς ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς.





ιδ

Ὁ δὲ, τὸν μέσον ἐχων πλευράν. λέγω ὅτι ὁ δὲ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. ὁ γὰρ μέσος αὐτοῦ πλευρὰν ἀρτιάκις λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον.

ιε

Ὁ ἀρτιάκις ἀρτίου ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονὰς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. καὶ ἀρτιάκις πλατὺς ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς.

ιϛ

Ὁ δὲ, τὸν μέσον ἐχων πλευράν. λέγω ὅτι ὁ δὲ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. ὁ γὰρ μέσος αὐτοῦ πλευρὰν ἀρτιάκις λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον.

ιζ

Ὁ ἀρτιάκις ἀρτίου ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονὰς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. καὶ ἀρτιάκις πλατὺς ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς.

ιη

Ὁ δὲ, τὸν μέσον ἐχων πλευράν. λέγω ὅτι ὁ δὲ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. ὁ γὰρ μέσος αὐτοῦ πλευρὰν ἀρτιάκις λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον.

ιθ

Ὁ ἀρτιάκις ἀρτίου ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονὰς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. καὶ ἀρτιάκις πλατὺς ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς.

κ

Ὁ δὲ, τὸν μέσον ἐχων πλευράν. λέγω ὅτι ὁ δὲ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. ὁ γὰρ μέσος αὐτοῦ πλευρὰν ἀρτιάκις λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον.

κα

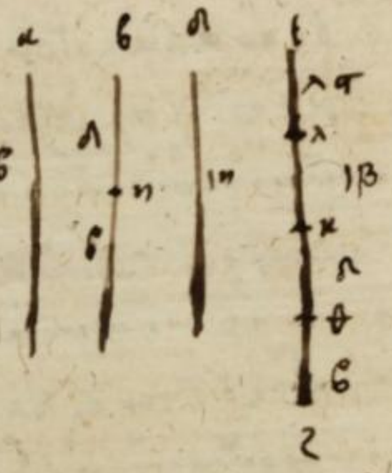
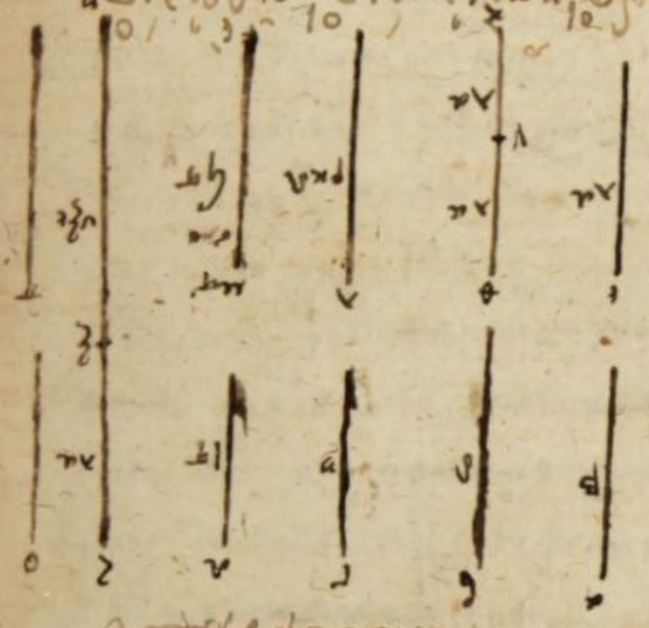
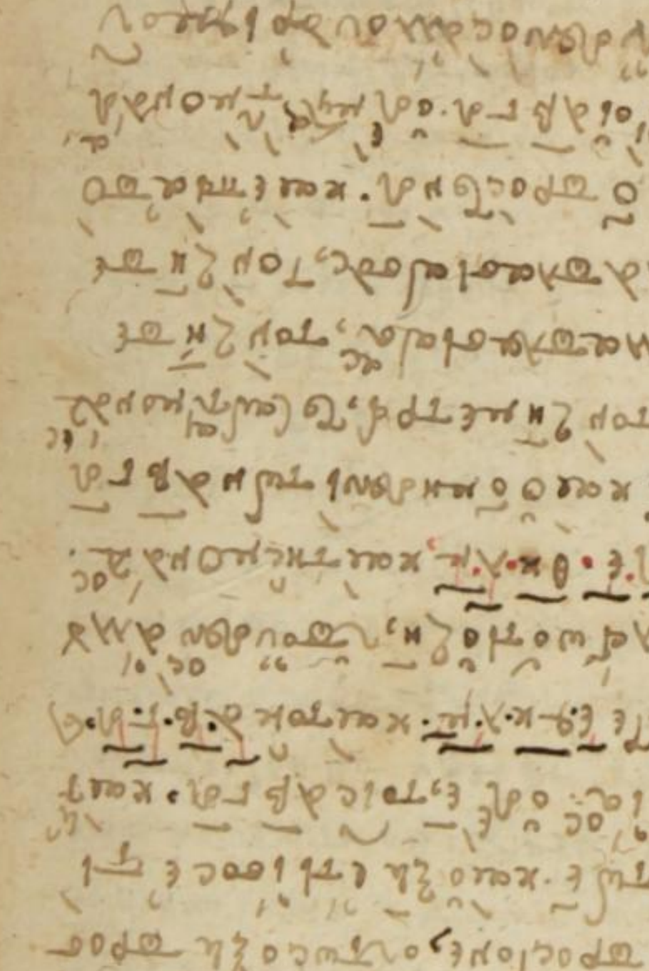
Ὁ ἀρτιάκις ἀρτίου ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονὰς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. καὶ ἀρτιάκις πλατὺς ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς.

κβ

Ὁ δὲ, τὸν μέσον ἐχων πλευράν. λέγω ὅτι ὁ δὲ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις πλατύς ἐστι φανερόν. ὁ γὰρ μέσος αὐτοῦ πλευρὰν ἀρτιάκις λέγω δὲ ὅτι καὶ μόνον. ἐπεὶ γὰρ ὁ δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου καὶ ἄρτιον ἀρίθμει. ὥστε καὶ ὁ μέσος αὐτοῦ μετρηθήσεται καὶ τὸ ἀρτίου ἀρίθμει πλατὸς ὢν ὁ πρὸς ἀπόν. ὁ δὲ ἐπὶ ἀρὰ ἀρτιάκις πλατύς ἐστι μόνον.

κγ

Ὁ ἀρτιάκις ἀρτίου ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονὰς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. καὶ ἀρτιάκις πλατὺς ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς. ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμὸς μήκει τῶν ἀπὸ δυοῖν ἀνίσων ἀρτίων τετραγώνων ἴσος ἐστὶν ὧν ἡ ἔλασσων μονάς ἐστιν, καὶ ἡ μείζων τὸν μέσον ἐχων πλευράν, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις πλατύς.


α
β
γ
δ
ε
ϛ
ζ
η
ιβ



ε

αἰ ου ἐ τιε ἐ τι μ ὡς ὁ β προ στον δ, ὃ ἐ προ στον λ· ὃ ἐ τι σκ τῶν μ βλ ἰσ ὁ ὃ
ἐ τὶ τῶν σκ τῶν μ εδ· ἀλλ ὡ σκ τῶν μ εδ, ἰᾶ ἐ τὶ τῶν σκ τῶν μ τ ο· καὶ ὁ σκ-
τῶν μ τ ὁ ἐ τι ἰᾶ ἐ τὶ τῶν σκ τῶν μ βλ· ἐ τι μ ἐ τι ὡς ὁ τ προ στον β,
ὅλ προ στον ὁ· καὶ ε τι μ ὁ τ τῶν β ὅ αὐ τὸς· καὶ ὁ λ ἀρ ἀ τῶ ὁ ε ὃ
ὅ αὐ τὸς· ὁ τ ἀ δι ᾴ με τρον· ὁ γὰ ὁ ν τ ὸ κδ τῆ μ ε σον ἐ τῶν σκ κε ἐ
μεν ὅ αὐ τὸς· οὐ κ ἀ ρ ά τον ἐ στὶ μ ε ρι σμὸ τε ἀ ρι θ μ ὸς τ ὸν μ
λβ τὰ ιθ κλ μ· ἐ τι σὸ μ οι ὁ καὶ ἡ μ ο μ ας μ ε τ ρ οῖ τ ὸν ἐ κ· ὡ σὰ
ἐ δι ε χθη σ ὰν ἐ ξ ή· τοῖς ἀ β τὰ ιθ φ κλ μ καὶ τ ὴ μ ο μ ἀ δι ὸ σ· τε
λ φος δὲ ἀ ρι θ μ ός ἐ στι ν, ὃ τοῖς ἑ αυ τοῦ μ ε ρ ε σὶ μ ἴ σος ὢ ν· τε λ φος
ἐ στὶ ν ὁ ἐ κ· ὃ ὅ π ε ρ ἔ δ ε ι δ ε ῖ ξ αι·

† ἰω ὁ ἡ ν πε λ ρ ἰ κ ν ο τ ὸ ν χ ρ τ α σ η ν ὁ·
† ὁ π λ ω τ ι ω μ ε ξ ε ὶ δ η ν ὑ ι ὸ ν δ ο ν ξ α σ ὁ φ ι λ ο σ φ ω·
ὕ π ῆ ρ χ ε π ρ ὸ τ ῆ κ δ ι κ α σ τ ῆ ς ἀ ν τ ι ω χ ε ί α ς τ η ν ὁ
ν ῶ μ α δ ὲ λ α ν κ λ η σ ι ν δ ι ὰ κ ο ι ν ῆ ς ἀ γ ά π η ς ὁ
ὃ ς λ α β ὼ ν ἐ ξ ε ι μ ὼ ν τ ὸ ν π ο λ ι τ ι κ ὸ ν β ί ο ν ἐ π ὶ τ ὴ ν
ἐ κ κ λ η σ ί α ν τ ο ῦ θ ε ο ῦ ἐ π ὶ σ κ ο π ὸ ς τ ῆ ς π ό λ ε ω ς
ἐ γ έ ν ε τ ο· ἀ ν ὴ ρ, λ ό γ ι ο ς ὢ ν κ α ὶ φ ι λ ό
σ ο φ ο ς ἐ π ὶ π λ ε ῖ σ τ ο ν· λ α λ ί κ ὸ ς· τ ὴ ν ε μ ὴ κ α ὶ ὁ
σ τ ο μ ά ν· κ α ὶ ὡ ς τ ὸ φ ε ῦ ν μ ὲ ν δ ο ν π ρ ὶ ὁ ν τ ι
π ε λ ὸ ς σ τ ῶ ν π ο λ ι τ ῶ ν ἀ ν ῆ ρ ἐ γ έ ν ε τ ο σ ὸ ν
ο ἰ κ ε ί ω ν ὁ δ η γ ὸ ς δ ὲ κ α ὶ ν ο μ ο δ ι δ ά σ κ α λ ο ς ἐ γ έ ν ε τ ο
π ρ ὸ τ ῆ ς κ δ ι κ α σ τ ῆ ς ἀ ν τ ι ω χ ε ί α ς τ ῶ ν κ λ η ρ ι κ ῶ ν ἐ σ τ ὶ
δ ὲ ὁ κ α θ η γ η τ ὴ ς τ ῆ ς κ α θ ο λ ι κ ῆ ς ἐ κ κ λ η σ ί α ς ὃ ς δ η
π ο λ λ ο ὺ ς κ α ὶ ἐ ν δ ό ξ ο υ ς ἐ π ο ι ή σ α τ ο τ ῶ ν ἐ ν τ ῆ
χ ρ ι σ τ ι α ν ῆ π ο λ ι τ ε ί α ι· ἐ π ὶ τ ο σ ο ῦ τ ο ν δ ὲ ἐ π ε ρ ρ ώ σ θ η
ὥ σ τ ε ἐ ν τ ῆ π ρ ὸ τ ο ῦ π ά σ χ α ἑ β δ ο μ ά δ ι κ α ὶ τ ῆ ἁ γ ί α
π έ μ π τ η ἡ μ έ ρ ᾳ τ ῶ ν ἁ γ ί ω ν ἀ π ο σ τ ό λ ω ν κ ο ι μ ᾶ τ ο ι,

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας,
οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἕξουσιν τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α τὸν Β καὶ τὸν Γ πολλαπλασιάσας τοὺς Δ καὶ Ε ποιείτω·
λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Δ ἄρα τὸν Α
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Ε τὸν Α κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ
μονάδας· ὁ Α ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. ὁ Α ἄρα τὸν Δ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β καὶ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας· ὥστε ὁ Β καὶ ὁ Γ τὸν Δ
μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας. ἔστω οὖν αὐτῶν μονάδες ἑκάστῳ
ἴσος ὁ Ζ· ὁ Ζ ἄρα ἑκάτερον τῶν Β, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας.
μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Α τὸν Δ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Ζ ἄρα τὸν Α κατὰ τὰς
ἐν τῷ Β μονάδας μετρεῖ. ἔστω οὖν αὐτῶν μονάδες ἑκάστῳ ἴσος ὁ Η· ὁ Η ἄρα
ἑκάτερον τῶν Α, Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἐπεὶ οὖν ὁ Η τὸν Α
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας, ὁ δὲ Β τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ζ
μονάδας, ὁ Η ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ζ μονάδας· ὁ Α ἄρα τὸν Δ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Η μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Ε τὸν Α κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ
μονάδας· ὁ Η ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας. ὁ Η ἄρα τὸν Γ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας· ὁ Γ ἄρα τὸν Ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Η
μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. ἀλλ' ὡς ὁ Η
πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ
πρὸς τὸν Ε.

Ἐὰν ἄρα δύο ἀριθμοὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας,
οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἕξουσιν τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'

Ἀριθμοῦ δοθέντος τὰ ἐπίπεδα καὶ στερεὰ ἀριθμοὺς εὑρεῖν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ὁ Α· δεῖ δὴ τοῦ Α τὰ ἐπίπεδα καὶ στερεὰ ἀριθμοὺς
εὑρεῖν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Β
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας· ὁ Α ἄρα ἑκάτερον τῶν Α, Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας.
ἔστω οὖν αὐτῶν μονάδες ἑκάστῳ ἴσος ὁ Γ· ὁ Γ ἄρα ἑκάτερον τῶν Β, Α
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Α τὸν Β κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ
μονάδας· ὁ Γ ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. ὁ Γ ἄρα τὸν Β
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α καὶ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας· ὥστε ὁ Α καὶ ὁ Γ τὸν Β
μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας. ἔστω οὖν αὐτῶν μονάδες ἑκάστῳ ἴσος
ὁ Δ· ὁ Δ ἄρα ἑκάτερον τῶν Α, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ
καὶ ὁ Α τὸν Β κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας· ὁ Α ἄρα τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ
μονάδας μετρεῖ. ἔστω οὖν αὐτῶν μονάδες ἑκάστῳ ἴσος ὁ Ε· ὁ Ε ἄρα ἑκάτερον
τῶν Α, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἐπεὶ οὖν ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας, ὁ δὲ Γ τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας, ὁ Ε ἄρα
τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ
Ε μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. ἀλλ' ὡς ὁ Α
πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Ε πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Β
πρὸς τὸν Γ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα
τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Δ τὸν Α κατὰ τὰς ἐν
τῷ Β μονάδας· ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. ὁ Γ ἄρα τὸν Α
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β καὶ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὥστε ὁ Β καὶ ὁ Δ τὸν Α
μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας. ἔστω οὖν αὐτῶν μονάδες ἑκάστῳ ἴσος
ὁ Ζ· ὁ Ζ ἄρα ἑκάτερον τῶν Β, Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ
καὶ ὁ Γ τὸν Α κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Ζ ἄρα τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β
μονάδας μετρεῖ. ἔστω οὖν αὐτῶν μονάδες ἑκάστῳ ἴσος ὁ Η· ὁ Η ἄρα ἑκάτερον
τῶν Γ, Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἐπεὶ οὖν ὁ Η τὸν Γ μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Β μονάδας, ὁ δὲ Β τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ζ μονάδας, ὁ Η ἄρα
τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ζ μονάδας· ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ
Η μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Ε τὸν Α κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας· ὁ Η ἄρα τὸν Γ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας. ὁ Η ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε
μονάδας· ὁ Γ ἄρα τὸν Ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Η μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η
πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. ἀλλ' ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς
τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε.

Τοῦ ἄρα δοθέντος ἀριθμοῦ τὰ ἐπίπεδα καὶ στερεὰ ἀριθμοὺς εὕρηται καὶ
ἐν οἷς λόγοις εἰσίν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιε'

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ ὁ μείζων πρὸς τὸν ἐλάσσονα
πρῶτος ἔσται πρὸς ἀλλήλους.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν οἱ Α, Β, μείζων δὲ ὁ Α·
λέγω ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β πρῶτος ἔσται.

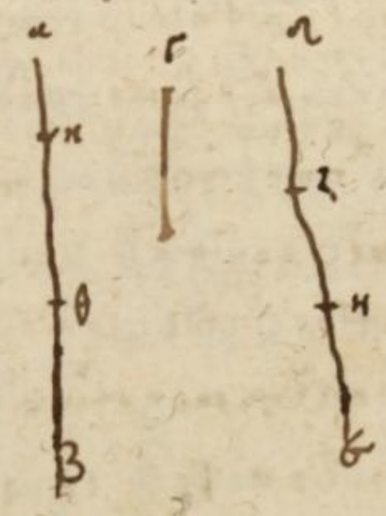
Εἰ γὰρ μὴ εἰσὶν οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις ἀριθμὸς
αὐτούς. μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, τοσαῦται
μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Δ· ὁ Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας.
μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Β κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Γ ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. ὁ Γ ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ καὶ τὰς ἐν τῷ Γ
μονάδας· ὥστε ὁ Δ καὶ ὁ Γ τὸν Β μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας.
ἔστω οὖν αὐτῶν μονάδες ἑκάστῳ ἴσος ὁ Ε· ὁ Ε ἄρα ἑκάτερον τῶν Δ, Γ μετρεῖ
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Α κατὰ τὰς ἐν τῷ Β
μονάδας· ὁ Ε ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β·
ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μετρεῖ.
συγκείσθω ὁ Ζ· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Ε τὸν Ζ μετρεῖ,
τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Η· ὁ Η ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Ε τὸν Ζ κατὰ τὰς ἐν τῷ Η μονάδας· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Η μονάδας. ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Η καὶ
τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας· ὥστε ὁ Η καὶ ὁ Ε τὸν Ζ μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς
μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Η ἄρα
τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Η ἄρα τοὺς Α,
Β μετρεῖ· ὁ Η ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ Θ· ὁ Η ἄρα
τὸν Θ μετρεῖ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Η τὸν Θ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν
τῷ Κ· ὁ Κ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Η τὸν
Θ κατὰ τὰς ἐν τῷ Κ μονάδας· ὁ Η ἄρα τὸν Θ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Κ
μονάδας. ὁ Η ἄρα τὸν Θ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Κ καὶ τὰς ἐν τῷ Η μονάδας·
ὥστε ὁ Κ καὶ ὁ Η τὸν Θ μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ
ὁ Η τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Κ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν
τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Κ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Κ ἄρα καὶ
τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ Λ· ὁ Κ ἄρα τὸν Λ μετρεῖ. καὶ ὁσάκις
μὲν ὁ Κ τὸν Λ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Μ· ὁ Μ ἄρα τὸν Λ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Κ τὸν Λ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ
μονάδας· ὁ Κ ἄρα τὸν Λ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας. ὁ Κ ἄρα τὸν Λ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ καὶ τὰς ἐν τῷ Κ μονάδας· ὥστε ὁ Μ καὶ ὁ Κ τὸν Λ
μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Κ τὸν Α μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Μ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ
δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Μ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Μ ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον
μετρεῖ. ἔστω ὁ Ν· ὁ Μ ἄρα τὸν Ν μετρεῖ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Μ τὸν Ν μετρεῖ,
τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ξ· ὁ Ξ ἄρα τὸν Ν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Μ τὸν Ν κατὰ τὰς ἐν τῷ Ξ μονάδας· ὁ Μ ἄρα τὸν Ν
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ξ μονάδας. ὁ Μ ἄρα τὸν Ν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ξ καὶ
τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας· ὥστε ὁ Ξ καὶ ὁ Μ τὸν Ν μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς
μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Μ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Ξ ἄρα
τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Ξ ἄρα τοὺς Α,
Β μετρεῖ· ὁ Ξ ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ Ο· ὁ Ξ ἄρα τὸν
Ο μετρεῖ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Ξ τὸν Ο μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Π·
ὁ Π ἄρα τὸν Ο μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Ξ τὸν Ο κατὰ
τὰς ἐν τῷ Π μονάδας· ὁ Ξ ἄρα τὸν Ο μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Π μονάδας. ὁ Ξ ἄρα
τὸν Ο μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Π καὶ τὰς ἐν τῷ Ξ μονάδας· ὥστε ὁ Π καὶ ὁ Ξ τὸν
Ο μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ξ τὸν Α μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Π ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ
δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Π ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Π ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον
μετρεῖ. ἔστω ὁ Ρ· ὁ Π ἄρα τὸν Ρ μετρεῖ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Π τὸν Ρ μετρεῖ,
τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Σ· ὁ Σ ἄρα τὸν Ρ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Π τὸν Ρ κατὰ τὰς ἐν τῷ Σ μονάδας· ὁ Π ἄρα τὸν Ρ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Σ μονάδας. ὁ Π ἄρα τὸν Ρ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Σ καὶ
τὰς ἐν τῷ Π μονάδας· ὥστε ὁ Σ καὶ ὁ Π τὸν Ρ μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς
μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Π τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Σ ἄρα
τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Σ ἄρα τοὺς Α,
Β μετρεῖ· ὁ Σ ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ Τ· ὁ Σ ἄρα τὸν
Τ μετρεῖ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Σ τὸν Τ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Υ·
ὁ Υ ἄρα τὸν Τ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Σ τὸν Τ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Υ μονάδας· ὁ Σ ἄρα τὸν Τ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Υ μονάδας. ὁ Σ ἄρα
τὸν Τ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Υ καὶ τὰς ἐν τῷ Σ μονάδας· ὥστε ὁ Υ καὶ ὁ Σ τὸν
Τ μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Σ τὸν Α μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Υ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ
δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Υ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Υ ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον
μετρεῖ. ἔστω ὁ Φ· ὁ Υ ἄρα τὸν Φ μετρεῖ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Υ τὸν Φ μετρεῖ,
τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Χ· ὁ Χ ἄρα τὸν Φ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ
μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Υ τὸν Φ κατὰ τὰς ἐν τῷ Χ μονάδας· ὁ Υ ἄρα τὸν Φ
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Χ μονάδας. ὁ Υ ἄρα τὸν Φ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Χ καὶ
τὰς ἐν τῷ Υ μονάδας· ὥστε ὁ Χ καὶ ὁ Υ τὸν Φ μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς
μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Υ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Χ ἄρα
τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Χ ἄρα τοὺς Α,
Β μετρεῖ· ὁ Χ ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ Ψ· ὁ Χ ἄρα τὸν
Ψ μετρεῖ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Χ τὸν Ψ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ω·
ὁ Ω ἄρα τὸν Ψ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Χ τὸν Ψ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Ω μονάδας· ὁ Χ ἄρα τὸν Ψ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ω μονάδας. ὁ Χ ἄρα
τὸν Ψ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ω καὶ τὰς ἐν τῷ Χ μονάδας· ὥστε ὁ Ω καὶ ὁ Χ τὸν
Ψ μετροῦσιν κατὰ τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Χ τὸν Α μετρεῖ κατὰ
τὰς ἐν τῷ Β μονάδας· ὁ Ω ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ
δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Ω ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Ω ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον
μετρεῖ. ἔστω ὁ Α Ω· ὁ Α Ω ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ
δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν
συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ Β Α· ὁ Α Ω ἄρα τὸν Β Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β
μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Β Α, Α μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ
τὸν λοιπὸν τὸν Β μετρεῖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Β μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Α, Β
μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ Β Ω· ὁ Α Ω ἄρα
τὸν Β Ω μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς
Β Ω, Α μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ τὸν λοιπὸν τὸν Β μετρεῖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Β
μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον
μετρεῖ. ἔστω ὁ Β Ω· ὁ Α Ω ἄρα τὸν Β Ω μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας.
μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Β Ω, Α μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ τὸν λοιπὸν
τὸν Β μετρεῖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Β μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Α Ω
ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ Β Ω· ὁ Α Ω ἄρα τὸν Β Ω
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Β Ω, Α
μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ τὸν λοιπὸν τὸν Β μετρεῖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Β μετρεῖ· ὁ Α Ω
ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ
Β Ω· ὁ Α Ω ἄρα τὸν Β Ω μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α·
ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Β Ω, Α μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ τὸν λοιπὸν τὸν Β μετρεῖ. ἀλλὰ μὴν
καὶ τὸν Β μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· ὁ Α Ω ἄρα καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν
συγκείμενον μετρεῖ. ἔστω ὁ Β Ω· ὁ Α Ω ἄρα τὸν Β Ω μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β
μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α· ὁ Α Ω ἄρα τοὺς Β Ω

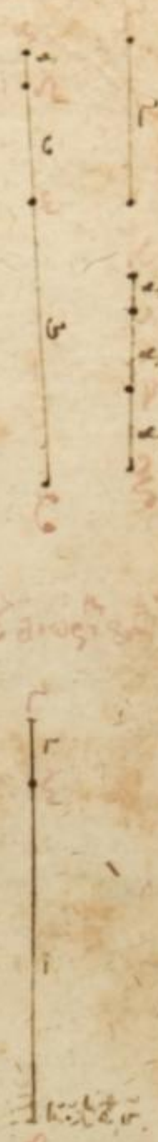
καὶ ἐστὶ μᾶλλον ἐστὶ τὸ ΔΕ τοῦ ΑΒ καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΔΕ τοῦ ΔΗ ἥμισυ ὅ ἐστὶ τὸ ΔΘ, ἀπὸ δὲ τοῦ ΑΒ μᾶλλον τοῦ ἡμίσεός ἐστὶ τὸ ΑΚ· λοιπὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΚΒ λοιποῦ τοῦ ΘΔ μᾶλλόν ἐστι· καὶ ἐστὶ μᾶλλον ἐστὶ τὸ ΗΛ τοῦ ΘΔ· καὶ ἀφῃρήσθω τοῦ μὲν ΗΛ ἥμισυ τὸ ΗΖ τοῦ δὲ ΘΔ μᾶλλον τοῦ ἡμίσεος τὸ ΘΚ, λοιπὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΖ τοῦ ΔΚ μᾶλλόν ἐστι· ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ ΔΖ τῷ Γ· καὶ τὸ Γ ἄρα τοῦ ΔΚ μᾶλλόν ἐστιν· ἐλάσσων ἐστὶ τὸ ΔΚ τοῦ Γ· καταλελείφθω ἄρα ἀπὸ μὲν τοῦ ΑΒ μεγέθους τὸ ΑΚ μεγέθους ὃ ἐστὶ μεῖζον ἢ ἥμισυ τοῦ Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

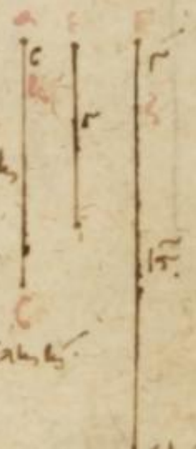
Μείωσις ἀφῃρήσεως καὶ ἥμισυ ἀπὸ ἀφαιρουμένου.

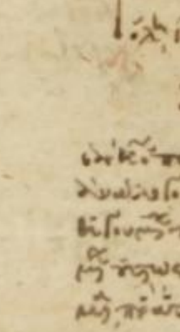
Σκέψασθω δύο μεγέθη ἀνίσα τὰ ΑΒ Γ· ἔστω δὲ μεῖζον τὸ ΑΒ· λέγω ὅτι ἐστὶ τοῦ ΑΒ μεῖζον ἢ ἥμισυ, τοῦ δὲ Γ οὐκ ἔστιν ὅπως πλασιάζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ ΑΒ μεῖζον μᾶλλον γενόμενον ἢ τὸ ὅλον· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΑΒ ἥμισυ τὸ ΑΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ τὰ μὴ ἐλάσσονα τοῦ Γ τῶν πολλαπλασίων τοῦ Γ τῶν ἀπὸ τοῦ Ε ἀρξαμένων καὶ ἀεὶ ἑξῆς τὸ ἐφεξῆς πολλαπλάσιον τοῦ Γ μὴ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ΑΒ· καὶ ἔστω τὰ τοῦ Γ πολλαπλάσια τὰ ΕΖ ΖΗ ΗΘ, καὶ ἔστω τὸ ΕΖ πολλαπλάσιον τοῦ Γ τὸ μὴ ἔλασσον τοῦ ΑΒ· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΑΒ ἥμισυ τὸ ΑΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ ΕΖ μᾶλλον τοῦ ἡμίσεος τὸ ΖΚ· καὶ τοῦτο γινέσθω, ἕως οὗ τὰ ΕΚ ΚΖ διαιρέσεις τοῦ ΕΖ ἴσα ἀριθμῷ γένηται τοῖς τοῦ ΑΒ διαιρέσεσι τοῖς ΑΔ ΔΒ· γεγονέτω δὴ καὶ τὰ ΕΚ ΚΖ ἑκάστῳ τῶν ΑΔ ΔΒ ἴσα· καὶ τοῦτο γινέσθω, ἕως καὶ τὰ ΕΚ ΚΖ διαιρέσεις τοῦ ΕΖ, ἴσα ἀριθμῷ γένηται τοῖς τοῦ ΖΗ· καὶ ἔστω τὰ ΕΚ ΚΖ ἴσα ἀριθμῷ τοῖς ΖΛ ΛΗ· ἐπεὶ οὖν τὸ ΕΖ μᾶλλόν ἐστι τοῦ ΑΒ ἢ τὸ ΖΗ τοῦ Γ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΕΖ τὸ ΖΚ ἔλασσον ὂν ἢ ἥμισυ τοῦ ΑΒ, ἀπὸ δὲ τοῦ ΖΗ τὸ ΖΛ ἔλασσον ἢ ἥμισυ τοῦ Γ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΕ τοῦ ΑΒ μᾶλλόν ἐστι ἢ τὸ ΛΗ τοῦ Γ· ἀλλὰ τὸ ΚΕ τοῖς ΑΔ ΔΒ ἐστὶν ἴσα· τὰ ΑΔ ΔΒ ἄρα τοῦ ΑΒ μᾶλλόν ἐστι ἢ τὸ ΛΗ τοῦ Γ· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒ τὸ ΑΔ ΔΒ ὑπερέχον τῷ ΑΔ ἥμισυ αὐτοῦ, τὸ δὲ Γ τὸ ΛΗ ὑπερέχον τῷ ΛΗ οὐκ ἔστιν ὅπως ἥμισυ αὐτοῦ· ἐστὶ γὰρ τὸ ΛΗ τοῦ Γ ἔλασσον ἢ ἥμισυ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων τοῦ μείζονος ἀφῃρημένου ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος μείζονος καὶ τοῦ καταλειπομένου ἀπὸ τοῦ γενομένου ἀφαιρεθέντος ἡμίσεος μείζονος καὶ ἑξῆς τοῦτο γινόμενον, ἀπολείπεταί τι μέγεθος, ὃ ἔσται ἔλασσον τοῦ ἐλάσσονος τῶν προτεθέντων μεγεθῶν τοῦ ἐξαιρουμένου μεγέθους τὸ ἡμισυ μετρούμενον.

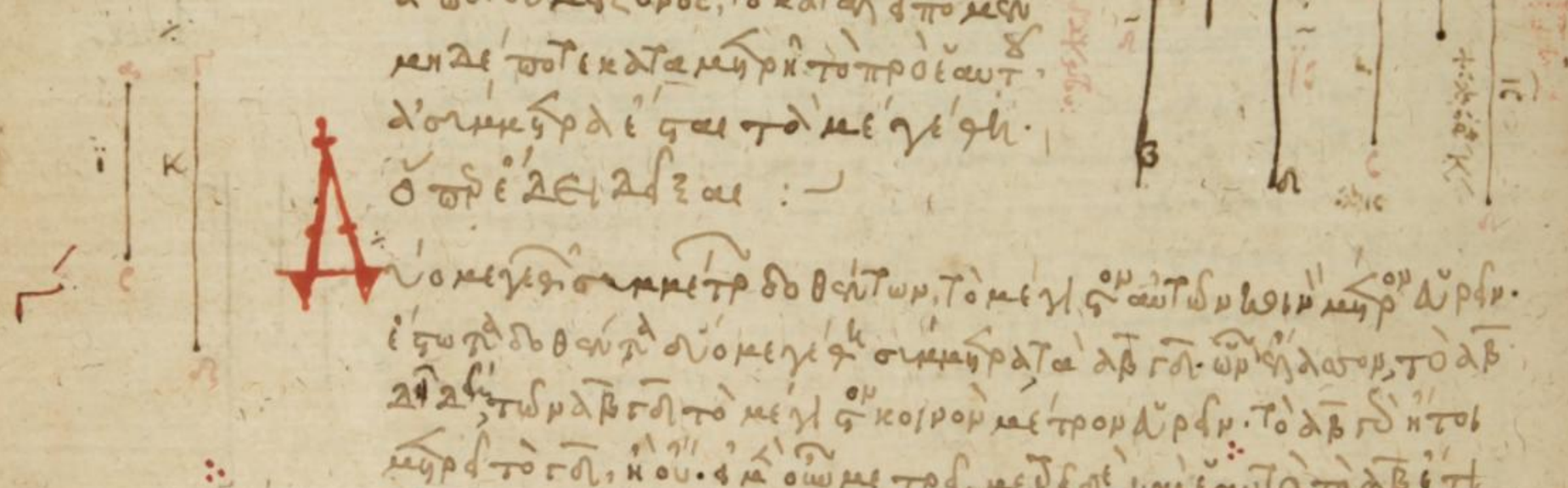








μηδὲ ποτὲ μετρήσῃ τὸ ΑΒ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ· λέγω ὅτι καὶ τὸ ΓΔ τὴν ΕΖ μετρήσει μήκει. ἀφῃρήσθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς ΓΔ τὸ ΓΗ μετροῦν τὴν ΑΒ καὶ ἔστω τὸ ΗΔ τὸ ΓΗ μετρῆσαν τὸ ΗΔ, ἀπὸ δὲ τῆς ΕΖ τὸ ΕΘ καὶ ἔστω τὸ ΘΖ τὸ ΑΒ καταμετροῦν, λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ τὸ ΘΖ καταμετρήσει. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒ τὸ ΘΖ καταμετρεῖ, καὶ τὸ ΘΖ ἄρα τὸ ΕΘ καταμετρήσει· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΕΖ καταμετρεῖ. ἀλλὰ τὸ ΓΗ τὴν ΕΖ μετρεῖ· καὶ τὸ ΓΗ ἄρα τὸ ΗΔ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτό· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΓΔ μετρήσει. ἀλλὰ τὸ ΓΔ τὴν ΕΖ μετρεῖ· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τὴν ΕΖ μετρήσει. ὑπόκειται δὲ καὶ τὸ ΑΒ τὸ ΓΔ μετρῆσαν· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τὸ ΓΔ καὶ τὴν ΕΖ μετρήσει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα ὦσι, καὶ ἀφαιρούμενον ἀπὸ τοῦ μείζονος τὸ ἐλάσσονος λείπῃ τι τὸ ἑαυτοῦ μέρος, καὶ τὸ λειφθὲν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τὸ ἑαυτοῦ μέρος λείπῃ τι τὸ ἑαυτοῦ μέρος, καὶ τοῦτο ἀεὶ συμβαίνῃ, ἕως οὗ λειφθῇ τι μέγεθος ὃ μετρήσει τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, καὶ τὸ ὅλον ἄρα τὸ ἐξ ἀρχῆς μέγεθος μετρήσει.

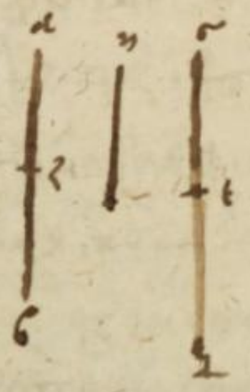
Δύο γὰρ μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ σύμμετρα ὄντα ἔστω, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΓΔ τὸ ΓΕ μετροῦν τὴν ΑΒ, καὶ ἀπὸ τοῦ ΑΒ τὸ ΖΒ μετρῆσαν τὸ ΓΕ, καὶ τὸ ΕΔ ἀπὸ τοῦ ΓΕ τὸ ΗΕ μετρῆσαν τὸ ΖΒ, καὶ τοῦτο ἀεὶ συμβαινέτω, ἕως οὗ λειφθῇ τι μέγεθος ὃ μετρήσει τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τὸ ἐξ ἀρχῆς μέγεθος μετρήσει. ἐπεὶ γὰρ τὸ ΖΒ τὸ ΗΕ μετρεῖ, καὶ τὸ ΗΕ ἄρα τὸ ΕΔ μετρήσει· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΖΔ μετρεῖ. ἀλλὰ τὸ ΖΔ τὸ ΓΕ μετρεῖ· καὶ τὸ ΓΕ ἄρα τὸ ΗΕ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτό· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΓΔ μετρήσει. ἀλλὰ τὸ ΓΔ τὴν ΑΒ μετρεῖ· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τὴν ΕΖ μετρήσει. ὑπόκειται δὲ καὶ τὸ ΑΒ τὸ ΓΔ μετρῆσαν· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τὸ ΓΔ καὶ τὴν ΕΖ μετρήσει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα ὦσι, καὶ ἀφαιρούμενον ἀπὸ τοῦ μείζονος τὸ ἐλάσσονος λείπῃ τι τὸ ἑαυτοῦ μέρος, καὶ τὸ λειφθὲν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τὸ ἑαυτοῦ μέρος λείπῃ τι τὸ ἑαυτοῦ μέρος, καὶ τοῦτο ἀεὶ συμβαίνῃ, ἕως οὗ λειφθῇ τι μέγεθος ὃ μετρήσει τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, καὶ ἀσύμμετρα ἔσται τὰ ὅλα μεγέθη.

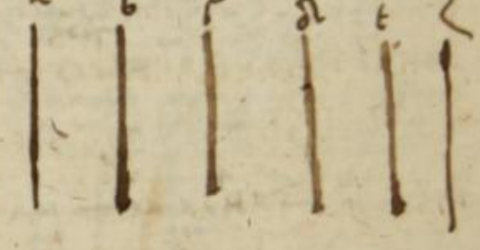
Δύο γὰρ μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ ἀσύμμετρα ὄντα ἔστω, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΓΔ τὸ ΓΕ μετροῦν τὴν ΑΒ, καὶ ἀπὸ τοῦ ΑΒ τὸ ΖΒ μετρῆσαν τὸ ΓΕ, καὶ τὸ ΕΔ ἀπὸ τοῦ ΓΕ τὸ ΗΕ μετρῆσαν τὸ ΖΒ, καὶ τοῦτο ἀεὶ συμβαινέτω, ἕως οὗ λειφθῇ τι μέγεθος ὃ μετρήσει τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τὸ ἐξ ἀρχῆς μέγεθος μετρήσει. λέγω ὅτι καὶ τὰ ΓΔ, ΑΒ ἀσύμμετρα ἔσται τὰ ὅλα μεγέθη.

ἀντιλαμβάνεται γὰρ τοῦ ΓΔ τὸ ΓΕ μετροῦν τὴν ΑΒ· καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΕ τὴν ΑΒ μετρεῖ, καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τὸ ΖΒ μετρήσει· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΖΔ μετρεῖ. ἀλλὰ τὸ ΖΔ τὸ ΓΕ μετρεῖ· καὶ τὸ ΓΕ ἄρα τὸ ΗΕ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτό· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΓΔ μετρήσει. ἀλλὰ τὸ ΓΔ τὴν ΑΒ μετρεῖ· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τὴν ΕΖ μετρήσει. ὑπόκειται δὲ καὶ τὸ ΑΒ τὸ ΓΔ μετρῆσαν· καὶ τὸ ΑΒ ἄρα τὸ ΓΔ καὶ τὴν ΕΖ μετρήσει. ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὰ ΓΔ, ΑΒ ἀσύμμετρα ὄντα ἔσται τὰ ὅλα μεγέθη. ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη ἐκκείμενα ὦσιν ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ κατὰ τὴν ἀντανάκλασιν ἀπολαμβανόμενον μηδέποτε τὸ πρὸ ἑαυτοῦ καταμετρῇ τὸ προειρημένον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ ὅλα μεγέθη. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μετρᾷ, ἀλλὰ τὸ ΓΕ τὸ ΖΒ μετρᾷ, ἴσον τὸ ΔΖ ἑκάτερον τὸ ΖΒ μετρήσει. μετρᾷ δὲ
καὶ ἑαυτό· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΔΒ μετρήσει τὸ ΔΖ. ἀλλὰ τὸ ΔΒ, τὸ ΔΕ μετρᾷ·
καὶ τὸ ΔΖ ἄρα μετρήσει, τὸ ΕΔ μετρήσει. μετρᾷ δὲ καὶ τὸ ΓΕ· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΓΔ
μετρᾷ· τὸ ΔΖ ἄρα, τὰ ΑΒ, ΓΔ μετρᾷ. τὸ ΔΖ ἄρα, τὰ ΑΒ, ΓΔ ἴσα μετρήσει.
λέγω δὴ ὅτι καὶ μεγίστη. ἐὰν γὰρ μὴ ἔσται τὸ ΔΖ, ὃ μετρήσει
τὰ ΑΒ, ΓΔ· ἐσόμεθα γὰρ τῷ λήμματι τῷ πρὸ τούτου χρησάμενοι. τὸ ΔΒ ἄρα
τὸ ΖΒ μετρεῖ, ἀλλὰ τὸ ΔΒ τὸ ΖΒ μετρεῖ, καὶ τὸ ΓΔ ἄρα τὸ ΖΒ μετρήσει·
μετρᾷ δὲ καὶ τὸ ΓΕ· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΓΕ. ἀλλὰ τὸ ΓΕ, τὸ ΖΒ μετρᾷ· καὶ τὸ ΕΔ ἄρα
μετρήσει τὸ ΖΒ· ἀλλὰ τὸ ΔΖ, τὸ ΖΒ μετρᾷ· καὶ τὸ ΔΖ ἄρα τὸ ΖΒ μετρήσει·
μετρᾷ δὲ καὶ ἑαυτό· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΔΒ μετρήσει. ἀλλὰ τὸ ΔΒ, τὰ ΑΒ, ΓΔ μετρᾷ·
καὶ τὸ ΔΖ ἄρα μετρήσει τὰ ΑΒ, ΓΔ. τὸ ΔΖ ἄρα, τὰ ΑΒ, ΓΔ ἴσα μετρήσει.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Τριῶν μεγεθῶν τῶν μὴ ἀνθ' ἑαυτῶν, τὸ
μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον λαβεῖν.
ἐστω τὰ δοθέντα τρία μεγέθη ἀριθμοὶ, τὰ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τῶν ΑΒΓ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐὰν μὲν οὖν ὁ ΑΒΓ μετρῇ τὸν ΑΒ, καὶ μετρεῖ ἑαυτόν,
μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΑΒ· ὁ ΑΒΓ ἄρα τοὺς ΑΒ μετρεῖ. καὶ φανερὸν ὅτι καὶ
μέγιστος· οὐδεὶς γὰρ μείζων τοῦ ΑΒ τὸν ΑΒ μετρήσει. ἐὰν δὲ ὁ ΑΒΓ μὴ μετρῇ τὸν ΑΒ,
τῶν ΑΒ, ΓΔ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Δ· καὶ ὁ μὲν Δ τὸν ΓΔ
μετρῶν καὶ τὸν ΑΒ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΓΔ ὁ Δ, τῶν ΓΔ, ΔΑ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Ε· καὶ ὁ μὲν Ε ἄρα τὸν ΑΒ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΔΑ ὁ Ε, τῶν ΑΔ, ΔΓ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Ζ· καὶ ὁ μὲν Ζ
ἄρα τὸν ΓΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΓΔ ὁ Ζ, τῶν ΓΔ, ΔΕ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Η· καὶ ὁ μὲν Η ἄρα τὸν ΕΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΕΔ ὁ Η, τῶν ΕΔ, ΔΖ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Θ· καὶ ὁ μὲν Θ
ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΔΖ ὁ Θ, τῶν ΖΔ, ΔΗ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Κ· καὶ ὁ μὲν Κ ἄρα τὸν ΗΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΗΔ ὁ Κ, τῶν ΗΔ, ΔΘ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Λ· καὶ ὁ μὲν Λ
ἄρα τὸν ΘΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΘΔ ὁ Λ, τῶν ΘΔ, ΔΚ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Μ· καὶ ὁ μὲν Μ ἄρα τὸν ΚΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΚΔ ὁ Μ, τῶν ΚΔ, ΔΛ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Ν· καὶ ὁ μὲν Ν
ἄρα τὸν ΛΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΛΔ ὁ Ν, τῶν ΛΔ, ΔΜ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Ξ· καὶ ὁ μὲν Ξ ἄρα τὸν ΜΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΜΔ ὁ Ξ, τῶν ΜΔ, ΔΝ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Ο· καὶ ὁ μὲν Ο
ἄρα τὸν ΝΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΝΔ ὁ Ο, τῶν ΝΔ, ΔΞ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Π· καὶ ὁ μὲν Π ἄρα τὸν ΞΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΞΔ ὁ Π, τῶν ΞΔ, ΔΟ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Ρ· καὶ ὁ μὲν Ρ
ἄρα τὸν ΟΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΟΔ ὁ Ρ, τῶν ΟΔ, ΔΠ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Σ· καὶ ὁ μὲν Σ ἄρα τὸν ΠΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΠΔ ὁ Σ, τῶν ΠΔ, ΔΡ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Τ· καὶ ὁ μὲν Τ
ἄρα τὸν ΡΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΡΔ ὁ Τ, τῶν ΡΔ, ΔΣ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Υ· καὶ ὁ μὲν Υ ἄρα τὸν ΣΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΣΔ ὁ Υ, τῶν ΣΔ, ΔΤ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Φ· καὶ ὁ μὲν Φ
ἄρα τὸν ΤΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΤΔ ὁ Φ, τῶν ΤΔ, ΔΥ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Χ· καὶ ὁ μὲν Χ ἄρα τὸν ΥΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΥΔ ὁ Χ, τῶν ΥΔ, ΔΦ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Ψ· καὶ ὁ μὲν Ψ
ἄρα τὸν ΦΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ τὸν ΦΔ ὁ Ψ, τῶν ΦΔ, ΔΧ τὸ μέγιστον
κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Ω· καὶ ὁ μὲν Ω ἄρα τὸν ΧΔ μετρήσει· ἐὰν δὲ μὴ μετρῇ
τὸν ΧΔ ὁ Ω, τῶν ΧΔ, ΔΨ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον λαβεῖν. ἐστω τὸ Ι. καὶ ἐπεὶ
ὁ Ι τὸν ΨΔ μετρεῖ, ἀλλὰ τὸ Δ τὸν ΨΔ μετρεῖ, καὶ ὁ Ι ἄρα τὸν Δ μετρήσει,

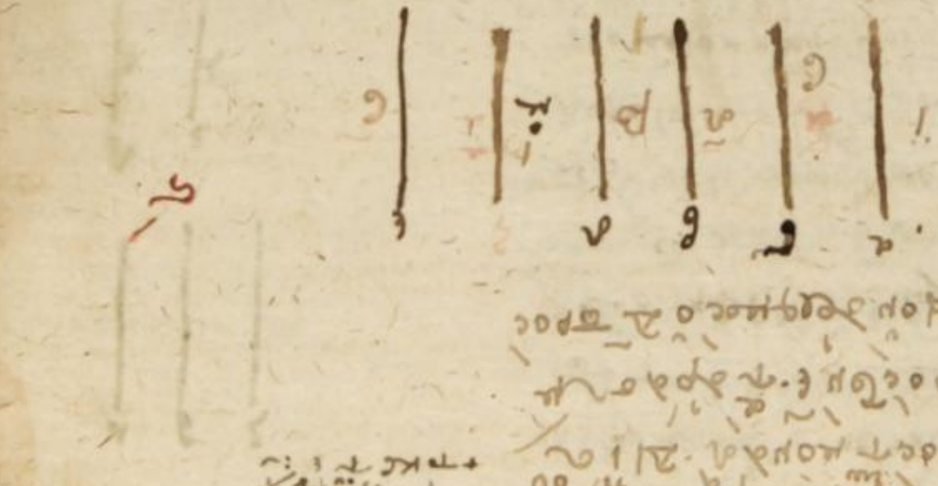
μετρηθ. μετρήσει καὶ τὸ ε. τὸ δὲ δ τῶν αβ γ ἰσομόριόν ἐστι μέτρου
λέγω δή, ὅτι καὶ μεγίστου. εἰ γὰρ ἀσύμμετρός ἐστι τοῦ ε μείζων ὢν μεγέθους τὸ ζ·
καὶ μετρούτω τὸ δ τὰ αβ γ. καὶ ἐπεὶ τὸ ζ τὰ αβ γ μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ τὸ δ τὰ αβ γ,
μετρήσει καὶ τὸ τῶν αβ δ λοιπὸν μέρος μέρη ὢν. τὸ δὲ ε τὰ αβ μέγιστον ὢν κοινὸν μέτρον
μερῶν ἐστὶ τὸ δ τὸ ζ ἐστὶ τὸ δ. τὸ ζ ἐστὶ τὸ δ μέρος ἐστί. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ δ τὸ γ.
τὸ ζ ἄρα τὸ γ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ ε. τὸ ζ ἄρα τὸ ε μετρεῖ. ἀσύμμετρος δὲ ἦν
τοῦ ε. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα μείζων τοῦ ε ἐστὶν ὁ ζ. ἔστιν ἄρα τοῦ ε μείζων ὢν
μέγεθος μέγιστος κοινὸς μέτρος ὁ α. τὸ ε ἄρα τῶν αβ γ τὸν
αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν καὶ ὁ α. τριῶν ἄρα ὄντων ἀριθμῶν
μετρουμένων, τοῦ μὲν ἐλάσσονος ὁ μονὰς μέτρον ἐστίν.

ἐὰν δὲ τοῦτο φανερὸν ὅτι ἐὰν μείζων
τρεῖς ἀριθμοὶ μετρῶσι, καὶ τὸν μέγιστον
αὐτῶν τῶν κοινὸν μέτρον μετρήσουσι.
ὅπερ ἔδει καὶ ἐπὶ τῶν δύο τὸν αὐτὸν
τρόπον ἐκφανήσεται. ὃ
τὸ ποριστὸν προεῖχεν ἡμῖν.

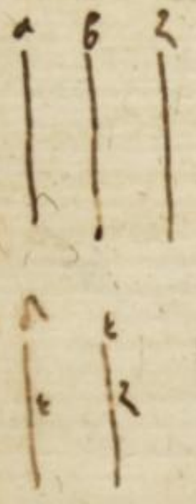
Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν·
ἐὰν ὁ μὲν πρῶτος τὸν δεύτερον μετρῇ, ὁ δὲ αβ τὸν γ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν καὶ μονὰς
πρὸς ἀριθμόν. ἐὰν δὲ ὁ μὲν πρῶτος τὸν δεύτερον μετρῇ, ὁ δὲ αβ τὸν γ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
ὃν καὶ μονὰς πρὸς ἀριθμόν. ὁ μὲν α τὸν β μετρείτω, ὁ δὲ γ τὸν δ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
ὃν καὶ μονὰς πρὸς ἀριθμόν. ὁ α ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ὁ ε
τὸν ζ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ὁ α τὸν β μετρεῖ καὶ ὁ ε τὸν ζ. ὅσαι ἄρα
μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ α, τοσοῦτοι καὶ ὁ ε τὸν ζ μετρεῖ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ α τὸν ε μετρεῖ,
τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν καὶ ὁ β πρὸς τὸν ζ. ὁ δὲ α τὸν ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας.
καὶ μονὰς ἄρα πρὸς τὸν γ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν καὶ ὁ β πρὸς τὸν ζ. ἀνάπαλιν ἄρα ὡς
μονὰς πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν β. ἀλλὰ μονὰς τὸν γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας,
καὶ ὁ ζ ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ γ μονάδας, ὥστε ὁ γ τὸν β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
ὃν καὶ μονὰς πρὸς τὸν δ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ γ τὸν ζ μετρεῖ, οὕτως μονὰς τὸν δ μετρεῖ.
καὶ ὁ β ἄρα τὸν ζ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ γ μονάδας, ὥστε ὁ β τὸν ζ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
ὃν καὶ μονὰς πρὸς τὸν δ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ β τὸν γ μετρεῖ, οὕτως μονὰς τὸν δ μετρεῖ.
καὶ ὁ ζ ἄρα τὸν ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας, ὥστε ὁ ε τὸν ζ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
ὃν καὶ μονὰς πρὸς τὸν δ. ἀλλὰ καὶ ὁ α τὸν β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν καὶ μονὰς πρὸς τὸν γ,

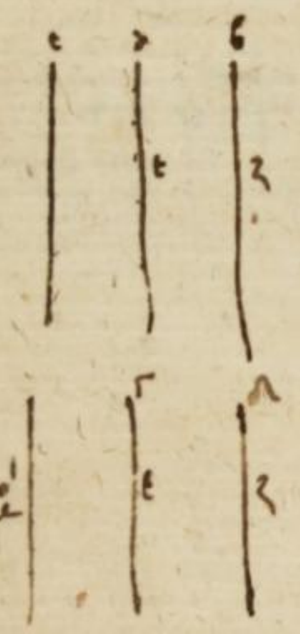
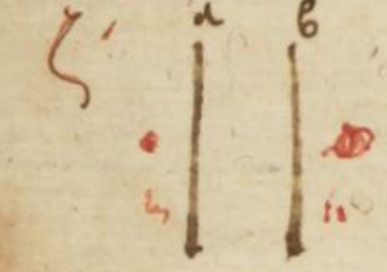
Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖαι δύο τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου, οὐ τμήσουσιν ἀλλήλας δίχα.

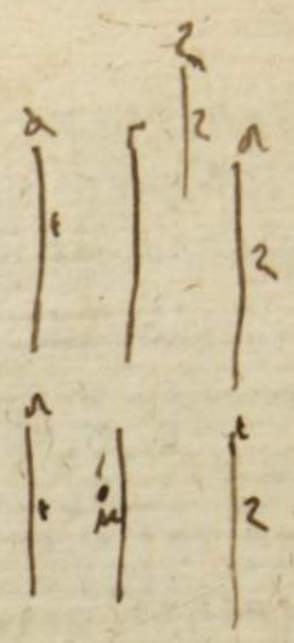
Ἐν κύκλῳ γὰρ τῷ ΑΒΓΔ εὐθεῖαι δύο αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσας· λέγω ὅτι οὐ τμήσουσιν ἀλλήλας δίχα.

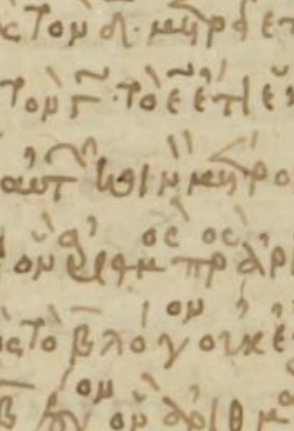
Εἰ γὰρ δυνατόν, τετμήσθωσαν δίχα, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, τὴν δὲ ΒΕ τῇ ΕΔ. εἰ μὲν οὖν ἡ ΑΓ διάμετρός ἐστιν, ἐπεὶ κέντρον μέν ἐστι τὸ Ζ τοῦ κύκλου, ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ, οὐκ ἄρα διάμετρός ἐστιν ἡ ΑΓ. ἔστω δὴ μὴ διάμετρος ἡ ΑΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΖΕ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΖΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἐφεξῆς γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν ὀρθαί· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΒΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσει τῇ ΖΔ ἴση ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΖ τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΖ τῇ ΖΔ· ὥστε καὶ αἱ ΑΖ, ΖΓ τῇ ΔΖ ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα αἱ ΑΓ, ΒΔ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.









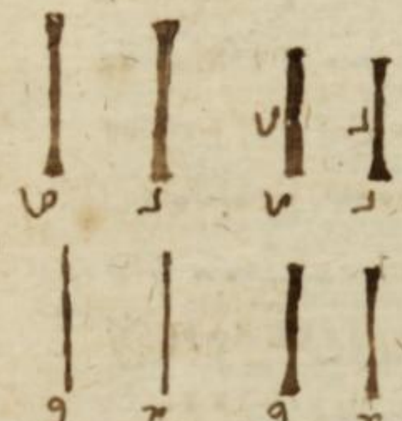


ιδ'

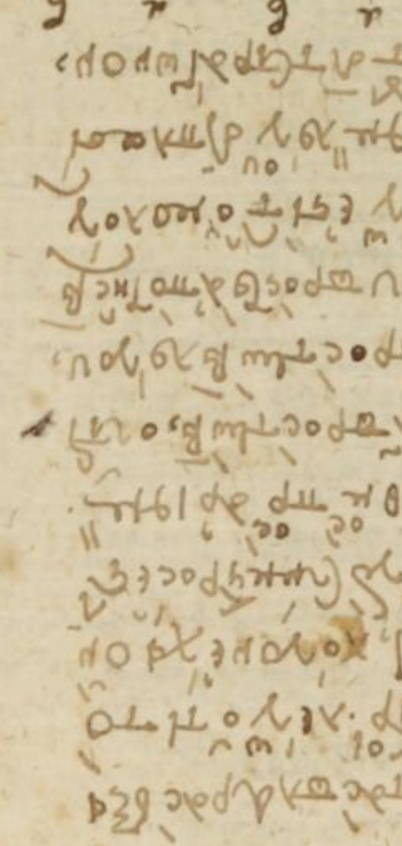
ιε'

ιε'

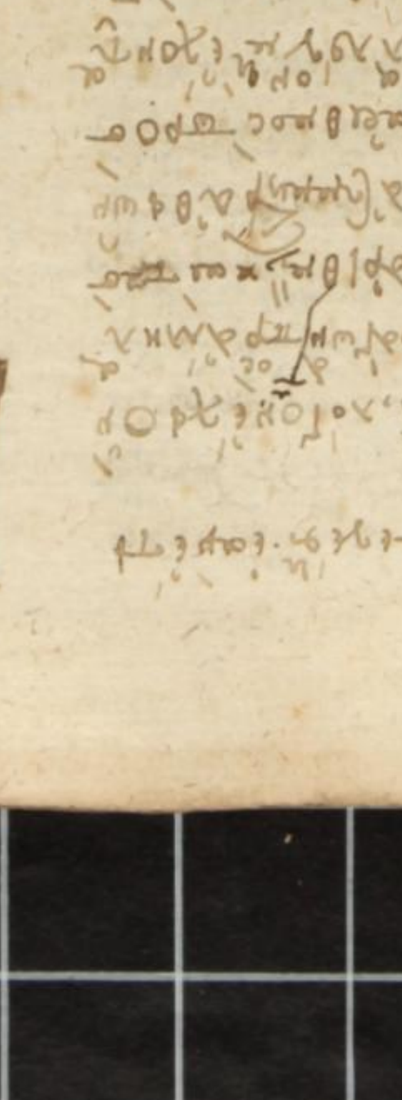
ιε



شكل ١٢ من ٩



شكل ١٣ من ٩

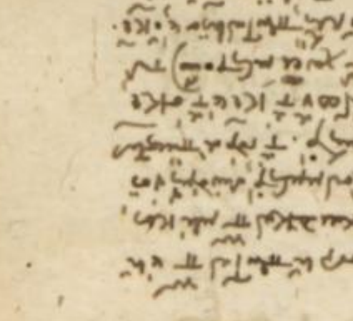
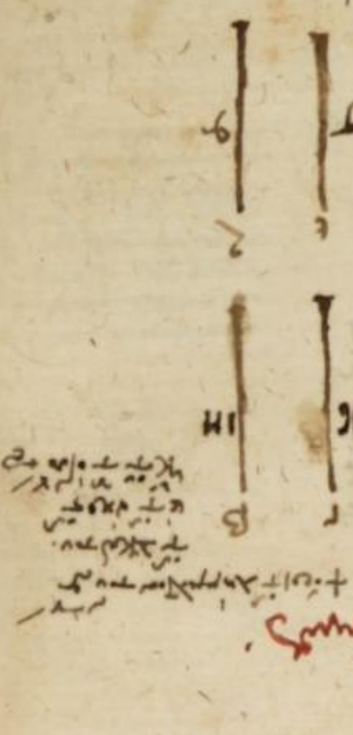
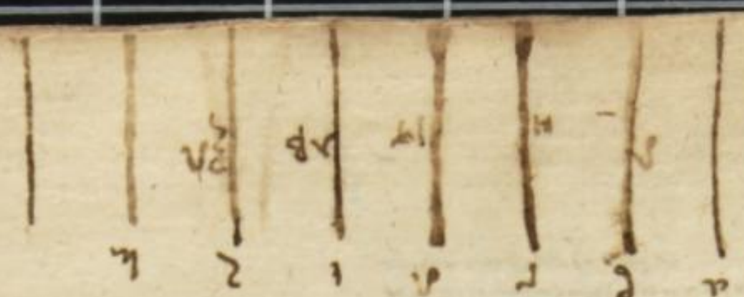


شكل ١٤ من ٩

شكل ١٥ من ٩

شكل ١٦ من ٩

Κ



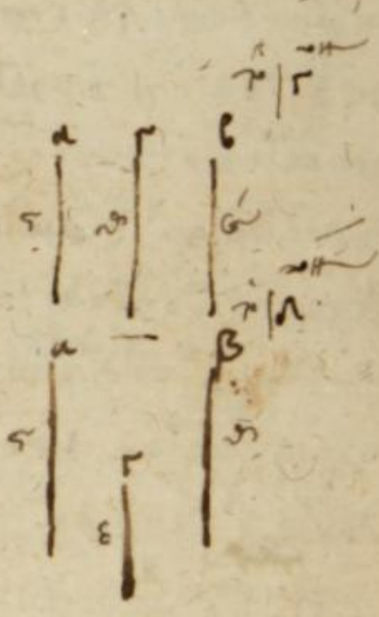
τῶν μδ̄ β, οὕτως ιω̄ ὅ ἐ πρὸς τὸν ζ̄. Ἀλλ' ἐπεὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς δ̄ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς β, οὕτως ὅ ἐ πρὸς τὸν ιε̄· ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῶν ε̄ τετρά-
γωνος ὁ κε̄ τοῦ ἀπὸ τῆς γ̄ ἐστιν· ὅλη ἄρα ἡ, ἀπὸ τῆς δ̄· τὸ ἀπὸ τῆς δ̄
ἐστὶ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β λόγον ἔχον ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς
τετράγωνον ἀριθμόν· ὃ ἔδει δεῖξαι.

Ἀλλὰ δὴ ἐχέτω τὸ ἀπὸ τῆς δ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β
λόγον ὃν ὁ ε̄ τετράγωνος πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· λέγω ὅτι ἡ μεταξὺ
τῶν ιη̄ καὶ ιβ̄ ἑνὸς μέσου ἀνάλογόν ἐστι τοῦ τε ιη̄ καὶ τοῦ ιβ̄. εἰλήφθω
γὰρ τοῦ μὲν ε̄ πλευρὰ ὁ γ̄· τοῦ δὲ κο̄ ὁ δ̄· εἰλήφθω
τοῦ δὲ ιη̄ καὶ ιβ̄ μέσος ἀνάλογον ὁ ιδ̄· καὶ ἐπεὶ τῶν μδ̄ τρίτον μέρος ἐστὶν
ὁ ιη̄, τῶν δὲ ιβ̄ τρίτον μέρος ἐστὶν ὁ δ̄, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ ιη̄ πρὸς τὸν ιδ̄,
οὕτως ὁ ιδ̄ πρὸς τὸν ιβ̄· ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ιη̄ πρὸς τὸν ιδ̄, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ
ἀπὸ τῶν μδ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄, ὅτι καὶ ἑκάτερος τῶν ιη̄ καὶ ιδ̄ ἑκατέρου
τῶν μδ̄ καὶ μβ̄ ἐστὶ τρίτος μέρος· ὡς δὲ ὁ ιδ̄ πρὸς τὸν ιβ̄, οὕτως ἐστὶ καὶ
τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν μ̄· ἑκάτερος γὰρ τῶν ιδ̄ καὶ ιβ̄ ἑκατέρου
τῶν μβ̄ καὶ μ̄ ἐστὶ τρίτος μέρος· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῶν μδ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ
τῶν μβ̄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν μ̄· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ τῶν μδ̄
πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄, οὕτως ἐστὶν ὁ ε̄ πρὸς τὸν β̄· καὶ ὡς ἄρα ὁ ε̄ πρὸς τὸν
β̄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν μ̄· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῶν μ̄, οὕτως ἐστὶν ὁ ιη̄ πρὸς τὸν ιβ̄· καὶ ὡς ἄρα ὁ ιη̄ πρὸς τὸν ιβ̄,
οὕτως ὁ ε̄ πρὸς τὸν β̄· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ὁ ιη̄ πρὸς τὸν ε̄, οὕτως ὁ ιβ̄ πρὸς
τὸν β̄· καὶ ὡς ἄρα ὁ ιη̄ πρὸς τὸν ε̄, οὕτως ὁ ιβ̄ πρὸς τὸν β̄· ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ιη̄
πρὸς τὸν ε̄, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῶν μδ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν κ̄· ὡς δὲ ὁ ιβ̄
πρὸς τὸν β̄, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν δ̄· καὶ ὡς ἄρα
τὸ ἀπὸ τῶν μδ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν κ̄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν δ̄·
ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῶν μδ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῶν κ̄
πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν δ̄· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ τῶν μδ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν μβ̄, οὕτως ἐστὶν
ὁ ε̄ πρὸς τὸν β̄· καὶ ὡς ἄρα ὁ ε̄ πρὸς τὸν β̄, οὕτως τὸ ἀπὸ τῶν κ̄ πρὸς τὸ
ἀπὸ τῶν δ̄· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ τῶν κ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν δ̄, οὕτως ἐστὶν ὁ κε̄ πρὸς
τὸν ιστ̄· καὶ ὡς ἄρα ὁ ε̄ πρὸς τὸν β̄, οὕτως ὁ κε̄ πρὸς τὸν ιστ̄· ἐναλλὰξ ἄρα
ὡς ὁ ε̄ πρὸς τὸν κε̄, οὕτως ὁ β̄ πρὸς τὸν ιστ̄· καὶ ὡς ἄρα ὁ ε̄ πρὸς τὸν κε̄,
οὕτως ὁ β̄ πρὸς τὸν ιστ̄· ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ε̄ πρὸς τὸν κε̄, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ
τῆς γ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δ̄· ὡς δὲ ὁ β̄ πρὸς τὸν ιστ̄, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δ̄· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς γ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δ̄, οὕτως
τὸ ἀπὸ τῆς β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δ̄· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς γ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς β, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς δ̄ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δ̄· ἴση ἄρα ἡ γ̄ τῇ δ̄· ὥστε καὶ
ἡ ε̄ τῇ γ̄· ἐὰν ἄρα ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ δεύτερος
τοῦ τρίτου πολλαπλάσιος ᾖ τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ὁ πρῶτος τοῦ τετάρτου,
καὶ ὁ πρῶτος ἄρα τοῦ τετάρτου πολλαπλάσιος ἔσται τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ
ὁ δεύτερος τοῦ τρίτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τῶν πρότεθεν δύο ἀριθμῶν πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τῶν μ̄ καὶ ν̄ μονάδος
μείζων ἐστὶν ἑκάτερος, καὶ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἢ ἐλάσσων ἢ μείζων ἢ
ἴσος· ἐὰν μὲν οὖν ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἐλάσσων ᾖ, καὶ ὁ ἐλάσσων τοῦ
μείζονος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἐλάττονος ἢ μείζονος ἢ ἴσος· ἐὰν δὲ ὁ ἐλάσσων
τοῦ μείζονος μείζων ᾖ, καὶ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάττονος
ἢ μείζονος ἢ ἴσος· ἐὰν δὲ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἴσος ᾖ, καὶ ὁ ἐλάσσων
τοῦ μείζονος ἴσος ἐστὶν ἢ ἐλάττονος ἢ μείζονος ἢ ἴσος· ἐὰν ἄρα ὦσιν
ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ δεύτερος τοῦ τρίτου πολλαπλάσιος ᾖ
τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ὁ πρῶτος τοῦ τετάρτου, καὶ ὁ πρῶτος ἄρα τοῦ τετάρτου
πολλαπλάσιος ἔσται τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τρίτου· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

Τῶν πρότεθεν δύο ἀριθμῶν πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τῶν μ̄ καὶ ν̄ μονάδος
μείζων ἐστὶν ἑκάτερος, καὶ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἢ ἐλάσσων ἢ μείζων ἢ
ἴσος· ἐὰν μὲν οὖν ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἐλάσσων ᾖ, καὶ ὁ ἐλάσσων τοῦ
μείζονος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἐλάττονος ἢ μείζονος ἢ ἴσος· ἐὰν δὲ ὁ ἐλάσσων
τοῦ μείζονος μείζων ᾖ, καὶ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάττονος
ἢ μείζονος ἢ ἴσος· ἐὰν δὲ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἴσος ᾖ, καὶ ὁ ἐλάσσων
τοῦ μείζονος ἴσος ἐστὶν ἢ ἐλάττονος ἢ μείζονος ἢ ἴσος· ἐὰν ἄρα ὦσιν
ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ δεύτερος τοῦ τρίτου πολλαπλάσιος ᾖ
τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ὁ πρῶτος τοῦ τετάρτου, καὶ ὁ πρῶτος ἄρα τοῦ τετάρτου
πολλαπλάσιος ἔσται τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τρίτου· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

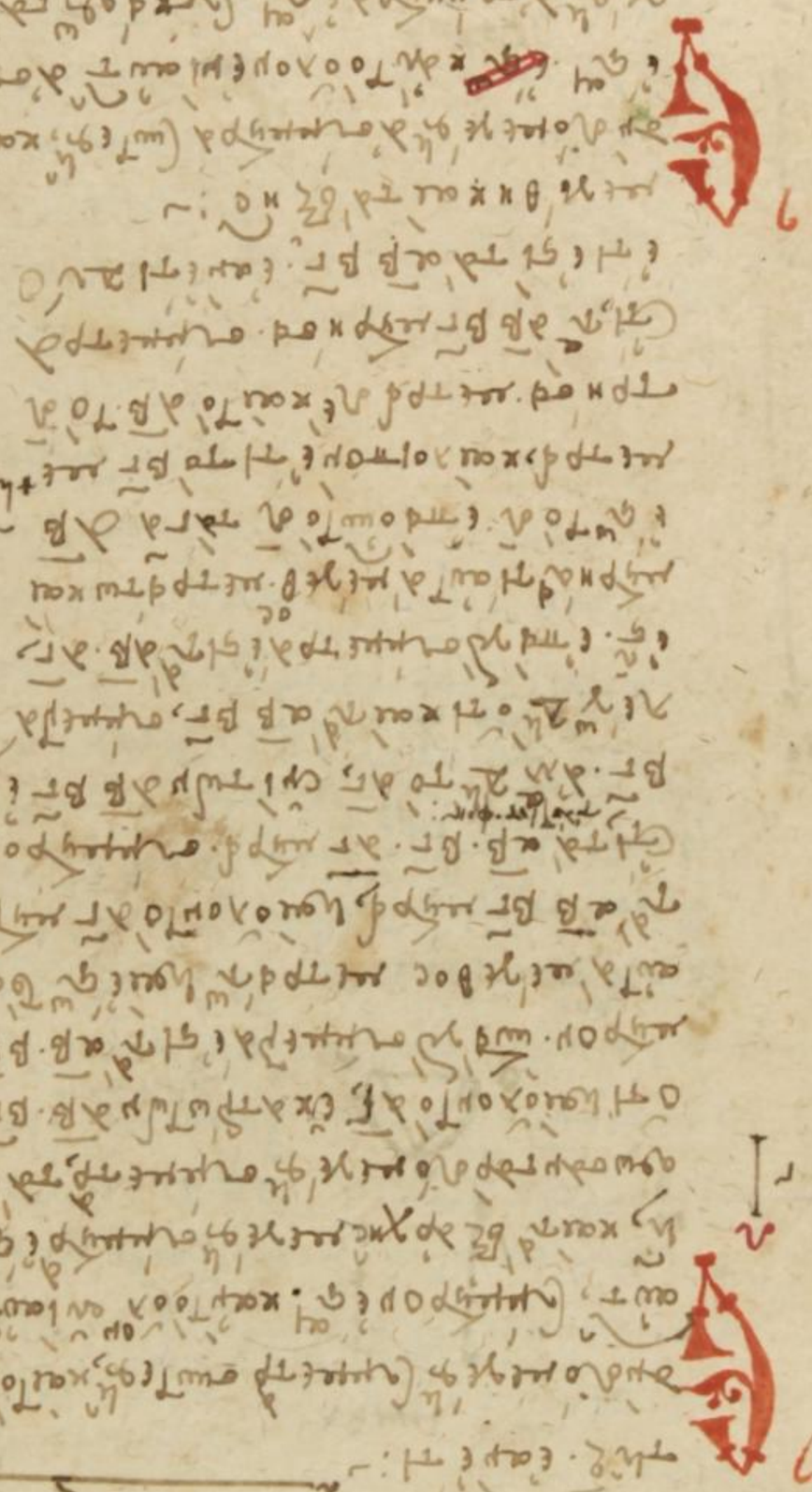
οὐ τετράγωνος ἀριθμὸς· πρόστετράγωνος ἀριθμὸς· ὁ δὲ μήκους ἐστὶ ἑπτὰ
τῶν δ μηκ· φλκφ· φλκφ· τῶν δὲ μεμ ἀμαλο· γ· ὧν ἑπτὰ ἐστὶ τὸ ὠ δ· πρ·
ὁ δὲ οὕτως τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνος πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους
ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ· δὲ μήκους τετράγωνος πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους
τετράγωνος ἐστὶ καὶ τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνον πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ
μήκους ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ· δὲ μήκους τετράγωνος ἐστὶ καὶ τὸ δὲ πρώτης
δ τετράγωνον πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ· δὲ
μήκους τετράγωνος ἐστὶ καὶ τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνον πρόστο δὲ πρώτης
ε· δ δὲ μήκους ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ· δὲ μήκους τετράγωνος ἐστὶ καὶ τὸ δὲ
πρώτης δ τετράγωνον πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ·
δὲ μήκους τετράγωνος ἐστὶ καὶ τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνον πρόστο δὲ
πρώτης ε· δ δὲ μήκους ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ· δὲ μήκους τετράγωνος ἐστὶ καὶ
τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνον πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους ἑπτὰ δ μηκ·
φλκφ· δὲ μήκους τετράγωνος ἐστὶ καὶ τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνον πρόστο
δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ· δὲ μήκους τετράγωνος ἐστὶ
καὶ τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνον πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους ἑπτὰ δ
μηκ· φλκφ· δὲ μήκους τετράγωνος ἐστὶ καὶ τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνον
πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ· δὲ μήκους τετράγωνος
ἐστὶ καὶ τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνον πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους
ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ· δὲ μήκους τετράγωνος ἐστὶ καὶ τὸ δὲ πρώτης δ
τετράγωνον πρόστο δὲ πρώτης ε· δ δὲ μήκους ἑπτὰ δ μηκ· φλκφ· δὲ
μήκους τετράγωνος ἐστὶ καὶ τὸ δὲ πρώτης δ τετράγωνον πρόστο δὲ



μετρητὴ ἡ ΑΒ. τὸ δὲ ἐπὶ τὴν ΑΓ τὸ Δ, ἀλλὰ τῶν Γ δύο μὲν μετρεῖ τὸν Α, τὸν δὲ Β οὐ μετρεῖ· λέγω ὅτι καὶ τὸ Δ τῶν Γ δύο μὲν μετρεῖ τὸν Α, τὸν δὲ Β οὐ μετρεῖ. ἐπεὶ γὰρ τὸ Β τῶν Γ οὐ μετρεῖ, καὶ τὸ Δ τῶν Γ οὐ μετρεῖ· ἑκάτερον γὰρ τῶν Α, Β μετρεῖ τὸ Δ. ἐπεὶ οὖν τὸ Β τῶν Γ οὐ μετρεῖ, ἔστι τις τοῦ Β μετρητὴ ἡ Ε, ἣ τῶν Γ οὐ μετρεῖ. ὅσοι ἄρα τοῦ Β μετροῦσιν, ἃ καὶ τοῦ Α μετροῦσιν, οὐ μετροῦσι τὸν Γ. ἔστω δὴ ἡ Ε τοῦ Β μετρητή· ἡ Ε ἄρα τὸν Α μετρεῖ· ἔστιν ἄρα τις καὶ τοῦ Α μετρητὴ ἡ Ε, ἣ τῶν Γ οὐ μετρεῖ· ἡ ἄρα ΑΒ οὐ μετρεῖ τὸν Γ.

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ ΑΒ τοῦ Γ μετρητή· λέγω πάλιν ὅτι καὶ τὸ Δ τῶν Γ οὐ μετρεῖ. ἐὰν γὰρ δυνατόν, μετρεῖ· καὶ τὸ Δ ἄρα τὸν Α μετρεῖ· ἔστιν ἄρα τις καὶ τοῦ Α μετρητὴ ἡ Ε, ἣ τὸν Γ μετρεῖ· ἔστω δὴ ἡ Ε τοῦ Β μετρητή· ἡ Ε ἄρα καὶ τὸν Α μετρεῖ· ὥστε καὶ τὸν Γ μετρεῖ· ἀλλὰ καὶ τὸν Β· ἡ Ε ἄρα τὸν Γ μετρεῖ· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα τὸ Δ τῶν Γ μετρεῖ· ἔστι δὲ τὸ Β τῶν Γ οὐ μετρητή.

Ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ Δ τῷ Β μήκει· ὥστε ἐὰν ἐπὶ τῆς ΑΓ τὸ Δ παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη· ἐὰν δὲ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη, καὶ τὸ Δ ἐπὶ τῆς ΑΓ παραβληθὲν ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη· ἐὰν δὲ τὸ Δ ἐπὶ τῆς ΑΓ παραβληθὲν ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη, καὶ ἡ ΑΓ ἄρα ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη· ἐὰν δὲ ἡ ΑΓ ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη, καὶ τὸ Δ ἐπὶ τῆς ΑΓ παραβληθὲν ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη· ἐὰν δὲ τὸ Δ ἐπὶ τῆς ΑΓ παραβληθὲν ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη, καὶ τὸ Δ ἄρα τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, Β ἀνίσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, Β· καὶ ἐὰν ἐπὶ τῆς ΑΓ τὸ Δ παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη· ἐὰν δὲ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διελεῖ μήκη, καὶ τὸ Δ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, Β ἀνίσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, Β· ἐὰν δὲ τὸ Δ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, Β ἀνίσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, Β


Α
Β
Γ
Δ
Ε
Ζ
Η
Θ
Κ
Λ
Μ
Ν
Ξ
Ο
Π
Ρ
Σ
Τ
Υ
Φ
Χ
Ψ
Ω

οὐκέτι δὲ γ α β μήκει σύμμετρός ἐστι μήκει ὁ α, λόγου μὲν ἄρα ἐστὶ τὸ δ γ α β.
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὸ α γ β δ χωρίον λόγου ἐστὶ τοῦ α γ ἐπὶ ἑκάτερα
τὰ α β β γ, δύναται δὲ τὸ α γ, οὗ ἐστι τὰ α β β γ, δύναται δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α β β γ,
ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς τὸ α β πρὸς τὸ α β β γ, οὕτως τὸ δ γ α β πρὸς τὸ α β β γ.
δύναται δὲ τὸ μὲν δ γ α β μήκει σύμμετρον ὂν τῷ ἀπὸ τῆς α β, τὸ δὲ α β β γ
μήκει σύμμετρον ὂν τῷ ἀπὸ τῆς α β· καὶ ὡς ἄρα τὸ α β πρὸς τὸ α β β γ, οὕτως
τὸ ἀπὸ τῆς α β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς α β· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ α β πρὸς τὸ α β β γ, οὕτως
ἡ α β πρὸς τὴν β γ μήκει· καὶ ὡς ἄρα ἡ α β πρὸς τὴν β γ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς α β
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν α β β γ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ α β τῇ β γ μήκει.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι. οὐκέτι δὲ τὸ α β β γ μετρήσει τὸ ἀπὸ τῆς α β. λέγω ὅτι
καὶ οὐδὲ τὸ ἀπὸ τῆς β γ μετρήσει τὸ α β β γ. εἰ γὰρ μετρεῖ τὸ α β β γ τὸ ἀπὸ
τῆς β γ, καὶ ἡ α β τὴν β γ μετρήσει· ἀλλ' οὐ μετρεῖ· οὐκ ἄρα τὸ α β β γ τὸ ἀπὸ
τῆς β γ μετρήσει. ἐὰν ἄρα ἐκκείμενον ῥητὸν μήκει καὶ τὸ δοθὲν ἡ
ἐκ δύο ὀνομάτων διῃρημένη εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον, καὶ
τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάσσονος μεῖζον δυνάμενον ἢ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ
μήκει ἢ καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ καὶ εἰς τὰ αὐτὰ ὀνόματα τῇ δοθείσῃ
καὶ ἡ μεῖζων τῷ μείζονι καὶ ἡ ἐλάσσων τῷ ἐλάσσονι συμμέτρους ἕξει τὰς
ὁμωνύμους τοῖς ὅλοις καὶ ὁ μεῖζων τὸν μείζονα κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἔσται
καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τῷ μείζονι· καὶ ἡ μεῖζων
ἐκ δύο ὀνομάτων καλείσθω ἡ αὐτὴ τῇ δοθείσῃ.

Ἐὰν δὲ πρὸς ἀποτομὴν πρώτην ἡ αὐτὴ παρὰ ῥητὴν κατὰ μόνον ὄνομα
παραβληθῇ, ἄλογον τὸ πλάτος γίνεται, καλείσθω δὲ ἀποτομὴ δευτέρα.

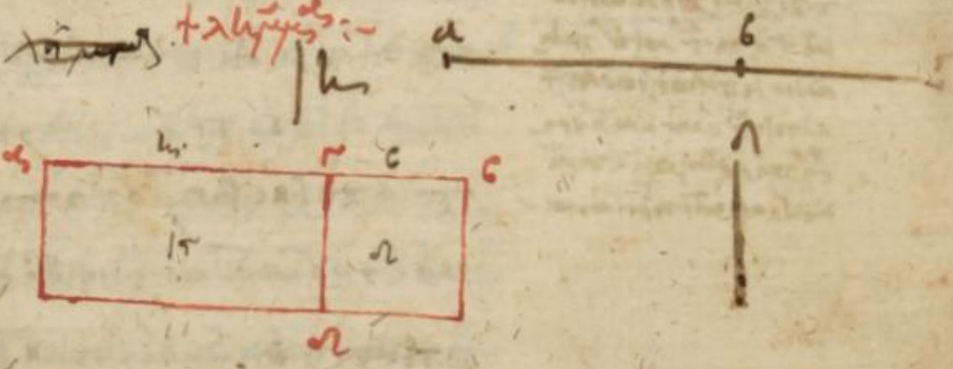
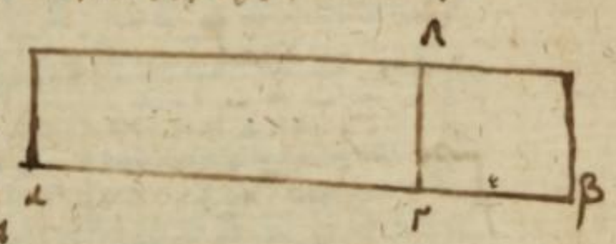
Ἐὰν δὲ πρὸς ἀποτομὴν δευτέραν ἡ αὐτὴ παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ κατὰ
μόνον ὄνομα, ἄλογον τὸ πλάτος γίνεται, καλείσθω δὲ ἀποτομὴ τρίτη.

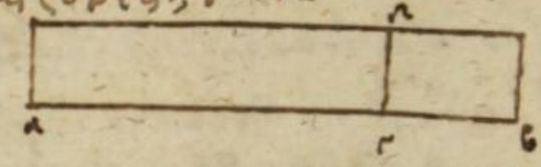
Ἐὰν δὲ πρὸς ἀποτομὴν τρίτην ἡ αὐτὴ παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ κατὰ μόνον
ὄνομα, ἄλογον τὸ πλάτος γίνεται, καλείσθω δὲ ἀποτομὴ τετάρτη.

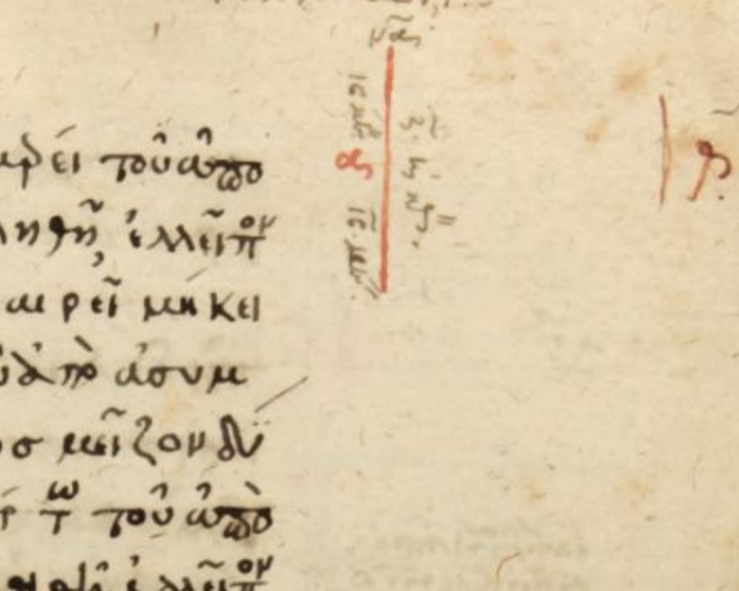
Ἐὰν δὲ πρὸς ἀποτομὴν τετάρτην ἡ αὐτὴ παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ κατὰ
μόνον ὄνομα, ἄλογον τὸ πλάτος γίνεται, καλείσθω δὲ ἀποτομὴ πέμπτη.

Ἐὰν δὲ πρὸς ἀποτομὴν πέμπτην ἡ αὐτὴ παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ κατὰ
μόνον ὄνομα, ἄλογον τὸ πλάτος γίνεται, καλείσθω δὲ ἀποτομὴ ἕκτη.

Ἐὰν δὲ ἀπὸ μέσης πρώτης ἡ αὐτὴ παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ κατὰ μόνον
ὄνομα, ἄλογον τὸ πλάτος γίνεται, καλείσθω δὲ ἀπὸ μέσης πρώτης ἡ αὐτὴ
ἀποτομή.

Ἐὰν δὲ ἀπὸ μέσης δευτέρας ἡ αὐτὴ παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ κατὰ μόνον
ὄνομα, ἄλογον τὸ πλάτος γίνεται, καλείσθω δὲ ἀπὸ μέσης δευτέρας ἡ αὐτὴ
ἀποτομή.



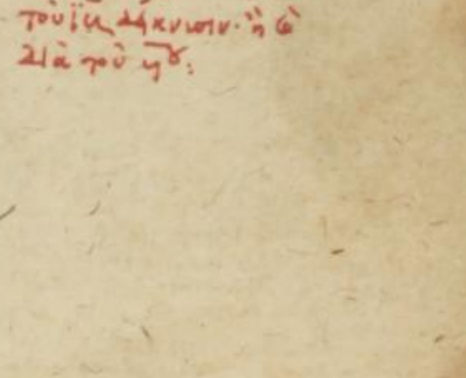


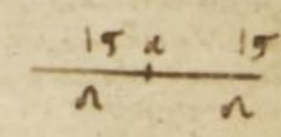


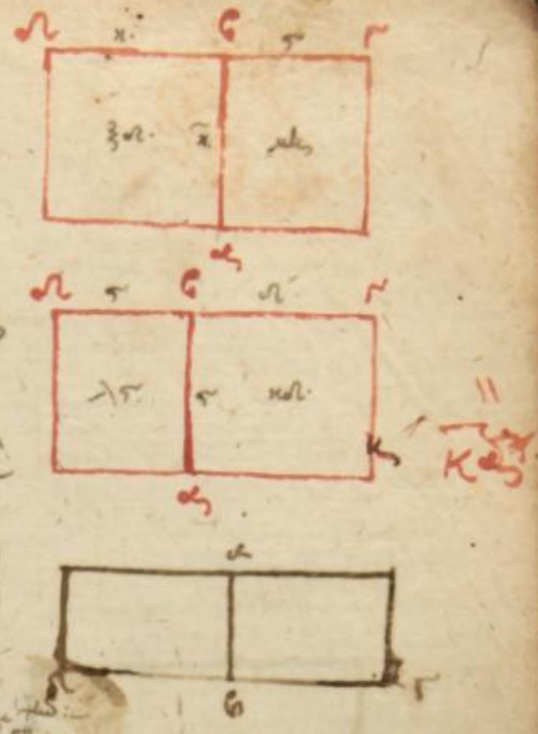
ιβ

ἐὰν ὦσι δύο ἀνθεῖαι ἀλλήλαις σοι τῶν ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον πορὰ ἄπτωμείζωνα ποραβλήθῃ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ εἰς ἄσυμμετρα διαιρεῖ μήκει ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μείζον δυνήσεται τῶν ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῶν ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· τῶν ἄρα ἀπὸ τῶν ἀνίσων τὸ ἥμισυ μεῖζον δυνήσεται τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ ἄπτωμείζονα παραβλήθῃ εἰς ἴδια τετράγωνα ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ. καὶ εἰς ἄσυμμετρα διαιρεῖ μήκει· ἐὰν ὦσιν δύο ἄνισοι εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ ὧν μείζων ἡ ΑΒ παραβεβλήσθω ἴσον τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τῆς ΒΓ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἀσύμμετρος ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει. λέγω ὅτι ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δὴ τοῖς ἄνω ὅτι ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· τῷ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ μήκει σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΔΒ σύμμετρός ἐστι καὶ ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΒΓ μήκει ἀσύμμετρός ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ μήκει σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΔΒ σύμμετρός ἐστι καὶ ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΒΓ μήκει ἀσύμμετρός ἐστιν· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΒΓ μήκει ἀσύμμετρός ἐστιν· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· τῶν ἄρα ἀπὸ τῶν ἀνίσων τὸ ἥμισυ μεῖζον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ ἄπτωμείζονα παραβλήθῃ εἰς ἴδια τετράγωνα ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ εἰς ἄσυμμετρα διαιρεῖ μήκει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

τῶν ἄρα τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἐλάσσονος ἐστὶν ἴσον τῷ ΒΓ







κ

ιε

ιζ

ιη

κ

κα

κβ

κγ

κδ

κε

κς

κζ

κη

κθ

λ

λα

λβ

λγ

λδ

λε

λς

λζ

λη

λθ

μ

μα

μβ

μγ

μδ

με

μς

μζ

μη

μθ

ν

να

νβ

νγ

νδ

νε

νς

νζ

νη

νθ

ξ

ξα

ξβ

ξγ

ξδ

ξε

ξς

ξζ

ξη

ξθ

ο

οα

οβ

ογ

οδ

οε

ος

οζ

οη

οθ

π

πα

πβ

πγ

πδ

πε

πς

πζ

πη

πθ

ρ

ρα

ρβ

ργ

ρδ

ρε

ρς

ρζ

ρη

ρθ

σ

σα

σβ

σγ

σδ

σε

σς

σζ

ση

σθ

τ

τα

τβ

τγ

τδ

τε

τς

τζ

τη

τθ

υ

υα

υβ

υγ

υδ

υε

υς

υζ

υη

υθ

φ

φα

φβ

φγ

φδ

φε

φς

φζ

φη

φθ

χ

χα

χβ

χγ

χδ

χε

χς

χζ

χη

χθ

ψ

ψα

ψβ

ψγ

ψδ

ψε

ψς

ψζ

ψη

ψθ

ω

ωα

ωβ

ωγ

ωδ

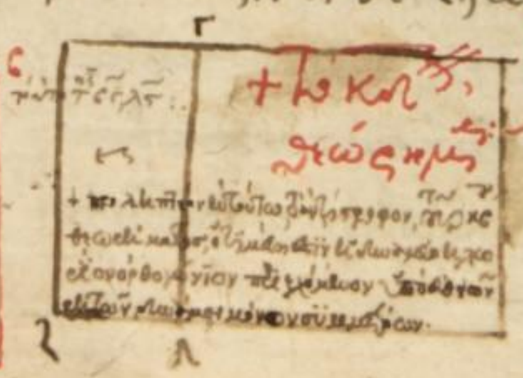
ωε

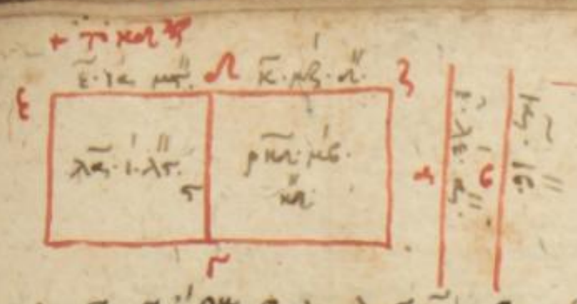
ως

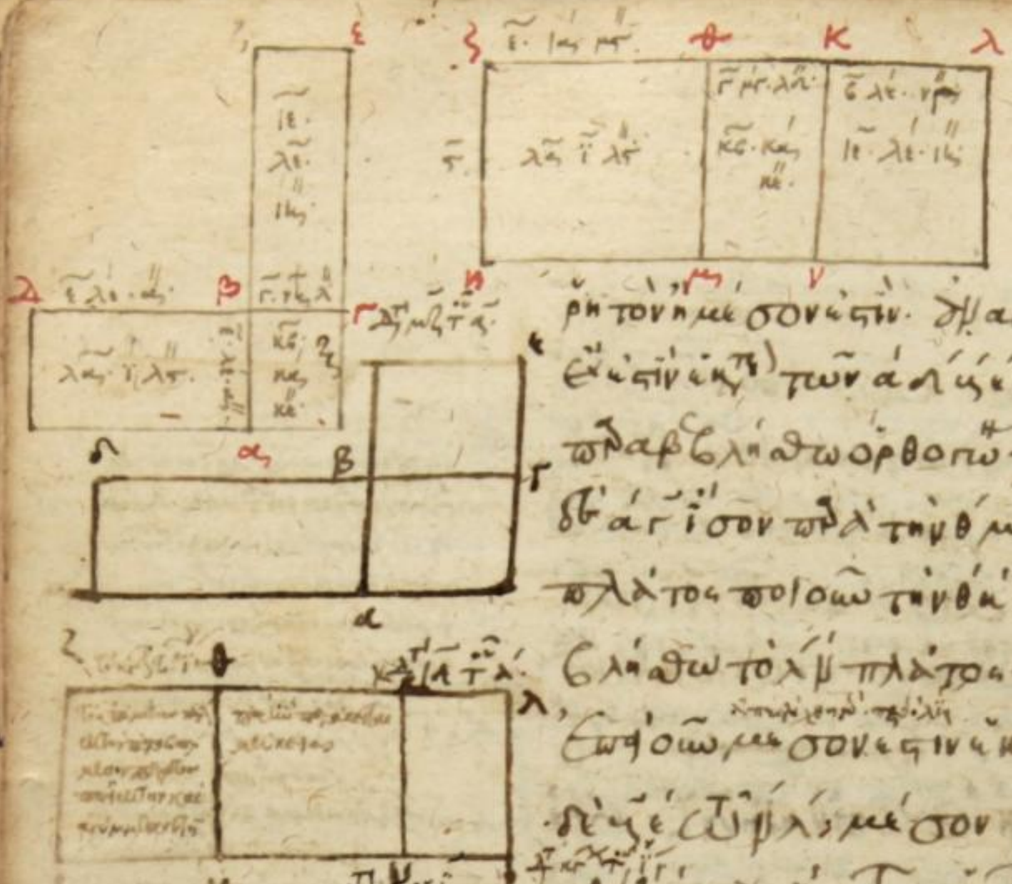
ωζ

ωη

ωθ



τῆς ιζ· ἔστι τὸ ἀπὸ τῶν ιε ις· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ἀπὸ τῆς ιε □ τὸ λζ, οὕτως τὸ πληρωθὲν τὸ ΗΛ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ιε πρὸς τὴν ιζ, οὕτως τὸ λζ πρὸς τὸ ΗΛ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ μὲν λζ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ιζ· τὸ δὲ ΗΛ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν ιε· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ λζ πρὸς τὸ ΗΛ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ιζ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν ιε· ὅμοιον δέ ἐστι τὸ ΗΛ τῷ ἀπὸ τῶν ιε· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ λζ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν ιε, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ιε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ιζ· τοῦτό ἐστιν ὡς τὸ ΗΛ πρὸς τὸ λζ, οὕτως ἡ ιε πρὸς τὴν ιζ· τὸ δὲ ἀπὸ μείζονος ἀπὸ ῥητῆς ἀπὸ ῥητὴν παρὰ μήκει ἐστὶ τὸ ἀπὸ ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ιε τῇ ιζ μήκει· ὥστε καὶ δύναται ἡ ιε τῆς ιζ· ἀλλὰ τῶν ἀπὸ τῆς ιε ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ιζ ιη· λοιπὰ ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν ιζ ιη ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ιε· ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς ιε ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ιζ ιη· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιζ τῷ ἀπὸ τῆς ιη· ῥητὸν δέ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ιζ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιη· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ιη· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ιζ τῇ ιη μήκει· καὶ δύναται ἄρα ἡ ιζ τῆς ιη· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ιζ τῷ ἀπὸ τῶν ιη ιζ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιη τῷ ἀπὸ τῶν ιη ιζ· καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ιη τῇ ιη, σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιη τῷ ἀπὸ τῶν ιη ιζ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ιη ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῶν ιη ιζ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιη ἄρα ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῶν ιη ιζ· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ιη τῇ ιζ μήκει, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιη ἄρα ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς ιζ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ιη ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῶν ιη ιζ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιζ ἄρα ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῶν ιη ιζ· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ιζ τῇ ιη, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιζ ἄρα ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς ιη· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ιζ ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῶν ιη ιζ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ιη ἄρα ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῶν ιη ιζ· λοιπὰ ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν ιη ιζ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ιε ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ιε τῇ ιζ μήκει· ῥητὴ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν· αἱ ιε ιζ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι

ἀσύμμετρος ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ μήκει· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΓ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ΑΔ πρὸς τὸ ΔΒ οὕτως τὸ ΑΔ πρὸς τὸ ΓΔ, ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ μήκει· ῥητὴ δὲ ἡ ΑΔ· ἄρα καὶ ἡ ΔΓ ῥητή ἐστιν· αἱ ΑΔ, ΔΓ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μέσον ἐστίν. ἔστω οὖν τοῦτο τὸ ΑΕΖΓ· μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕΖ



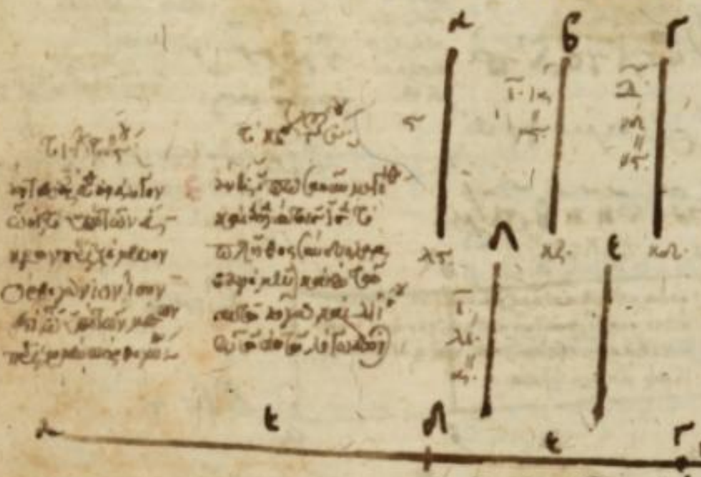
ῥητὸν ἡ μέσον ἐστίν. δεικτέον ὅτι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τὰ ἑξῆς· μέσον ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἀλόγων· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΒ ΒΓ δυνάμει μόνον ἐστὶ σύμμετρος· καὶ ἐπεὶ ὑπόκειται ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσον, καὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ ἄρα μέσον ἐστίν· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΔΕ παραβέβληται ὀρθογώνιον τὸ ΔΖ πλάτος ποιοῦν τὴν ΕΖ· ἡ ΕΖ ἄρα ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος μήκει τῇ ΔΕ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ μέσον ἐστίν· μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΒΓ μήκει ἐστὶ σύμμετρος· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΒ ΒΓ ἀλόγων οὖσῶν μέσον ἐστὶ καὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΒΓ μήκει οὐκ ἐστὶ σύμμετρος· αἱ ΑΒ ΒΓ ἄρα εὐθεῖαι δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· ἡ ὡσὰ ἄρα συγκειμένη ἐκ δύο μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων ἐστὶν ἐλάττων· καλείσθω δὲ ἀποτομὴ δευτέρα· ἡ δὲ ΑΓ ἄρα ῥητή ἐστιν· ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΗΘ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον παρὰ τὴν ΗΘ παραβεβλήσθω ὀρθογώνιον τὸ ΗΚ πλάτος ποιοῦν τὴν ΗΘ· ἡ ΗΘ ἄρα τῇ ΗΚ μήκει ἐστὶ σύμμετρος· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΒΓ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΒΓ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΒΓ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΖΚ· ὡς δὲ ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἐστὶ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΓ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΖΚ, οὕτως τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΓ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΔΖ, οὕτως τὸ ΚΖ πρὸς τὸ ΖΓ· ἀλλὰ τὸ ΚΖ τῷ ΖΓ ἐστὶν ἴσον· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΗΚ τῷ ΔΖ· ἀλλὰ τὸ ΔΖ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΘ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἐστὶ μέσον· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ ἄρα μέσον ἐστίν· μέσον δὲ καὶ παρὰ ῥητὴν παραβέβληται τὴν ΗΘ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΚ καὶ ἀσύμμετρος μήκει τῇ ΗΘ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΖ ἐστὶ τὸ ΗΚ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΚ· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΓ λόγον ἔχει ὃν τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΖΚ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει ἐστὶν ἀσύμμετρος, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ, οὕτως τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΖΚ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΖΚ, οὕτως τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ· τὸ ΗΚ ἄρα ἑκατέρῳ τῶν ΖΚ ἀπὸ τῆς ΗΘ ἐστὶν ἴσον· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΖΚ· καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΗΚ τῇ ΗΘ μήκει, ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΗΚ· ἴσον δὲ τὸ ΗΚ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἄρα ῥητόν ἐστιν· εἰ δὲ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΗΚ τῇ ΗΘ μήκει, αἱ ΗΚ ΗΘ ἄρα εὐθεῖαι δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι· μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΗΚ ΗΘ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΗΚ ΗΘ ἐστὶ τὸ ΖΚ· καὶ τὸ ΖΚ ἄρα μέσον ἐστίν· ῥητὸν δὲ καὶ τὸ ΖΚ· ἐστὶν ἄρα ἑκάτερα τῶν ΖΚ ῥητὸν καὶ ἀσύμμετρον τῇ ΗΚ μήκει· ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΖΚ μήκει ἐστὶ σύμμετρος· καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΚ τῇ ΖΚ μήκει ἐστὶ σύμμετρος, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΖΚ, οὕτως τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΖΚ· ὡς δὲ τὸ ΗΚ πρὸς τὸ ΖΚ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΖΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΖΚ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΖΘ· ἀλλ' ὡς ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΖΚ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΚΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΖΘ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΚΘ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΘ ΚΘ πρὸς τὴν ΖΘ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΚΘ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΘ τῇ ΚΘ μήκει ἐστὶ σύμμετρος, ἀλλὰ ἡ ΗΘ ῥητή ἐστιν, ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΚΘ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΚ τῇ ΖΚ μήκει ἐστὶ σύμμετρος, ἀλλὰ ἡ ΗΚ ῥητή ἐστιν, ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΖΚ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΖΚ ΚΘ ῥητή ἐστι· καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΚ τῇ ΖΚ μήκει ἐστὶ σύμμετρος, ἀλλὰ ἡ ΗΚ τῇ ΚΘ ἐστὶ μήκει σύμμετρος· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΖΚ ΚΘ τῇ ΚΘ μήκει ἐστὶ σύμμετρος· αἱ δὲ τῇ αὐτῇ μήκει σύμμετροι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ μήκει σύμμετροι· σύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΖΚ τῇ ΚΘ μήκει· αἱ ΖΚ ΚΘ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΖΘ ἄρα ἀποτομή ἐστιν· ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Μ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ ἴσον παρὰ τὴν Μ παραβεβλήσθω ὀρθογώνιον τὸ ΝΞ πλάτος ποιοῦν τὴν ΝΜ· ἡ ΝΜ ἄρα τῇ ΜΞ μήκει ἐστὶ σύμμετρος· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΘΚ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὡς δὲ ἡ ΖΘ πρὸς τὴν ΘΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΖ ἐστὶν ἴσον· ἴσον γὰρ ἡ ΔΕ τῇ ΕΖ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΖ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΖΘ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΝΞ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΖΘ, οὕτως τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΖΞ· ὡς δὲ ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΝΞ, οὕτως τὸ ΚΖ πρὸς τὸ ΖΝ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΖΞ, οὕτως τὸ ΚΖ πρὸς τὸ ΖΝ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΚΖ, οὕτως τὸ ΖΞ πρὸς τὸ ΖΝ· ἀλλὰ τὸ ΖΞ τῷ ΖΝ ἐστὶν ἴσον· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΜΞ τῷ ΚΖ· ἀλλὰ τὸ ΚΖ τῷ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΜΝ ἐστὶ μέσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ ἄρα μέσον ἐστίν· μέσον δὲ καὶ παρὰ ῥητὴν παραβέβληται τὴν Μ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΞ καὶ ἀσύμμετρος μήκει τῇ Μ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΘ ΘΚ ἐστὶ τὸ ΜΞ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἄρα ἐστὶ τὸ ΜΞ· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΓ λόγον ἔχει ὃν τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΖΞ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΘ ἐστὶν ἴσον· ἡ ΗΘ ἄρα τῇ ΑΓ ἐστὶ δυνάμει μόνον σύμμετρος· ἡ ΑΓ ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ δύο μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων ἐλάττων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Μέσον μέσον οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ· φανερὸν μέσον τὸ ΑΒ μέσου τοῦ ΑΓ οὐχ ὑπερέχον ῥητῷ· τῷ ΑΔ· ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔ τῷ ΑΓ, ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΔ τῷ ΑΓ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΓ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην μείζονα δύναται τὸν ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον· ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΒ μείζονα δύναται τὸν ἀπὸ τῆς ΑΓ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ μήκει· καὶ ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ ΑΓ, μέσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΔ· καὶ ἐστὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ παραβεβλημένον· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΗ καὶ ἀσύμμετρος μήκει τῇ ΕΖ· ἐπεὶ οὖν ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ μήκει, καὶ ἡ ΕΗ ἄρα τῇ ΗΖ ἐστὶν ἀσύμμετρος μήκει· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ μήκει ἐστὶν ἀσύμμετρος, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως τὸ ΑΔ πρὸς τὸ ΔΒ· ὡς δὲ τὸ ΑΔ πρὸς τὸ ΔΒ, οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΗΖ· καὶ ἡ ΕΗ ἄρα τῇ ΗΖ ἐστὶν ἀσύμμετρος μήκει· αἱ ΕΗ ΗΖ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΕΖ ἄρα ἀποτομή ἐστιν· ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ Μ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον παρὰ τὴν Μ παραβεβλήσθω ὀρθογώνιον τὸ ΝΞ πλάτος ποιοῦν τὴν ΝΜ· ἡ ΝΜ ἄρα τῇ ΜΞ μήκει ἐστὶ σύμμετρος· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΗ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὡς δὲ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἐστὶν ἴσον· ἴσον γὰρ ἡ ΔΕ τῇ ΕΖ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΕ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΝ ΝΞ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΝΞ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΕΞ· ὡς δὲ ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΝΞ, οὕτως τὸ ΗΖ πρὸς τὸ ΖΝ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΕΞ, οὕτως τὸ ΗΖ πρὸς τὸ ΖΝ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΗΖ, οὕτως τὸ ΕΞ πρὸς τὸ ΖΝ· ἀλλὰ τὸ ΕΞ τῷ ΖΝ ἐστὶν ἴσον· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΜΞ τῷ ΗΖ· ἀλλὰ τὸ ΗΖ τῷ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΜΝ ἐστὶ μέσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ ἄρα μέσον ἐστίν· μέσον δὲ καὶ παρὰ ῥητὴν παραβέβληται τὴν Μ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΞ καὶ ἀσύμμετρος μήκει τῇ Μ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ ἐστὶ τὸ ΜΞ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἄρα ἐστὶ τὸ ΜΞ· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΓ λόγον ἔχει ὃν τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΖΞ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΘ ἐστὶν ἴσον· ἡ ΗΘ ἄρα τῇ ΑΓ ἐστὶ δυνάμει μόνον σύμμετρος· ἡ ΑΓ ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ δύο μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων ἐλάττων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΑΓ, ΔΕ· ἔστι τὸ μὲν ΑΓ τῷ ΖΘ ἴσον, τὸ δὲ ΔΕ τῷ ΚΛ μέσον ἑκάτερον τῶν ΖΘ, ΚΛ· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα τῷ ΚΛ ἐστὶν ἴσον· ῥητὸν δὲ τὸ ΑΓ· ῥητὸν ἄρα καὶ τὸ ΚΛ παρὰ ῥητὴν τὴν ΗΘ παραβεβλημένον πλάτος ποιεῖ τὸ ΗΛ ῥητὸν καὶ σύμμετρον μήκει τῇ ΗΘ· ὥστε καὶ ἑκατέρα τῶν ΚΗ, ΗΜ ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΗΘ μήκει· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΔΕ, οὕτως τὸ ΖΘ πρὸς τὸ ΚΛ, ἀσύμμετρον δὲ τὸ ΑΓ τῷ ΔΕ μήκει· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΖΘ τῷ ΚΛ μήκει· ἀλλὰ τὸ μὲν ΖΘ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ, τὸ δὲ ΚΛ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΗ, ΗΜ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΗ, ΗΜ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ΖΘ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως τὸ ΘΓ πρὸς τὸ ΛΜ· ἀσύμμετρον δὲ τὸ ΖΘ τῷ ΚΛ μήκει· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΘΓ τῷ ΛΜ μήκει· ἀλλὰ τὸ μὲν ΘΓ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ, τὸ δὲ ΛΜ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΗ, ΗΜ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΗ, ΗΜ· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΚΗ, ΗΜ ῥητή ἐστι καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΗΘ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΔΕ, οὕτως τὸ ΖΘ πρὸς τὸ ΚΛ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΖΘ, οὕτως τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΚΛ· ἀλλὰ τὸ ΑΓ τῷ ΖΘ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΔΕ ἄρα τῷ ΚΛ ἐστὶν ἴσον· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΔΕ τῷ ΜΛ ἴσον· καὶ τὸ ΚΛ ἄρα τῷ ΜΛ ἐστὶν ἴσον· ἔστι δὲ καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ΖΘ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως τὸ ΘΓ πρὸς τὸ ΛΜ, ἀλλὰ τὸ ΚΛ τῷ ΜΛ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΘΓ ἄρα τῷ ΛΜ ἐστὶν ἴσον· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΛΜ τῷ ΔΕ ἴσον· καὶ τὸ ΔΕ ἄρα τῷ ΘΓ ἐστὶν ἴσον· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΔΕ τῷ ΜΛ ἴσον· καὶ τὸ ΘΓ ἄρα τῷ ΜΛ ἐστὶν ἴσον· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΜΛ

ιβ

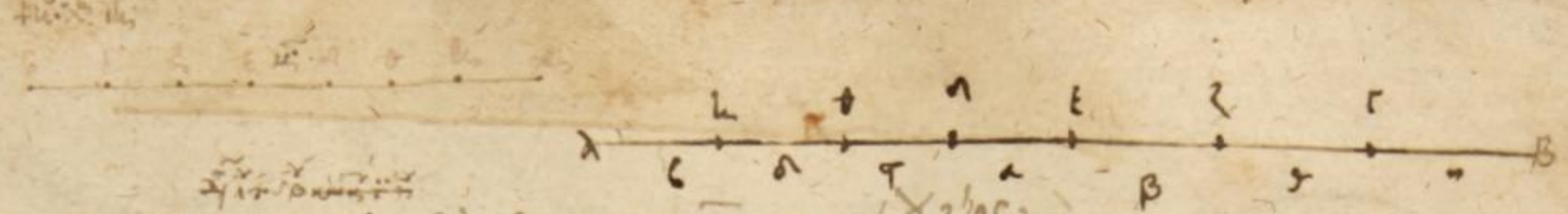
Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ὁ ἕτερος ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν ἕτερον ποιῇ, ὁ δὲ ἕτερος ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν ἕτερον ποιῇ, οἱ δὲ γενόμενοι τὴν αὐτὴν πλευρὰν ἔχωσιν, οἱ γενόμενοι ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν· καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ οἱ γενόμενοι τὴν αὐτὴν πλευρὰν ἔχουσιν.

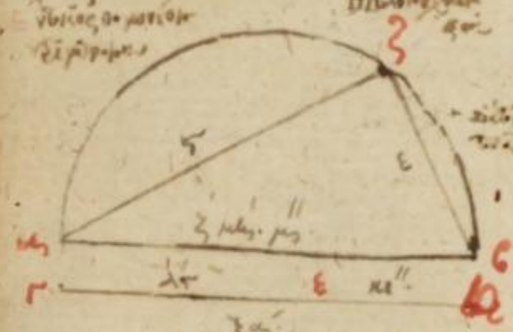
Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β ὁ ἕτερος ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν ἕτερον ποιείτω τὸν Γ, ὁ δὲ ἕτερος ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν ἕτερον ποιείτω τὸν Δ, οἱ δὲ γενόμενοι τὴν αὐτὴν πλευρὰν ἐχέτωσαν τὸν Ε· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν Α, Β μέσος ἀνάλογον ὁ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· διήρηται ἐν μέσοις ἀνὰ λόγον ὁ Α, Β μέσοις ἐμπεσόντων τῶν Γ, Δ.

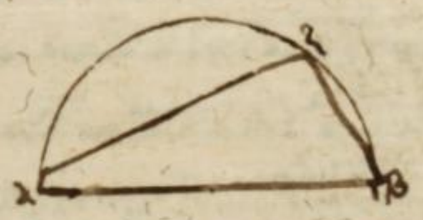
Εὑρεῖν νο τετραγώνους ἀριθμοὺς συνεχεῖς ἀνὰ λόγον ὄντας ἐλαχίστους ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ τῶν ἐξ ἀρχῆς ἀριθμῶν μὴ ὄντων ὁμοίων ἐπιπέδων.

Οἱ δοθέντες ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ τῶν ἐξ ἀρχῆς ἀριθμῶν μὴ ὄντων ὁμοίων ἐπιπέδων ἔστωσαν οἱ Α, Β· δεῖ δὴ εὑρεῖν νο τετραγώνους ἀριθμοὺς συνεχεῖς ἀνὰ λόγον ὄντας ἐλαχίστους ἐν τῷ τῶν Α, Β λόγῳ.

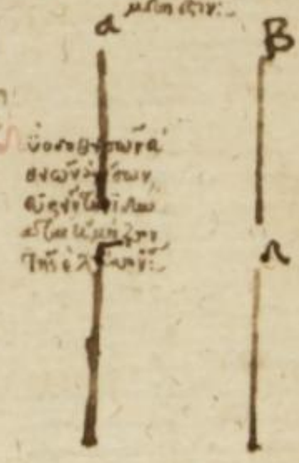
Εἰλήφθω γὰρ τῶν Α, Β μέσος ἀνάλογον ὁ Γ· καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Β ποιείτω τὸν Δ, ὁ δὲ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω τὸν Ε, οἱ δὲ γενόμενοι τὴν αὐτὴν πλευρὰν ἐχέτωσαν τὸν Ζ· καὶ ὁ Ζ ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω τὸν Η, ὁ δὲ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω τὸν Θ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Θ ποιείτω τὸν Κ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Κ ποιείτω τὸν Λ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω τὸν Μ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Μ ποιείτω τὸν Ν· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ν ποιείτω τὸν Ξ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ξ ποιείτω τὸν Ο· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ο ποιείτω τὸν Π· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Π ποιείτω τὸν Ρ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ρ ποιείτω τὸν Σ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Σ ποιείτω τὸν Τ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Τ ποιείτω τὸν Υ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Υ ποιείτω τὸν Φ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Φ ποιείτω τὸν Χ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Χ ποιείτω τὸν Ψ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ψ ποιείτω τὸν Ω· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ω ποιείτω τὸν Αα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Αα ποιείτω τὸν Αβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Αβ ποιείτω τὸν Αγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Αγ ποιείτω τὸν Αδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Αδ ποιείτω τὸν Αε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Αε ποιείτω τὸν Αϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Αϛ ποιείτω τὸν Αζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Αζ ποιείτω τὸν Αη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Αη ποιείτω τὸν Αθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Αθ ποιείτω τὸν Βι· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βι ποιείτω τὸν Βια· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βια ποιείτω τὸν Βιβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βιβ ποιείτω τὸν Βιγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βιγ ποιείτω τὸν Βιδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βιδ ποιείτω τὸν Βιε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βιε ποιείτω τὸν Βιϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βιϛ ποιείτω τὸν Βιζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βιζ ποιείτω τὸν Βιη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βιη ποιείτω τὸν Βιθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βιθ ποιείτω τὸν Βκ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βκ ποιείτω τὸν Βκα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βκα ποιείτω τὸν Βκβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βκβ ποιείτω τὸν Βκγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βκγ ποιείτω τὸν Βκδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βκδ ποιείτω τὸν Βκε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βκε ποιείτω τὸν Βκϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βκϛ ποιείτω τὸν Βκζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βκζ ποιείτω τὸν Βκη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βκη ποιείτω τὸν Βκθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βκθ ποιείτω τὸν Βλ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βλ ποιείτω τὸν Βλα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βλα ποιείτω τὸν Βλβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βλβ ποιείτω τὸν Βλγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βλγ ποιείτω τὸν Βλδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βλδ ποιείτω τὸν Βλε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βλε ποιείτω τὸν Βλϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βλϛ ποιείτω τὸν Βλζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βλζ ποιείτω τὸν Βλη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βλη ποιείτω τὸν Βλθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βλθ ποιείτω τὸν Βμ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βμ ποιείτω τὸν Βμα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βμα ποιείτω τὸν Βμβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βμβ ποιείτω τὸν Βμγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βμγ ποιείτω τὸν Βμδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βμδ ποιείτω τὸν Βμε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βμε ποιείτω τὸν Βμϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βμϛ ποιείτω τὸν Βμζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βμζ ποιείτω τὸν Βμη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βμη ποιείτω τὸν Βμθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βμθ ποιείτω τὸν Βν· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βν ποιείτω τὸν Βνα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βνα ποιείτω τὸν Βνβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βνβ ποιείτω τὸν Βνγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βνγ ποιείτω τὸν Βνδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βνδ ποιείτω τὸν Βνε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βνε ποιείτω τὸν Βνϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βνϛ ποιείτω τὸν Βνζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βνζ ποιείτω τὸν Βνη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βνη ποιείτω τὸν Βνθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βνθ ποιείτω τὸν Βξ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βξ ποιείτω τὸν Βξα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βξα ποιείτω τὸν Βξβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βξβ ποιείτω τὸν Βξγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βξγ ποιείτω τὸν Βξδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βξδ ποιείτω τὸν Βξε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βξε ποιείτω τὸν Βξϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βξϛ ποιείτω τὸν Βξζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βξζ ποιείτω τὸν Βξη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βξη ποιείτω τὸν Βξθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βξθ ποιείτω τὸν Βο· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βο ποιείτω τὸν Βοα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βοα ποιείτω τὸν Βοβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βοβ ποιείτω τὸν Βογ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βογ ποιείτω τὸν Βοδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βοδ ποιείτω τὸν Βοε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βοε ποιείτω τὸν Βοϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βοϛ ποιείτω τὸν Βοζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βοζ ποιείτω τὸν Βοη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βοη ποιείτω τὸν Βοθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βοθ ποιείτω τὸν Βπ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βπ ποιείτω τὸν Βπα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βπα ποιείτω τὸν Βπβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βπβ ποιείτω τὸν Βπγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βπγ ποιείτω τὸν Βπδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βπδ ποιείτω τὸν Βπε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βπε ποιείτω τὸν Βπϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βπϛ ποιείτω τὸν Βπζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βπζ ποιείτω τὸν Βπη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βπη ποιείτω τὸν Βπθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βπθ ποιείτω τὸν Βϟ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βϟ ποιείτω τὸν Βϟα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βϟα ποιείτω τὸν Βϟβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βϟβ ποιείτω τὸν Βϟγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βϟγ ποιείτω τὸν Βϟδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βϟδ ποιείτω τὸν Βϟε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βϟε ποιείτω τὸν Βϟϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βϟϛ ποιείτω τὸν Βϟζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βϟζ ποιείτω τὸν Βϟη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βϟη ποιείτω τὸν Βϟθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βϟθ ποιείτω τὸν Βρ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βρ ποιείτω τὸν Βρα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βρα ποιείτω τὸν Βρβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βρβ ποιείτω τὸν Βργ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βργ ποιείτω τὸν Βρδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βρδ ποιείτω τὸν Βρε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βρε ποιείτω τὸν Βρϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βρϛ ποιείτω τὸν Βρζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βρζ ποιείτω τὸν Βρη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βρη ποιείτω τὸν Βρθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βρθ ποιείτω τὸν Βσ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βσ ποιείτω τὸν Βσα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βσα ποιείτω τὸν Βσβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βσβ ποιείτω τὸν Βσγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βσγ ποιείτω τὸν Βσδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βσδ ποιείτω τὸν Βσε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βσε ποιείτω τὸν Βσϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βσϛ ποιείτω τὸν Βσζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βσζ ποιείτω τὸν Βση· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βση ποιείτω τὸν Βσθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βσθ ποιείτω τὸν Βτ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βτ ποιείτω τὸν Βτα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βτα ποιείτω τὸν Βτβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βτβ ποιείτω τὸν Βτγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βτγ ποιείτω τὸν Βτδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βτδ ποιείτω τὸν Βτε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βτε ποιείτω τὸν Βτϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βτϛ ποιείτω τὸν Βτζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βτζ ποιείτω τὸν Βτη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βτη ποιείτω τὸν Βτθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βτθ ποιείτω τὸν Βυ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βυ ποιείτω τὸν Βυα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βυα ποιείτω τὸν Βυβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βυβ ποιείτω τὸν Βυγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βυγ ποιείτω τὸν Βυδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βυδ ποιείτω τὸν Βυε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βυε ποιείτω τὸν Βυϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βυϛ ποιείτω τὸν Βυζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βυζ ποιείτω τὸν Βυη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βυη ποιείτω τὸν Βυθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βυθ ποιείτω τὸν Βφ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βφ ποιείτω τὸν Βφα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βφα ποιείτω τὸν Βφβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βφβ ποιείτω τὸν Βφγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βφγ ποιείτω τὸν Βφδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βφδ ποιείτω τὸν Βφε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βφε ποιείτω τὸν Βφϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βφϛ ποιείτω τὸν Βφζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βφζ ποιείτω τὸν Βφη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βφη ποιείτω τὸν Βφθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βφθ ποιείτω τὸν Βχ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βχ ποιείτω τὸν Βχα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βχα ποιείτω τὸν Βχβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βχβ ποιείτω τὸν Βχγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βχγ ποιείτω τὸν Βχδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βχδ ποιείτω τὸν Βχε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βχε ποιείτω τὸν Βχϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βχϛ ποιείτω τὸν Βχζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βχζ ποιείτω τὸν Βχη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βχη ποιείτω τὸν Βχθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βχθ ποιείτω τὸν Βψ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βψ ποιείτω τὸν Βψα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βψα ποιείτω τὸν Βψβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βψβ ποιείτω τὸν Βψγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βψγ ποιείτω τὸν Βψδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βψδ ποιείτω τὸν Βψε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βψε ποιείτω τὸν Βψϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βψϛ ποιείτω τὸν Βψζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βψζ ποιείτω τὸν Βψη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βψη ποιείτω τὸν Βψθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βψθ ποιείτω τὸν Βω· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βω ποιείτω τὸν Βωα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βωα ποιείτω τὸν Βωβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βωβ ποιείτω τὸν Βωγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βωγ ποιείτω τὸν Βωδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βωδ ποιείτω τὸν Βωε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βωε ποιείτω τὸν Βωϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βωϛ ποιείτω τὸν Βωζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βωζ ποιείτω τὸν Βωη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βωη ποιείτω τὸν Βωθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βωθ ποιείτω τὸν Βαρ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαρ ποιείτω τὸν Βαρα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαρα ποιείτω τὸν Βαρβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαρβ ποιείτω τὸν Βαργ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαργ ποιείτω τὸν Βαρδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαρδ ποιείτω τὸν Βαρε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαρε ποιείτω τὸν Βαρϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαρϛ ποιείτω τὸν Βαρζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαρζ ποιείτω τὸν Βαρη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαρη ποιείτω τὸν Βαρθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαρθ ποιείτω τὸν Βασ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βασ ποιείτω τὸν Βασα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βασα ποιείτω τὸν Βασβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βασβ ποιείτω τὸν Βασγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βασγ ποιείτω τὸν Βασδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βασδ ποιείτω τὸν Βασε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βασε ποιείτω τὸν Βασϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βασϛ ποιείτω τὸν Βασζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βασζ ποιείτω τὸν Βαση· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαση ποιείτω τὸν Βασθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βασθ ποιείτω τὸν Βατ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βατ ποιείτω τὸν Βατα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βατα ποιείτω τὸν Βατβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βατβ ποιείτω τὸν Βατγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βατγ ποιείτω τὸν Βατδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βατδ ποιείτω τὸν Βατε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βατε ποιείτω τὸν Βατϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βατϛ ποιείτω τὸν Βατζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βατζ ποιείτω τὸν Βατη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βατη ποιείτω τὸν Βατθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βατθ ποιείτω τὸν Βαυ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαυ ποιείτω τὸν Βαυα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαυα ποιείτω τὸν Βαυβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαυβ ποιείτω τὸν Βαυγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαυγ ποιείτω τὸν Βαυδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαυδ ποιείτω τὸν Βαυε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαυε ποιείτω τὸν Βαυϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαυϛ ποιείτω τὸν Βαυζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαυζ ποιείτω τὸν Βαυη· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαυη ποιείτω τὸν Βαυθ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαυθ ποιείτω τὸν Βαφ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαφ ποιείτω τὸν Βαφα· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαφα ποιείτω τὸν Βαφβ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαφβ ποιείτω τὸν Βαφγ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαφγ ποιείτω τὸν Βαφδ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαφδ ποιείτω τὸν Βαφε· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Βαφε ποιείτω τὸν Βαφϛ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Βαφϛ ποιείτω τὸν Βαφζ· καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν


λ
ζ
δ
τ
α
β
γ
η



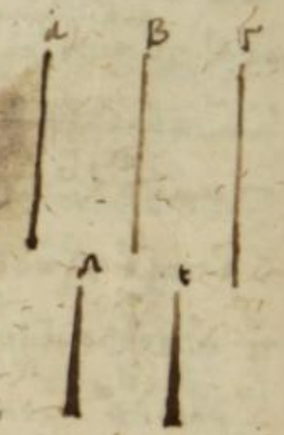

Γ
Α
Β

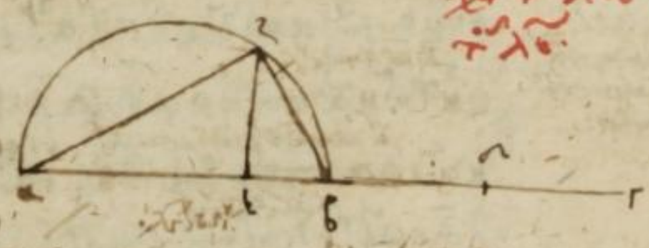
Γ
Ε
Ζ
Η
Δ
Τ
Β
Γ


α
Β
Λ

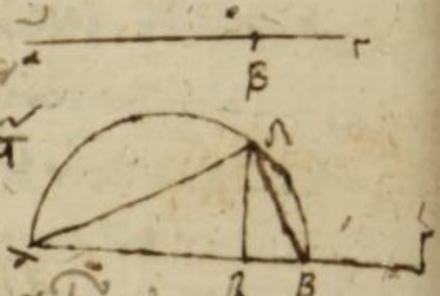
μόμου σύμμετρος μεσάβ Γ· ὥστε καὶ τῷ λ τῆς Γ, καὶ ἑκάτερα λ
τῷ δὲ ὑποτ μ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται
τῷ δὲ ὑποτ ἡ λ. ἴσον δὲ τὸ δὲ ὑποτ τῷ λ. καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τὸ δὲ ὑποτ
ἐστὶ τῷ ὑποτ μ ΒΓ, ἴσον δὲ τὸ ὑποτ μ ΑΒ τῷ ὑποτ μ ΔΕ. καὶ ἐστὶ τὸ ὑποτ
μ ΑΒ τῷ ὑποτ μ ΒΓ, οὕτως καὶ λ τῷ ὑποτ μ ΔΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ
τῶν μ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τὸ δὲ ὑποτ τῆς λ· τῷ δὲ ὑποτ μ ΒΓ, ἴσον τὸ ὑποτ μ ΔΕ,
ἐστὶν ἄρα ὡς λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ, οὕτως τὸ δὲ ὑποτ τῆς λ, πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ. ὡς δὲ
τὸ δὲ ὑποτ τῆς λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ, οὕτως λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ. καὶ ὡς ἄρα
λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ, οὕτως λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ. ἑκατέρα ἄρα τῶν λ ἑκατέρᾳ
τῶν ὑποτ μ ΔΕ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ
μεῖζον δύναται τῷ ΔΕ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ, τῷ δὲ ἀπὸ
τῆς ΒΓ μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἑαυτοῖς. λέγω δὴ
ὅτι καὶ μέσον ἐστὶ τὸ ὑποτ μ ΔΕ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑποτ μ ΑΒ ΒΓ, τῷ
ὑποτ μ ΔΕ. μέσον δὲ τὸ ὑποτ μ ΑΒ ΒΓ. καὶ τὸ ὑποτ μ ΔΕ ἄρα μέσον ἐστὶ καὶ
δυνάμει μόνον σύμμετρός ἐστι τῇ ὑποκειμένῃ ῥητῇ. ὥστε τὸ ὑποτ μ ΔΕ μέσον
ἐστὶ καὶ δυνάμει μόνον σύμμετρος ἐστὶ τῇ ὑποκειμένῃ ῥητῇ. ὥστε τὸ ὑποτ μ ΔΕ μέσον
ἐστὶ καὶ δυνάμει μόνον σύμμετρος ἐστὶ τῇ ὑποκειμένῃ ῥητῇ. ὥστε τὸ ὑποτ μ ΔΕ μέσον
μόνον σύμμετρος μεσάβ Γ· ὥστε καὶ τῷ λ τῆς Γ, καὶ ἑκάτερα λ
τῷ δὲ ὑποτ μ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται
τῷ δὲ ὑποτ ἡ λ. ἴσον δὲ τὸ δὲ ὑποτ τῷ λ. καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τὸ δὲ ὑποτ
ἐστὶ τῷ ὑποτ μ ΒΓ, ἴσον δὲ τὸ ὑποτ μ ΑΒ τῷ ὑποτ μ ΔΕ. καὶ ἐστὶ τὸ ὑποτ
μ ΑΒ τῷ ὑποτ μ ΒΓ, οὕτως καὶ λ τῷ ὑποτ μ ΔΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ
τῶν μ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τὸ δὲ ὑποτ τῆς λ· τῷ δὲ ὑποτ μ ΒΓ, ἴσον τὸ ὑποτ μ ΔΕ,
ἐστὶν ἄρα ὡς λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ, οὕτως τὸ δὲ ὑποτ τῆς λ, πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ. ὡς δὲ
τὸ δὲ ὑποτ τῆς λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ, οὕτως λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ. καὶ ὡς ἄρα
λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ, οὕτως λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ. ἑκατέρα ἄρα τῶν λ ἑκατέρᾳ
τῶν ὑποτ μ ΔΕ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ
μεῖζον δύναται τῷ ΔΕ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ, τῷ δὲ ἀπὸ
τῆς ΒΓ μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἑαυτοῖς. λέγω δὴ
ὅτι καὶ μέσον ἐστὶ τὸ ὑποτ μ ΔΕ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑποτ μ ΑΒ ΒΓ, τῷ
ὑποτ μ ΔΕ. μέσον δὲ τὸ ὑποτ μ ΑΒ ΒΓ. καὶ τὸ ὑποτ μ ΔΕ ἄρα μέσον ἐστὶ καὶ
δυνάμει μόνον σύμμετρός ἐστι τῇ ὑποκειμένῃ ῥητῇ. ὥστε τὸ ὑποτ μ ΔΕ μέσον
ἐστὶ καὶ δυνάμει μόνον σύμμετρος ἐστὶ τῇ ὑποκειμένῃ ῥητῇ. ὥστε τὸ ὑποτ μ ΔΕ μέσον
ἐστὶ καὶ δυνάμει μόνον σύμμετρος ἐστὶ τῇ ὑποκειμένῃ ῥητῇ. ὥστε τὸ ὑποτ μ ΔΕ μέσον
μόνον σύμμετρος μεσάβ Γ· ὥστε καὶ τῷ λ τῆς Γ, καὶ ἑκάτερα λ
τῷ δὲ ὑποτ μ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται
τῷ δὲ ὑποτ ἡ λ. ἴσον δὲ τὸ δὲ ὑποτ τῷ λ. καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τὸ δὲ ὑποτ
ἐστὶ τῷ ὑποτ μ ΒΓ, ἴσον δὲ τὸ ὑποτ μ ΑΒ τῷ ὑποτ μ ΔΕ. καὶ ἐστὶ τὸ ὑποτ
μ ΑΒ τῷ ὑποτ μ ΒΓ, οὕτως καὶ λ τῷ ὑποτ μ ΔΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ
τῶν μ ΑΒ ἴσον ἐστὶ τὸ δὲ ὑποτ τῆς λ· τῷ δὲ ὑποτ μ ΒΓ, ἴσον τὸ ὑποτ μ ΔΕ,
ἐστὶν ἄρα ὡς λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ, οὕτως τὸ δὲ ὑποτ τῆς λ, πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ. ὡς δὲ
τὸ δὲ ὑποτ τῆς λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ, οὕτως λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ. καὶ ὡς ἄρα
λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ, οὕτως λ πρὸς τὸ ὑποτ μ ΔΕ. ἑκατέρα ἄρα τῶν λ ἑκατέρᾳ
τῶν ὑποτ μ ΔΕ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ
μεῖζον δύναται τῷ ΔΕ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ, τῷ δὲ ἀπὸ
τῆς ΒΓ μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἑαυτοῖς. λέγω δὴ
ὅτι καὶ μέσον ἐστὶ τὸ ὑποτ μ ΔΕ. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑποτ μ ΑΒ ΒΓ, τῷ
ὑποτ μ ΔΕ. μέσον δὲ τὸ ὑποτ μ ΑΒ ΒΓ. καὶ τὸ ὑποτ μ ΔΕ ἄρα μέσον ἐστὶ καὶ
δυνάμει μόνον σύμμετρός ἐστι τῇ ὑποκειμένῃ ῥητῇ. ὥστε τὸ ὑποτ μ ΔΕ μέσον
ἐστὶ καὶ δυνάμει μόνον σύμμετρος ἐστὶ τῇ ὑποκειμένῃ ῥητῇ. ὥστε τὸ ὑποτ μ ΔΕ μέσον
ἐστὶ καὶ δυνάμει μόνον σύμμετρος ἐστὶ τῇ ὑποκειμένῃ ῥητῇ. ὥστε τὸ ὑποτ μ ΔΕ μέσον

ιζ



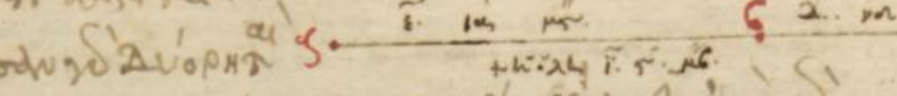


λ̄ζ̄



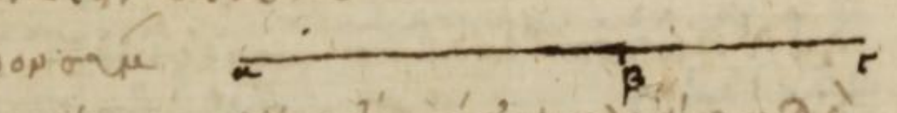
Ἐὰν μήκους τοῦ ὅλου ἀφαιρεθῇ μέρος τι τετράγωνον· ὅπερ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ἡμισείας· καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ ὅλου τετράγωνον ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ὅλου καὶ τοῦ ἀφαιρεθέντος συναμφοτέρου περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τετραγώνῳ, τὸ ὅλον εὐθύγραμμον ἀφ' οὗ ἀφῄρηται τὸ τετράγωνον ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἐστὶν ἀπὸ ῥητῆς ἐπὶ ῥητὴν παραβαλλόμενον ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ.

τὰ δὲ λ τῶν κ τοῦ ι στοιχείων θεωρίας ξ λ

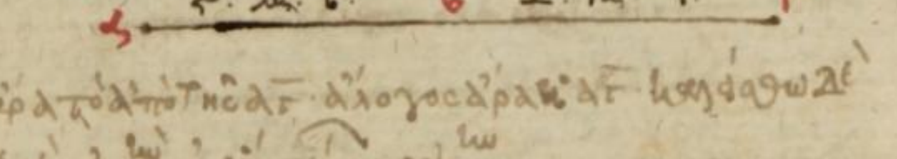


Ἔστω μήκους τοῦ ὅλου τὸ α β γ, καὶ ἔστω τὸ ἀφαιρεθὲν μέρος τὸ α ζ τετράγωνον· ὅπερ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς α γ· καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ ὅλου τετράγωνον ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ὅλου καὶ τοῦ ἀφαιρεθέντος συναμφοτέρου τὸν α γ β ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἔστω τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τετραγώνῳ· λέγω ὅτι ὅλη ἡ α γ ἀλόγος ἐστίν· ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ β ζ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ α γ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ α γ πρὸς τὴν γ ζ, οὕτως ἡ ὑπὸ τῶν α γ β ζ πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν γ ζ β ζ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ α γ πρὸς τὴν γ ζ, τὸ ἀπὸ τῆς α γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ· ὡς δὲ ἡ ὑπὸ τῶν α γ β ζ πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν γ ζ β ζ, ἡ α γ πρὸς τὴν γ β· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς α γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ, ἡ α γ πρὸς τὴν γ β· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς α γ πρὸς τὴν α γ, τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ πρὸς τὴν γ β· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς α γ πρὸς τὴν α γ ἐστὶν ἡ α γ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ ἄρα πρὸς τὴν γ β ἐστὶν ἡ α γ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ πρὸς τὴν γ β ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ β ζ· ἡ α γ ἄρα πρὸς τὴν γ β ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ β ζ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ β ζ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ β· ἡ α γ ἄρα πρὸς τὴν γ β ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ β· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ β πρὸς τὴν γ β ἐστὶν ἡ α γ· ἡ α γ ἄρα πρὸς τὴν γ β ἐστὶν ἡ α γ· καὶ ἐναλλὰξ ἡ α γ πρὸς τὴν α γ ἐστὶν ἡ γ β· καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ α γ τῆς γ β, μείζων ἄρα καὶ ἡ α γ τῆς γ β· καὶ ἐστὶν ὡς ἡ α γ πρὸς τὴν γ β, ἡ α γ πρὸς τὴν α γ· ἡ α γ ἄρα πρὸς ἑαυτὴν μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν γ β· ἀλλὰ τὸ μείζονα λόγον ἔχον πρὸς ἔλασσον ἤπερ ἄλλο τι πρὸς ἄλλο τι μείζων ἐστὶν ἐκείνου πρὸς ὃ πρὸς ἔλασσον λόγον ἔχει· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ α γ τῆς α γ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ α γ τῇ α γ· ἀλόγος ἄρα ἐστὶν ἡ α γ· καὶ καλείσθω ἡ ὅλη ἄλογος ἐκκειμένου ῥητοῦ τοῦ ε ζ κβ.

Ἐὰν ἄρα μήκους τοῦ ὅλου ἀφαιρεθῇ μέρος τι τετράγωνον· ὅπερ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ἡμισείας· καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ ὅλου τετράγωνον ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ὅλου καὶ τοῦ ἀφαιρεθέντος συναμφοτέρου περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τετραγώνῳ, τὸ ὅλον εὐθύγραμμον ἀφ' οὗ ἀφῄρηται τὸ τετράγωνον ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἐστὶν ἀπὸ ῥητῆς ἐπὶ ῥητὴν παραβαλλόμενον ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ καλείσθω ἡ ὅλη ἄλογος ἐκκειμένου ῥητοῦ τοῦ ε ζ κβ.



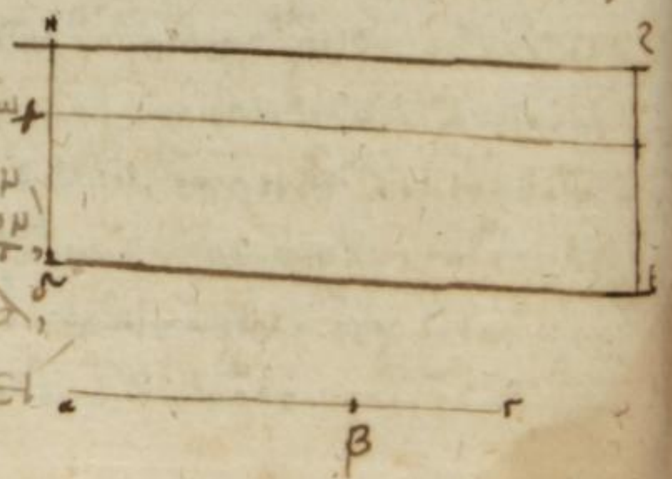
Ἐὰν δὲ μήκους τοῦ ὅλου ἀφαιρεθῇ μέρος τι τετράγωνον· ὅπερ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ἡμισείας· καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ ὅλου τετράγωνον ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ὅλου καὶ τοῦ ἀφαιρεθέντος συναμφοτέρου περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τετραγώνῳ, τὸ ὅλον εὐθύγραμμον ἀφ' οὗ ἀφῄρηται τὸ τετράγωνον ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἐστὶν ἀπὸ ῥητῆς ἐπὶ ῥητὴν παραβαλλόμενον ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ καλείσθω ἡ ὅλη ἄλογος ἐκκειμένου ῥητοῦ τοῦ ε ζ κβ.

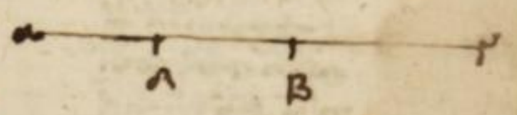


Ἔστω μήκους τοῦ ὅλου τὸ α β γ, καὶ ἔστω τὸ ἀφαιρεθὲν μέρος τὸ α ζ τετράγωνον· ὅπερ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς α γ· καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ ὅλου τετράγωνον ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ὅλου καὶ τοῦ ἀφαιρεθέντος συναμφοτέρου τὸν α γ β ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἔστω τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ α γ τετραγώνῳ· λέγω ὅτι ὅλη ἡ α γ ἀλόγος ἐστίν· ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ β ζ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τοῦ α γ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ α γ πρὸς τὴν γ ζ, οὕτως ἡ ὑπὸ τῶν α γ β ζ πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν γ ζ β ζ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ α γ πρὸς τὴν γ ζ, τὸ ἀπὸ τῆς α γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ· ὡς δὲ ἡ ὑπὸ τῶν α γ β ζ πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν γ ζ β ζ, ἡ α γ πρὸς τὴν γ β· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς α γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ, ἡ α γ πρὸς τὴν γ β· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς α γ πρὸς τὴν α γ, τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ πρὸς τὴν γ β· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς α γ πρὸς τὴν α γ ἐστὶν ἡ α γ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ ἄρα πρὸς τὴν γ β ἐστὶν ἡ α γ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ πρὸς τὴν γ β ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ β ζ· ἡ α γ ἄρα πρὸς τὴν γ β ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ β ζ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ ζ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ β ζ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ β· ἡ α γ ἄρα πρὸς τὴν γ β ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ β· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α γ γ β πρὸς τὴν γ β ἐστὶν ἡ α γ· ἡ α γ ἄρα πρὸς τὴν γ β ἐστὶν ἡ α γ· καὶ ἐναλλὰξ ἡ α γ πρὸς τὴν α γ ἐστὶν ἡ γ β· καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ α γ τῆς γ β, μείζων ἄρα καὶ ἡ α γ τῆς γ β· καὶ ἐστὶν ὡς ἡ α γ πρὸς τὴν γ β, ἡ α γ πρὸς τὴν α γ· ἡ α γ ἄρα πρὸς ἑαυτὴν μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν γ β· ἀλλὰ τὸ μείζονα λόγον ἔχον πρὸς ἔλασσον ἤπερ ἄλλο τι πρὸς ἄλλο τι μείζων ἐστὶν ἐκείνου πρὸς ὃ πρὸς ἔλασσον λόγον ἔχει· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ α γ τῆς α γ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ α γ τῇ α γ· ἀλόγος ἄρα ἐστὶν ἡ α γ· καὶ καλείσθω ἡ ὅλη ἄλογος ἐκκειμένου ῥητοῦ τοῦ ε ζ κβ.

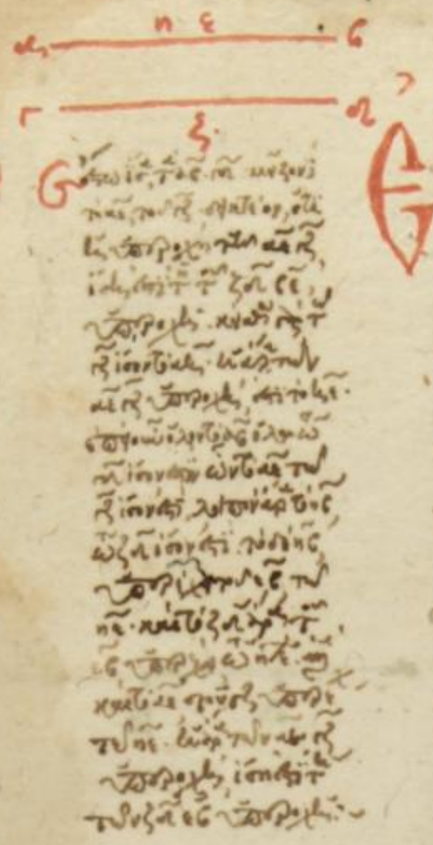
Ἐὰν ἄρα μήκους τοῦ ὅλου ἀφαιρεθῇ μέρος τι τετράγωνον· ὅπερ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ἡμισείας· καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ ὅλου τετράγωνον ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ὅλου καὶ τοῦ ἀφαιρεθέντος συναμφοτέρου περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τετραγώνῳ, τὸ ὅλον εὐθύγραμμον ἀφ' οὗ ἀφῄρηται τὸ τετράγωνον ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἐστὶν ἀπὸ ῥητῆς ἐπὶ ῥητὴν παραβαλλόμενον ἐλλείπον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ καλείσθω ἡ ὅλη ἄλογος ἐκκειμένου ῥητοῦ τοῦ ε ζ κβ.

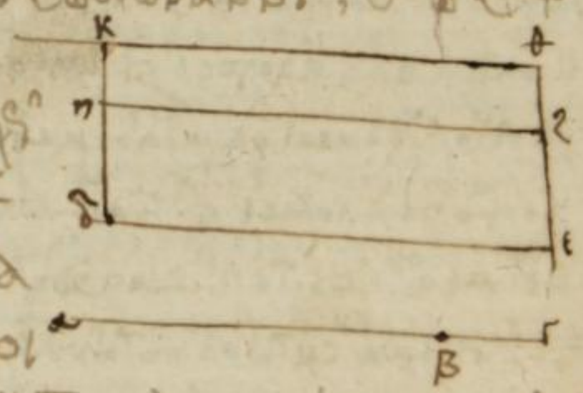
λθ


α
β
γ
δ
ε
ζ


α
Α
Β

α
β
γ



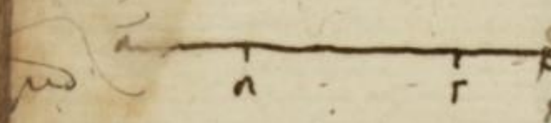


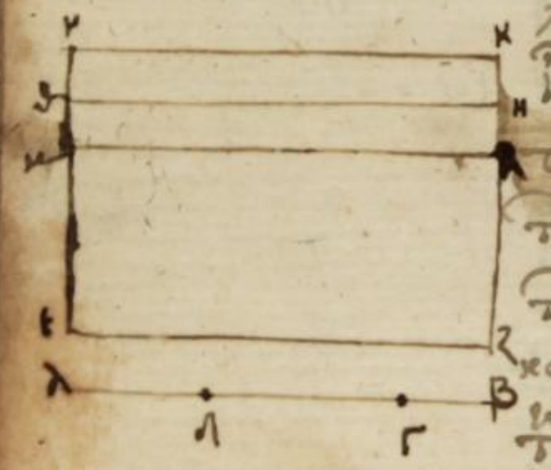
131

μϚ

Ἡ σκαληνὸν ὀνόματι, καὶ οὐκ ἰσόπλευρον.
Διαιρεθείσης τῆς ὀνόματι· ἐφ' ὧν σκαληνοῦ τριγώνου τῆς ΑΒ, διηρημένης
εἰς τὸ ὄνομα κατὰ τὸ Γ. αἱ ΑΓ ΓΒ ἄρα, ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον
σύμμετροι. ὅτι ἡ ΑΒ κατὰ τὸ ὄνομα διαιρεθεῖσα εἰς ὀνόματα μόνον
συμμέτρους. ἐπεὶ γὰρ διήρηται κατὰ τὸ Γ, ὥστε καὶ τὰς ΑΓ ΓΒ, ῥητὰς
εἶναι δυνάμει μόνον συμμέτρους. φανερὸν δή ὅτι οὐκ ἔστιν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, οὐκ
ἐστὶν ἄρα καὶ ἡ ΑΓ δύναται τῇ ΓΒ ῥητὸν ἐστὶ καὶ ἡ ΑΓ δύναται τῇ ΓΒ ῥητὸν
ἐστὶ μετὰ ῥητῆς τῆς ΑΓ, οὕτως καὶ ΒΑ πρὸς ΑΓ τὸν ἀπὸ τῆς ΑΒ μετὰ τῆς ΑΓ
καὶ τὸν αὐτὸν τμῆμα τὸν ΓΑ διαιρετόν ἐστι κατὰ τὸ Δ, ὥστε τὸν ἀπὸ
τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ ὑπερέχειν ἄρα τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ τῆς ΑΒ. διὰ δὴ τοῦτο καὶ τὰ
ΓΑ, οὐκ ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ὡσαύτως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ
τὰ λοιπά. σκαληνὸν ἄρα τὸ τρίγωνον.

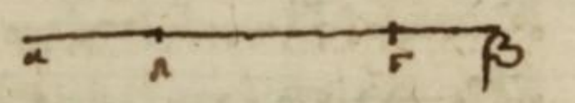
Ἡ σκαληνοῦ τρισὶ, καθ' ἓν μόνον σύμμετρον διαιρεθέν.
μέσο τρισὶ ἴσαις ΑΒ, διηρημένης κατὰ τὸ Γ. ὥστε τὰς ΑΓ ΓΒ μετὰ ἀλλήλων


α
λ
γ
β

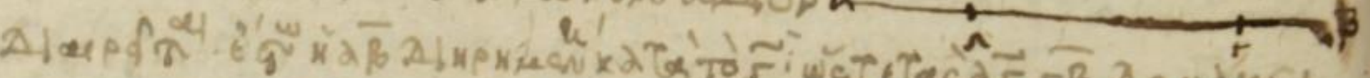

κ
η
ι
ε
ζ
λ
γ
β

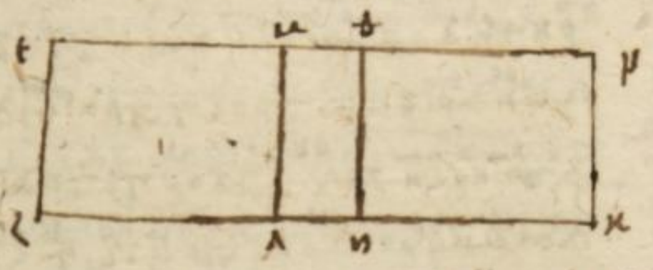
ἀνάμετρα ἀλλήλοις ἔσται μέτρῳ, οὗ ἡ ΑΓ τῶν ΓΒ. τῶν δὲ ΑΓ ΓΒ σύμμετρον ἐστὶ τὸ
ΔΙΑ τὸ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ καὶ τὸ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ ῥητὸν ἐστί· τῶν ἄρα ΑΓ ΓΒ
τὸ ΔΙΑ τὸ ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΕΗ· τῷ δὲ ΔΙΑ τὸ ἀπὸ
τῶν ΑΓ ΓΒ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΘΚ· ὥστε καὶ
τὸ ΕΗ τῷ ΘΚ ἴσον ἐστί· καὶ κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΕΜ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΜ τῷ ΜΚ ἐστιν ἴσον, καί ἐστι ῥητὰ τὰ ΗΜ ΜΚ, καὶ
σύμμετρα ἀλλήλοις μόνον σύμμετρον· ἐὰν δὲ δύο ῥητὰ δυνάμει μόνον σύμμετρα
ᾖ τὸ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν, ἡ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη μέσον· ἡ ἄρα
ΗΚ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη μέσον· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΜ παραβέβληται· ἡ ἄρα ΕΜ
καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΜ ΜΚ, ἐστὶ ῥητὴ καὶ ἀσύμμετρος μήκει τῇ ΕΜ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

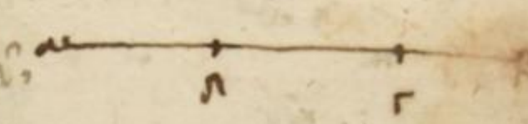
Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη ἀνάμετρα ἑαυτοῖς, καὶ ἑκάτερον ἀσύμμετρον ἑαυτῷ· καὶ ἡ ἐκ τῶν
ἀπ' αὐτῶν ἀσύμμετρος ἑαυτῷ ἔσται· καὶ ἑκάτερον τῶν ἀπ' αὐτῶν ἀσύμμετρον ἑαυτῷ·
καὶ ἔτι τὸ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν μέσον ἀνάμετρον ἑαυτῷ ἔσται.



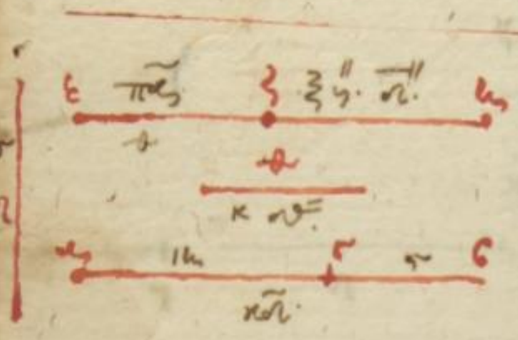
μεῖζον μεγέθους τοῦ ΑΒ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ τὸ ΑΔ μέρος ἐλάσσον ἢ ἥμισυ· καὶ
τὰ ἑξῆς ἀναγεγράφθω ὡς ἐπὶ τῶν πρότερον. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ μεῖζόν ἐστι, καὶ
ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΑΓ τῇ ΓΒ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ ἔστιν ἀνάμετρος ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ· καὶ ἡ ΑΔ
ἄρα τῇ ΓΒ ἀνάμετρός ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ ἀνάμετρός ἐστιν, μεῖζον δὲ τὸ ΑΒ τοῦ
ΑΓ, ἀνάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ· καὶ ἡ ΓΒ ἄρα τῇ ΑΔ ἀνάμετρός ἐστιν. ἀλλὰ
τῇ ΑΔ ἀνάμετρός ἐστιν ἡ ΑΓ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΓΒ ἀνάμετρός ἐστιν. ἀλλὰ τῇ ΓΒ ἀνάμετρός
ἐστιν ἡ ΑΔ· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΔΒ ἀνάμετρός ἐστιν· ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΑΔ ἀνάμετρός ἐστιν·
ἀνάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΒΔ ἀνάμετρός ἐστιν· ἡ ΒΔ ἄρα τῇ
ΑΓ ἀνάμετρός ἐστιν· ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΓΒ ἀνάμετρός ἐστιν· καὶ ἡ ΒΔ ἄρα τῇ ΓΒ ἀνάμετρός
ἐστιν· ἡ ΓΒ ἄρα τῇ ΔΒ ἀνάμετρός ἐστιν· ἀνάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΓΒ τῇ ΔΒ· καὶ ἡ ΔΒ
ἄρα τῇ ΓΒ ἀνάμετρός ἐστιν· ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΑΔ ἀνάμετρός ἐστιν· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΔΒ
ἀνάμετρός ἐστιν· ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΑΔ ἀνάμετρός ἐστιν· ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΓΒ ἀνάμετρός ἐστιν·
καὶ ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΓΒ ἀνάμετρός ἐστιν· ἡ ΓΒ ἄρα τῇ ΔΒ ἀνάμετρός ἐστιν· ἀνάμετρος ἄρα
ἐστὶ καὶ ἡ ΓΒ τῇ ΔΒ· καὶ ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΓΒ ἀνάμετρός ἐστιν· ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΑΔ ἀνάμετρός
ἐστιν· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΔΒ


Α
Γ
Β





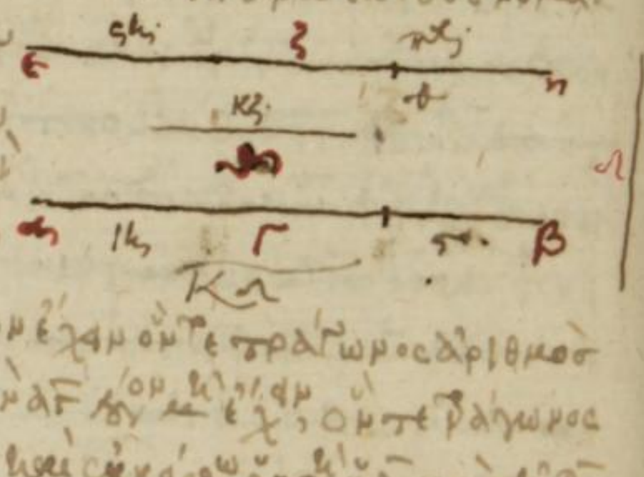
133



καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ὥστε σύμμετρός ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΗ, καὶ ἐστὶ ῥητὴ ἑκατέρα ἄρα ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΕΖ τῇ ΖΗ μήκει, καὶ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΗ ἀσύμμετρον· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· αἱ ΕΖ ΖΗ ἄρα εὐθεῖαι δυνάμει εἰσὶ ῥηταὶ σύμμετροι μόνον. καλείσθω οὖν ἑκατέρα τῶν ΕΖ ΖΗ ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη. ὅτι δὲ καὶ δευτέρα, δείξομεν οὕτως· ἐκκείσθω ῥητὸς ὁ Θ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον παρὰ τὴν Θ παραβεβλήσθω τὸ ΘΚ πλάτος ποιοῦν τὴν ΘΛ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΖΗ ἴσον παρὰ τὴν ΚΛ παραβεβλήσθω τὸ ΚΜ πλάτος ποιοῦν τὴν ΚΝ. ἐπεὶ οὖν ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΕΗ διῃρημένη κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ΖΗ μείζων, ἡ ΕΖ ἄρα τῆς ΖΗ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ ΘΚ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ· τὸ ΘΚ ἄρα τοῦ ΚΜ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΘΚ τὸ ΘΛ, τὸ δὲ ΚΜ τὸ ΚΝ· τὸ ΘΛ ἄρα τοῦ ΚΝ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ ΘΛ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ ΚΛ· τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ ΚΛ ἄρα τοῦ ΚΝ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΘΚ ΚΛ τὸ ΘΜ, τὸ δὲ ΚΝ τὸ ΜΛ· τὸ ΘΜ ἄρα τοῦ ΜΛ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΘΜ τῷ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ διπλασίων γάρ ἐστιν ἑκάτερος τῶν ΕΖ ΖΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ· τὸ δὲ ΜΛ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ· τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΗ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. ἐπεὶ οὖν ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΕΗ διῃρημένη κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ΖΗ μείζων, ἡ ΕΖ ἄρα τῆς ΖΗ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΗ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ τὸ ΘΜ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΗ τὸ ΜΛ· τὸ ΘΜ ἄρα τοῦ ΜΛ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΘΜ τὸ ΘΚ, τὸ δὲ ΜΛ τὸ ΚΝ· τὸ ΘΚ ἄρα τοῦ ΚΝ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΘΚ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ, τὸ δὲ ΚΝ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ· τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΗ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐπεὶ ῥητὸν ἐστὶ τὸ ΘΚ καὶ ἐστὶ τὸ ΘΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ ΚΛ, ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ ΚΛ. καὶ ἐπεὶ ῥητὸν ἐστὶ τὸ ΘΜ καὶ ἐστὶ τὸ ΘΜ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ διπλάσιον, ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΗ, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΘΚ τῷ ΚΝ· ὡς δὲ τὸ ΘΚ πρὸς τὸ ΚΝ οὕτως ἐστὶ τὸ ΘΛ πρὸς τὸ ΜΛ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛ τῷ ΜΛ· ῥητὸν δὲ τὸ ΘΛ· ἀλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΜΛ· ἀλογον δέ ἐστι καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ ΖΗ· ἀλογον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΘΜ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΜ τῷ ΜΛ· ὡς δὲ τὸ ΘΜ πρὸς τὸ ΜΛ οὕτως ἐστὶ τὸ ΘΚ πρὸς τὸ ΚΝ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΚ τῷ ΚΝ· ῥητὸν δὲ τὸ ΘΚ· ἀλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΛ· ἀλογος δέ ἐστι καὶ ἡ ΚΜ· ἀλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΜ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΜ τῷ ΜΛ· ὡς δὲ τὸ ΚΜ πρὸς τὸ ΜΛ οὕτως ἐστὶ τὸ ΚΛ πρὸς τὸ ΛΘ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΛ τῷ ΛΘ· ἀλλὰ τὸ ΚΛ τῷ ΛΘ ἐστὶ μήκει σύμμετρον· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΛ τῇ ΛΘ μήκει· αἱ ΚΛ ΛΘ ἄρα εὐθεῖαι δυνάμει εἰσὶ ῥηταὶ σύμμετροι μόνον· ἡ ΚΘ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ δευτέρα. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΕΖ ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΕΗ.

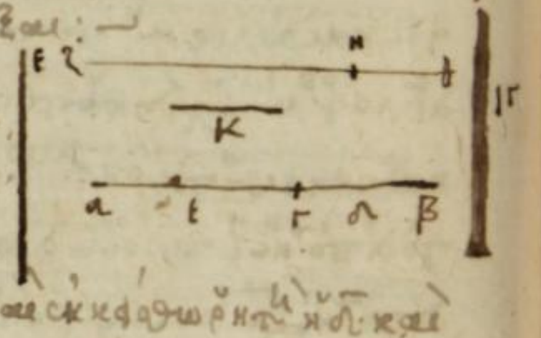
μθ.

Ν. Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων.



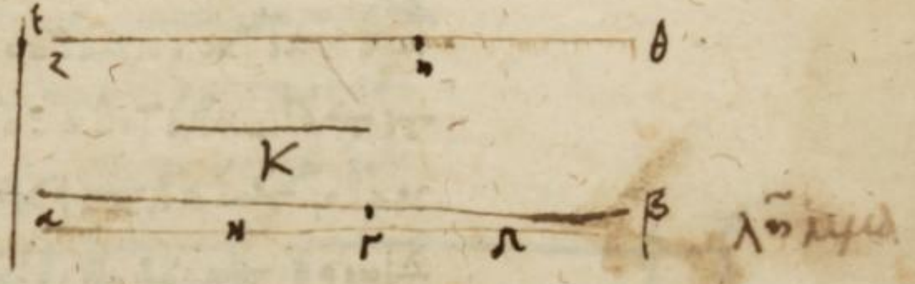
Περιεχέσθω γὰρ χωρίον ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΑΒ καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης τῆς ΓΒ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΔ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων. τετμήσθω γὰρ ἡ ΓΒ ὀνομα κατὰ τὸ Ε, ὥστε τὴν ΓΕ τῆς ΕΒ μείζονα εἶναι, καὶ ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ μεῖζον τῷ ἀπὸ τῆς Ζ· καὶ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΓΕ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβεβλήσθω τὸ ΑΗ πλάτος ποιοῦν τὴν ΑΘ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Ζ ἴσον παρὰ τὴν ΚΛ παραβεβλήσθω τὸ ΚΜ πλάτος ποιοῦν τὴν ΚΝ. ἐπεὶ οὖν ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΓΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐστὶν ἡ ΓΕ τῆς ΕΒ μείζων, ἡ ΓΕ ἄρα τῆς ΕΒ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ ΑΗ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ· τὸ ΑΗ ἄρα τοῦ ΚΜ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΗ τὸ ΑΘ, τὸ δὲ ΚΜ τὸ ΚΝ· τὸ ΑΘ ἄρα τοῦ ΚΝ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ ΑΘ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ ΚΘ· τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ ΚΘ ἄρα τοῦ ΚΝ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΚ ΚΘ τὸ ΑΜ, τὸ δὲ ΚΝ τὸ ΜΘ· τὸ ΑΜ ἄρα τοῦ ΜΘ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΑΜ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΚΛ· τὸ δὲ ΜΘ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΒ· τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΚΛ ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. ἐπεὶ οὖν ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΓΒ διῃρημένη κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐστὶν ἡ ΓΕ τῆς ΕΒ μείζων, ἡ ΓΕ ἄρα τῆς ΕΒ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΕ ΕΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΓΕ ΕΒ τὸ ΑΜ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΒ τὸ ΜΘ· τὸ ΑΜ ἄρα τοῦ ΜΘ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΜ τὸ ΑΘ, τὸ δὲ ΜΘ τὸ ΚΝ· τὸ ΑΘ ἄρα τοῦ ΚΝ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΘ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ ΚΘ, τὸ δὲ ΚΝ τὸ ἀπὸ τῆς Ζ· τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ ΚΘ ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς Ζ μείζων ἐστὶ τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐπεὶ ῥητὸν ἐστὶ τὸ ΑΗ καὶ ἐστὶ τὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΚΛ, ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΚΛ. καὶ ἐπεὶ ῥητὸν ἐστὶ τὸ ΑΜ καὶ ἐστὶ τὸ ΑΜ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΚΛ, ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΚΛ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ τῷ ἀπὸ τῆς Ζ, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΗ τῷ ΚΜ· ὡς δὲ τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΚΜ οὕτως ἐστὶ τὸ ΑΘ πρὸς τὸ ΚΝ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΘ τῷ ΚΝ· ῥητὸν δὲ τὸ ΑΘ· ἀλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΛ· ἀλογος δέ ἐστι καὶ ἡ ΚΜ· ἀλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΜ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΜ τῷ ΜΘ· ὡς δὲ τὸ ΚΜ πρὸς τὸ ΜΘ οὕτως ἐστὶ τὸ ΚΛ πρὸς τὸ ΛΑ· ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΛ τῷ ΛΑ· ἀλλὰ τὸ ΚΛ τῷ ΛΑ ἐστὶ μήκει σύμμετρον· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΛ τῇ ΛΑ μήκει· αἱ ΚΛ ΛΑ ἄρα εὐθεῖαι δυνάμει εἰσὶ ῥηταὶ σύμμετροι μόνον· ἡ ΚΑ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ δευτέρα. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΕΖ ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη· ἐκ δύο ἄρα ὀνομάτων ἐστὶν ἡ ΕΗ.

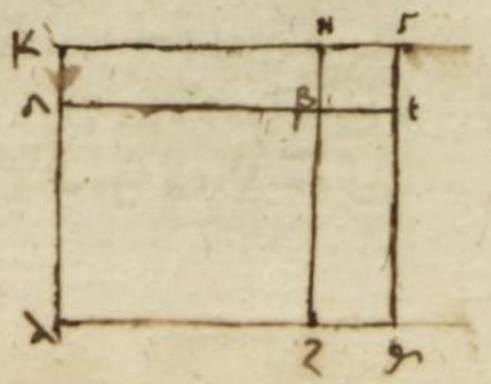
A
B
C
D
E
F
G
H
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
V
X
Y
Z
a
b
c
d
e
f
g
h
k
l
m
n
o
p
q
r
s
t
v
x
y
z

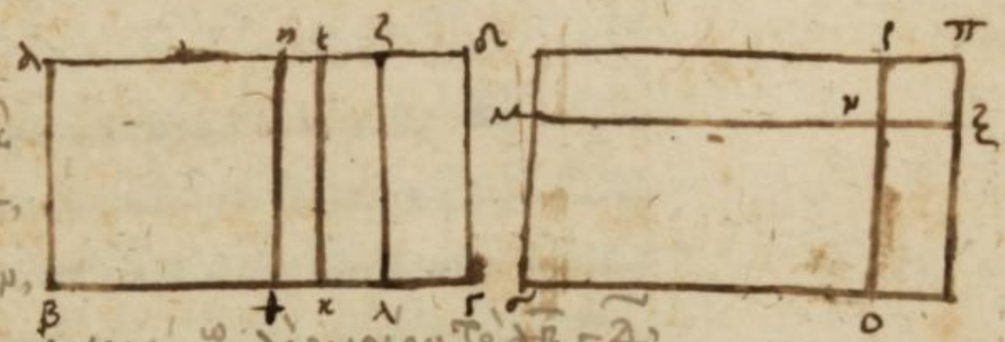

E Z
H
K
Λ
Γ
α ε Γ Λ Β

ι
ζ
η
α
ν
γ
β

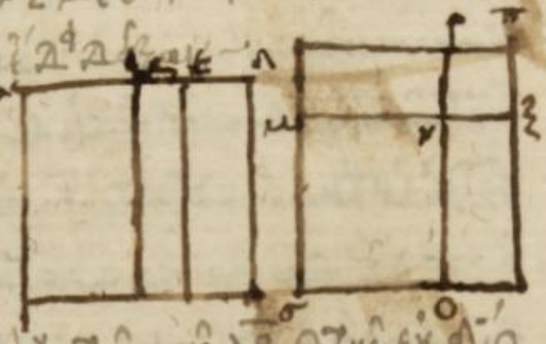
ι
ζ
θ
α
ν
γ
β

μΓ

ε
ζ
θ
K
α
η
γ
λ
β
μ


K
η
γ
λ
β
ε
ν
ζ
ξ


λ
η
ζ
δ
ι
π
μ
ν
ξ
β
θ
κ
λ
γ
ο

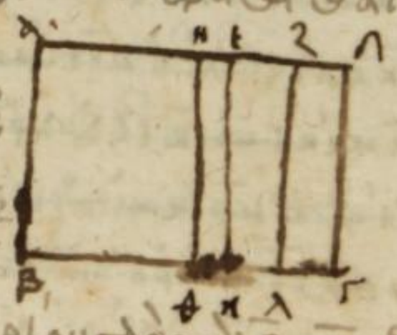
ΝΣ

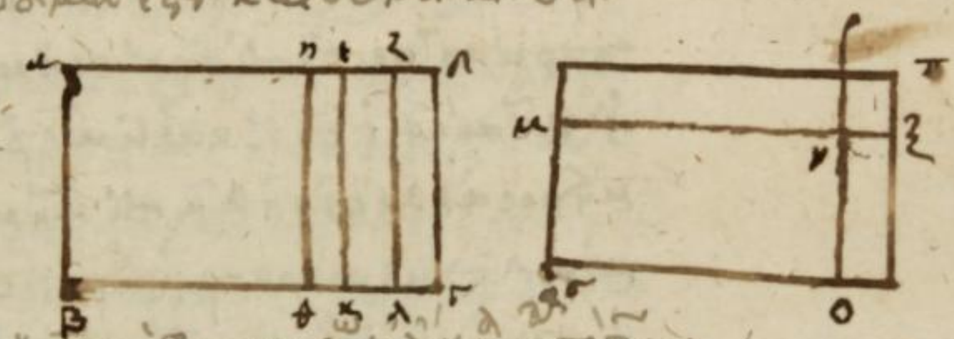


138

μή

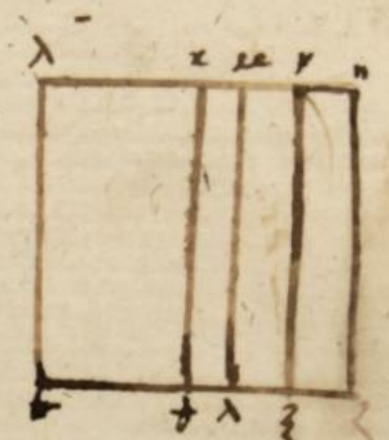
μή




α
η
ζ
λ
β
θ
κ
μ
ξ
ο

α
γ
β

ἐλάσσονος μείζονος δὲ ἡμίσεια τῶν ἀπὸ τῶν ἀνίσων τ. καὶ τὰ ἑξῆς.

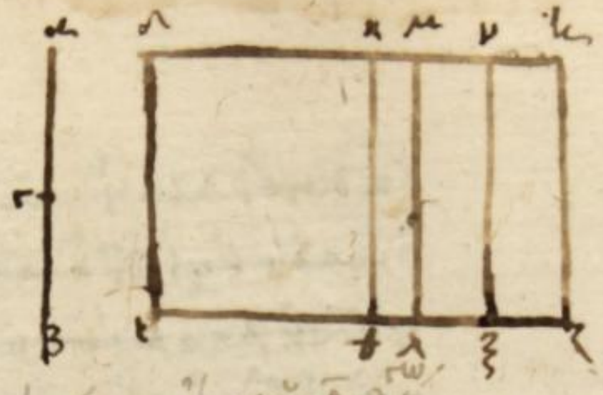


ξα

Ἐὰν μείζονος τμήματος εὐθείας τῶν ἀπὸ τῶν ἀνίσων τ. ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῆς μὲν μείζονος ἡμισείας τῶν ἀπὸ τῶν ἀνίσων τ. καὶ ἑνὶ σημείῳ διαιρεθείσης αὐτῆς. καὶ ἴσα μὲν ὀρθογώνια περιέχεται ὑπό τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐκτὸς τμήματος τῆς προσλαμβανομένης ἐπ' εὐθείας μετὰ τῆς ὅλης. καὶ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῶν ἀπὸ τῶν ἀνίσων τ. τῷ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν σημείων τμήματος τῆς ἐπ' εὐθείας. ἔστω γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΒ. καὶ τετμήσθω δίχα μὲν κατὰ τὸ Γ. διαιρεθεῖσα δὲ ἀνίσως κατὰ τὸ Δ. καὶ ἔστω ἐκτὸς τμῆμα τῆς ΑΒ τὸ ΔΒ. λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ. Κείσθω γὰρ τῷ ΓΔ ἴση ἡ ΓΕ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΑΒ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ. εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ. τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ. τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΔ ΓΕ ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ΓΒ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΓΕ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΕ. διπλάσιον γάρ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΒ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ. διπλάσιον γάρ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ. τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ μετὰ τοῦ δὶς ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ μετὰ τοῦ δὶς ἀπὸ τῆς ΓΔ. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ καὶ τὸ δὶς ἀπὸ τῆς ΓΔ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ καὶ τὸ δὶς ἀπὸ τῆς ΓΔ τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ. μείζονος ἄρα τμήματος τῆς ΑΓ τοῦ ΔΓ. ἐλάσσονος δὲ τοῦ ΔΒ. ὥστε καὶ ἑνὶ σημείῳ διαιρεθείσης αὐτῆς. καὶ ἐπὶ τὰ ἐκτὸς τμήματος τοῦ ΔΒ. ἐλάσσονος ἐστὶ καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ. ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ. ἐλάσσονος ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ δὶς τοῦ ὑπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ δὶς. ἐλάσσονος ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ δὶς τοῦ ὑπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ δὶς. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ δὶς τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ δὶς τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ. ἐλάσσονος ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ τοῦ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ. μείζονος ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ. μείζονος ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΕ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΓ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ μείζονα ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ δὶς τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΔ τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ δὶς

τρίτῳ. ἐφ' ᾧ σκαλινόμεσο ΔΑ τετράγωνα, καὶ ΔΒ. διηρημένη ἄρα ἡ ΔΓ εἰς μὲν ἴσα τὸ Γ. ὥστε τὸ ΑΓ, ἡ ΓΔ μείζων τῆς ΔΕ. ῥητὴ δὲ ἡ ΔΕ· ἐπὶ ἄρα τῶν ΔΕ τῶν ἀπὸ τῆς ΔΒ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΔΖ. πλάτος ποιοῦν τὴν ΔΗ. λέγω ὅτι ἡ ΔΗ σκαλινόμεσο ἐστὶ τῇ πρώτῃ καὶ ταὐτὸ ἐστὶ τοῖς προδεδηλωμένοις. καὶ ἐπεὶ σκαλινόμεσο ἐστὶ τὰ ΔΑ ΔΒ διηρημένη ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΓ εἰς μὲν ἴσα τὸ Γ· εἰς δὲ ΓΒ ἄνισα μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΔΒ μείζονι ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ. ἔστω οὖν τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΔΒ ΒΘ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβεβλήσθω τὸ ΔΖ

A
B
C
D
E
F
G
H
K
L
M
N
X
Y
Z

ξβ

ὀνομάτ ἐστὶν ἐκ τῆ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·
τῆ σὺν δύο ὀνομάτ μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ
σὺν δύο ὀνομάτων ἐστὶ καὶ τῇ τάξει αὐτῇ.
ἐστω σὺν δύο ὀνομάτων ἡ αβ· καὶ τῇ αβ μήκει σύμμετρος, ἐστω δὲ
ὅτι ἡ γα σὺν δύο ὀνομάτ ἐστὶ καὶ τῇ τάξει αὐτῇ τῇ αβ· ἐπεὶ γὰρ σὺν δύο
ὀνομάτ ἐστὶν ἡ αβ, διῃρήσθω εἰς τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ ε· καὶ ἐστω μεῖζον
ὄνομα τὸ αε· αἱ αε ἄρα βη τε δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι· λέγω δὴ
ὅτι καὶ ἡ γα σὺν δύο ὀνομάτ ἐστὶ καὶ τῇ τάξει αὐτῇ τῇ αβ, τουτέστιν ὅτι
τῇ μὲν αε ἐστὶν ἴση ἡ γη, τῇ δὲ εβ ἡ ηα· ἐπεὶ γὰρ ἐκ τῶν ἀφαιρεθεισῶν
τῇ μὲν αε ἐστὶν ἴση ἡ γη, τῇ δὲ εβ ἡ ηα· ἐστὶν ἄρα καὶ ὅλη ἡ αβ ὅλῃ τῇ γα
ἴση· ἀλλὰ ἡ αβ τῇ γδ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ γα ἄρα τῇ γδ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ
ἡ αε τῇ γη ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω ἡ γε· ὅλη ἄρα ἡ αγ ὅλῃ τῇ εη
ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ μὲν αγ τῇ δη ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ δη ἄρα τῇ εη ἐστὶν ἴση·
κοινὴ προσκείσθω ἡ γε· ὅλη ἄρα ἡ γδ ὅλῃ τῇ εζ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ γδ
τῇ γα ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ γα ἄρα τῇ εζ ἐστὶν ἴση· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ γη τῇ ηα
ἴση· δύο δὴ αἱ αγ γη δυσὶ ταῖς εη ηζ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ αγη γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εηζ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ αη βάσει τῇ εζ
ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ αγη τριγώνον τῷ εηζ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ αἱ λοιπαὶ
γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι
πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ γαη γωνία τῇ ὑπὸ ηεζ· ἡ δὲ
ὑπὸ γαη γωνία ἐστὶν ὀρθή· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ηεζ· ἡ ἄρα ὑπὸ αεζ γωνία
ὀρθή ἐστιν· ἐπεὶ οὖν ἡ γα σὺν δύο ὀνομάτ ἐστὶν ἡ αβ, διῃρημένη δὲ εἰς
τὰ ὀνόματα κατὰ τὸ ε, καὶ ἐστω μεῖζον ὄνομα τὸ αε· ἡ γα ἄρα σὺν δύο
ὀνομάτ ἐστὶ καὶ τῇ τάξει αὐτῇ τῇ αβ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ἑκάστερα ἑκατέρᾳ τῇ. ὥστε καὶ τὸ ΓΔ σκαληνὸν ὁμοιόν ἐστι καὶ τὸ ΑΓΒ σκαληνὸν ὁμοιόν ἐστι καὶ τῷ ΕΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τῷ σκαληνῷ ἀμβλυγωνίῳ παρὰ τὴν ἀμβλεῖαν αὐτοῦ γωνίαν, καὶ αὐτῷ σκαληνῷ ἀμβλυγωνίῳ ἐστὶ καὶ τῷ ΑΕΒ ἴσον καὶ ὅμοιον σκαληνὸν ἀμβλυγώνιον ἐφ' ἑκάτερα τὰ ἴσα μέρη τῇ ΑΒ βάσει· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΓΒ σκαληνὸν ἀμβλυγώνιον τῷ ΑΕΒ, καὶ ὅμοιον, μείζονα δὲ τὴν ΑΓ τῆς ΑΕ, καὶ τὴν ΓΒ τῆς ΕΒ. ἐπεὶ γὰρ σκαληνὸν ἀμβλυγώνιόν ἐστι τὸ ΑΕΒ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΑΕ, καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΒ. μείζων ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΕΒ· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΕΒ οὐκ ἔστιν ἴση· ἀλλὰ μὴν οὐδὲ ἐλάττων· ἐλάττων γὰρ οὐκ ἔστιν ἡ ΑΒ τῆς ΕΒ

ξϛ

ὁποτρίαδα δέξαι:-

ιε΄ δύο μέσαι δυνάμει σύμμετροι, δύο
μέσαι δυνάμει ἐφ' ὅλον ἐφ' ὧν δύο μέσαι δυνάμει αἱ ΑΒ καὶ ΒΓ σύμ-
μετρος ἑαυτῇ ὅλη. δεικτέον ὅτι καὶ ἡ ΑΓ, δύο μέσαι δυνάμει ἐφ' ὅλον ἐφ' ὧν
δύο μέσαι δυνάμει ἐστὶν αἱ ΑΒ, ΒΓ, δυνάμει ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν
αἱ ΑΔ, ΕΒ, ἄρα δυνάμει μέσον ἐστὶ καὶ σύμμετρον. τοιοῦτον δέ ἐστι καὶ ὃ
ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΕΒ μέσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΕΒ ἄρα μέσον ἐστί. καὶ
κατεσκευάσθω τὰ αὐτὰ τοῖς πρόσθεν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τὸ Ζ
ΔΗ, δυνάμει μέσον ἐστὶ καὶ σύμμετρον· καὶ σύμμετρον τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν
ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΕΒ, τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΖΔ, ΔΗ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΕΒ,
τῷ ὑπὸ τῶν ΖΔ, ΔΗ· ὥστε καὶ τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΔΖ
τετραγώνων, μέσον ἐστὶ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΖ μέσον· καὶ ἔτι ἀσύμμετρον
τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΔΖ τετραγώνων, τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΖ· δύο
ἄρα αἱ ΓΔ, ΔΖ δυνάμει εἰσὶν ἀσύμμετροι. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιϛ΄ ἡ τοῦ καλουμένου τετράγωνου, τέσσαρες
λόγοι γίνονται· ἤτοι σκαληνοῦ ὀνομάτων,
ἢ σκαληνοῦ μέσου πρώτου· ἢ μείζων· ἢ ῥητὸν καὶ μέσον δυνάμει· ἐφ' ᾧ ῥητῷ ἡ
τὸ ΑΒ· μέσου δὲ τὸ ΓΔ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΔ χωρίον δυνάμει, ἤτοι ἐκ δύο
ὀνομάτων ἐστίν, ἢ σκαληνοῦ μέσου πρώτου· ἢ μείζων· ἢ ῥητὸν καὶ μέσον δυνάμει.
τὸ γὰρ ΑΒ τοῦ ΓΔ, ἤτοι μείζον ἐστὶν ἢ ἔλασσον. ἐστω πρότερον μεῖζον·
τὸ σκαληνὸν ῥητὸν ἔστω τὸ ΕΖ· καὶ παρὰ τὴν ΕΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον παρὰ-
βεβλήσθω τὸ ΘΙ, πλάτος ποιοῦν τὴν ΘΚ· καὶ ἐπεὶ ῥητόν ἐστι τὸ ΑΒ
ἐστὶν ἄρα τῶν ΕΚ, ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΕΚ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ πα-
βέβληται ἡ ΕΚ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΕΘ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ
μήκει· πάλιν ἐπεὶ μέσον ἐστὶ τὸ ΓΔ, καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ ΘΙ, μέσον ἄρα
ἐστὶ καὶ τὸ ΘΙ, καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΕΖ παράκειται, πλάτος ποιοῦν τὴν ΘΚ·
ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ, καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΕΖ μήκει· καὶ ἐπεὶ μέσον ἐστὶ
τὸ ΓΔ, ῥητὸν δὲ τὸ ΑΒ, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ τῷ ΓΔ· ὡς δὲ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ

α
γ
β
δ
κ
ε
ζ
η
ι

περιέχη, ἤτοι ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστίν, ἢ τὸ χωρίον
δυνάμει ῥητόν ἐστι μέσης δυνάμεως ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ τὸ ὅλον χωρίον
δυνάμενη ῥητόν ἐστι μέσης δυνάμεως ἐστί· ῥητοῦ ἄρα καὶ μέσης γίνεται
τετράγωνα ἄλογοι πλευραί· ἤτοι ἐκ δύο ὀνομάτων, ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη
μείζων· ἥτις οὐ περιέχει μέσον δυνάμει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Ὑπὸ μέσων δυνάμει τρίτη ἄλογος
ἤτοι ἐκ δύο μέσων ἁπλῆ, ἢ ἐκ δύο μέσων δυνάμει μόνον· ὅτι καὶ ἡ τὸ ὑπὸ
δύο μέσων δυνάμει μόνον περιέχουσα, ἤτοι ἐκ δύο μέσων ἐστίν ἁπλῶν, ἢ
ἐκ δύο μέσων ἐστὶ δυνάμει μόνον· τὸ ὑπὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἤτοι
μείζονός ἐστιν ἢ ἐλάσσονος· ἐὰν μὲν οὖν τὸ ὑπὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἤτοι μείζονός ἐστιν ἢ ἐλάσσονος· ἐὰν μὲν οὖν τὸ ὑπὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ

ἐκτης, ἢ τὸ χωρίον δυνάμει ιη, ἢ δύνωμαι δυνάμει ιη ἐστιν· ὥστε καὶ ἡ τὸ
ὑπὸ χωρίον δυνάμενη, ἢ δύνωμαι δυνάμει ἐστί· δύο ἄρα μέσαι ἐλάχιστοι
ἀλλήλοις σωζιθεμεναι, αἱ λοιπαὶ τῶν δύο ἀλόγων μετροῦσι· ἤτοι ἐκ δύο
μέσων πρώτη, ἢ δύνωμαι δυνάμει ιη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

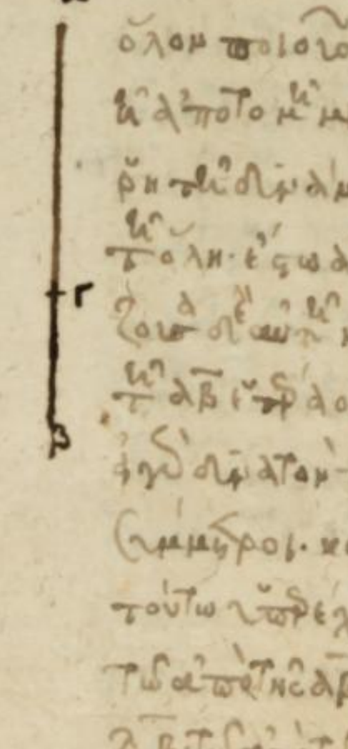
ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἱ κατ' αὐτὰς τρεῖς ἄλογοι,
οὔτε τῇ ἐξ ὀνομάτων οὔτε ἀποτομῇ ἐστὶν ἡ αὐτή·

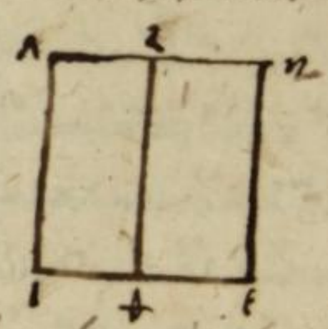
τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ὀνομα
ῥητὴν καὶ δυσὶν ὀνόμασιν μόνοις μήκει· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων
δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἐκ δύο ὀνομάτων
πρώτην· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον
πλάτος ποιεῖ ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων
τετάρτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἐκ δύο ὀνομάτων
τετάρτην· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον
πλάτος ποιεῖ ἐκ δύο μέσων πρώτην· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης
παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ἐκ δύο μέσων δευτέραν·
ἐπὶ τάξις ὁρῶ λόγων τῶν ἐκτὸς ἀφαίρεσιν.

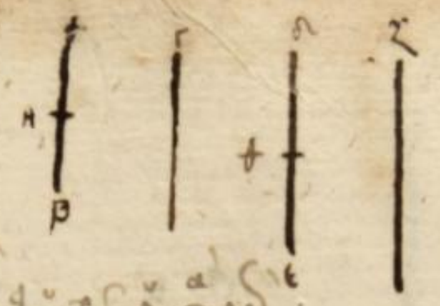
τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν
ἀπὸ ῥητῆς καὶ μέσου πρώτην ἀποτομήν· ἐὰν γὰρ ᾖ ἡ ΑΒ ῥητὴ καὶ ἡ ΒΓ
συμμέτρος τῇ ΑΒ μήκει, ἡ ΑΓ ἄρα ῥητή ἐστιν· καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ
τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ·
ἡ ΑΔ ἄρα ῥητή ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ μήκει,
ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΒΓ μήκει· αἱ ΑΓ, ΓΒ ἄρα ῥηταί εἰσι
δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἡ ΑΒ ἄρα ἀποτομή ἐστιν· λέγω ὅτι καὶ πρώτη·
ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ
ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ·
ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἐναλλὰξ ἄρα
ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἀλλ' ὡς ἡ ΔΑ
πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ,
οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΓΒ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΔ
πρὸς τὴν ΔΒ· μείζων δὲ ἡ ΒΑ τῆς ΑΓ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ·
ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΔΒ μείζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· ἐὰν γὰρ ἀσύμμετρος
ᾖ ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ μήκει, δῆλον ὅτι ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ μείζον δύναται τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· ἐὰν δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ μήκει σύμμετρος ᾖ, ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ
μείζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· ἐὰν δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ μήκει
σύμμετρος ᾖ, ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ μείζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· ἐὰν
γὰρ ἀσύμμετρος ᾖ ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ μήκει, ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ μείζον δύναται τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ· ἐὰν δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ μήκει σύμμετρος ᾖ, ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ
μείζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΔΒ μείζον δύναται
τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ ἐναλλὰξ ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ μείζον δύναται τῷ ἀπὸ
συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΔΒ μείζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου
ἑαυτῇ· καὶ ἐστὶν ἡ ΑΔ ῥητή· ἐὰν ἄρα ἀπὸ ῥητῆς καὶ μέσου πρώτης
ἀφαιρεθῇ ἡ ΑΔ ῥητὴ οὖσα καὶ μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ τῇ ΑΒ μήκει·
ἡ ΑΒ ἄρα ἀποτομή ἐστι· λέγω ὅτι καὶ πρώτη· ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ἡ ΑΔ τῆς
ΔΒ μείζον δυναμένη τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ
μήκει σύμμετρος, καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΒΔ μείζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου
ἑαυτῇ· καὶ ἐστὶν ἡ ΑΔ ῥητὴ καὶ ἡ ΔΒ ῥητή· ἡ ΑΒ ἄρα ἀποτομή ἐστι
πρώτη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

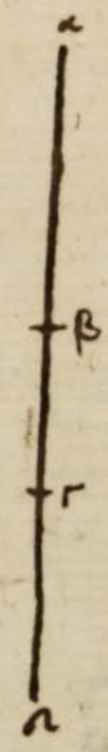
τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἄρα τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ, σκε· τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ, κϛ· συναμφότερα
ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ, σκε· πάλιν ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ, κϛ·

λόγου ἐστὶ καὶ ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ· ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΒΔ, ΕΔ ἑκατέρας τῶν ΑΔ, ΔΓ μείζων· ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΒΔ ἀφέλωμεν ἴσην τὴν ΔΕ καὶ ἀπὸ τῆς ΔΑ τὴν ΔΓ, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ· ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ· καὶ ἐναλλὰξ ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ· ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΒ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΑ, ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΒ· καὶ ἐναλλὰξ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ, ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ, ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ· ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ, ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ· καὶ ἐναλλὰξ ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΒ, ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΑ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΒ, ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΑ· ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΕ, ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ· καὶ ἐναλλὰξ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ,






α
β
γ
δ


α
β
γ
δ

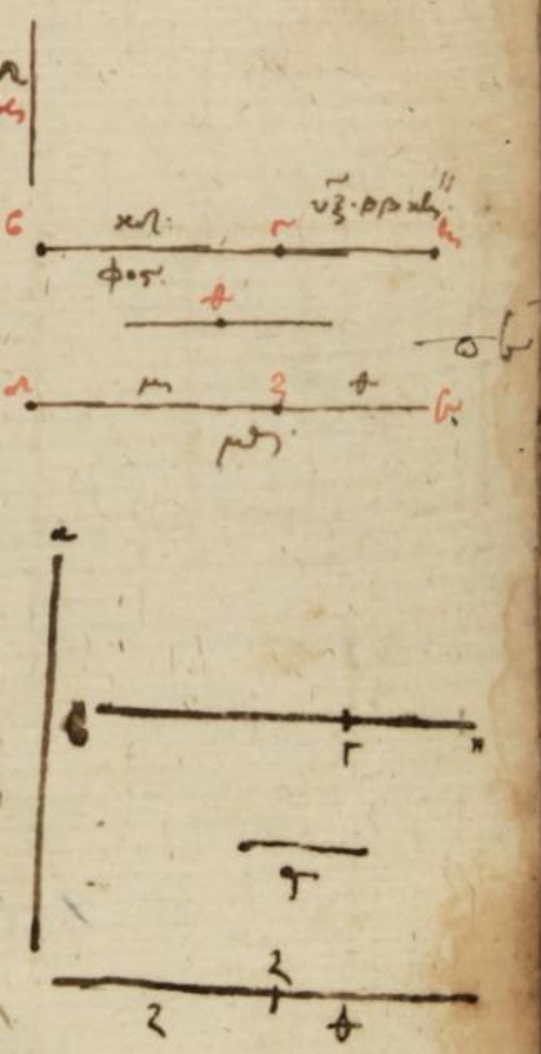
ι
κ
μ
ν
ζ
λ
η
ι
α
β
γ
δ

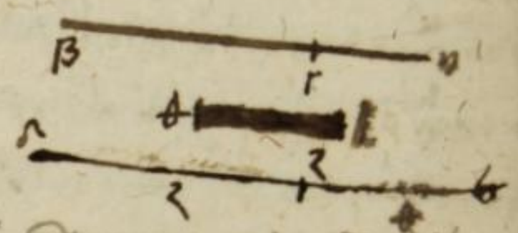
α
β
γ
δ
α
β
γ
δ

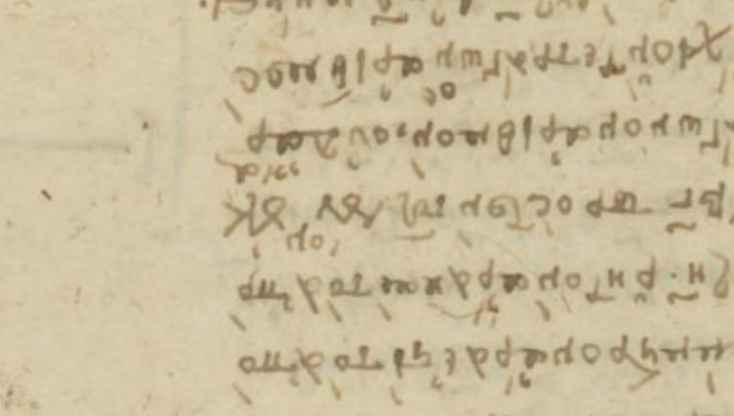
ι
θ
με
ν
ξ
λ
ξη
ο
α
β
γ
λ

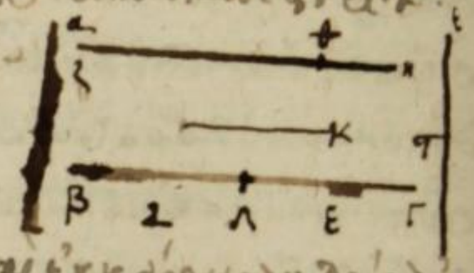
τοῦ ἀπὸ τῶν τετράγωνα μέσα, καὶ τὸ ἀπὸ τῶν τετράγωνα μέσα· καὶ ἐπὶ τὰ ἀπὸ
τῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τὰ ἀπὸ τῶν ὅλων. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλη πρὸς ὅλην οὕτως ἀφαιρεθεῖσα πρὸς ἀφαιρεθεῖσαν, καὶ
λοιπὴ πρὸς λοιπὴν ἔσται ὡς ὅλη πρὸς ὅλην.

ἔστω γὰρ ὡς ὅλη ἡ ΑΒ πρὸς ὅλην τὴν ΓΔ οὕτως ἀφαιρεθεῖσα ἡ ΑΕ πρὸς
ἀφαιρεθεῖσαν τὴν ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὴ ἡ ΕΒ πρὸς λοιπὴν τὴν ΖΔ ἔσται
ὡς ὅλη ἡ ΑΒ πρὸς ὅλην τὴν ΓΔ.

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΓΖ, καὶ
ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΖ. καὶ ἐπεὶ ἀφαιρεθεῖσα
ἡ ΑΕ ἀφαιρεθείσῃ τῇ ΓΖ ἴση ἐστίν, καὶ προσκείσθω κοινὴ ἡ ΕΔ· ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΔΕ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΓ
πρὸς τὴν ΓΖ οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ οὕτως
ἡ ΔΓ πρὸς ἑκατέραν τῶν ΔΕ, ΓΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ οὕτως ἡ
ΒΑ μετὰ τῆς ΔΓ πρὸς τὴν ΑΕ μετὰ τῆς ΓΖ. ὡς δὲ ἡ ΒΑ μετὰ τῆς ΔΓ πρὸς
τὴν ΑΕ μετὰ τῆς ΓΖ οὕτως ἐστὶν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΕ· ὑπόκειται γὰρ ὅλη ἡ
ΑΒ ὅλην τὴν ΓΔ ἴσην οὖσαν τῇ ΑΕ μετὰ τῆς ΓΖ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς τὴν
ΑΕ οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΕ μετὰ τῆς ΓΖ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν
ΑΒ οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΑΕ μετὰ τῆς ΓΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΑΕ,
ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΒ τῇ ΑΕ μετὰ τῆς ΓΖ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΕ
οὕτως ἡ ΑΕ μετὰ τῆς ΓΖ πρὸς τὴν ΑΕ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τῆς ΑΒ ἡ ΕΒ,
ἀπὸ δὲ τῆς ΑΕ μετὰ τῆς ΓΖ ἴση ἡ ΑΕ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΕ λοιπὴν τὴν ΖΔ ἔσται
ὡς ὅλη ἡ ΑΒ πρὸς ὅλην τὴν ΓΔ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

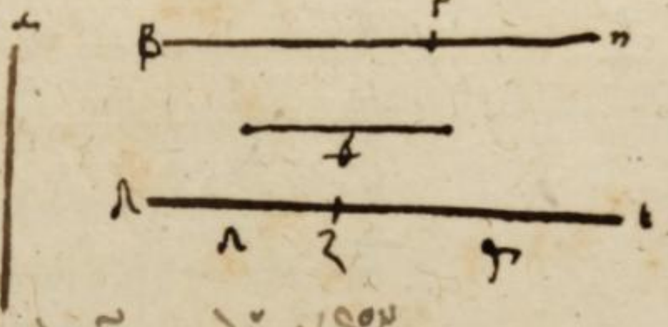

B
Γ
Δ
E
Z
H
Θ

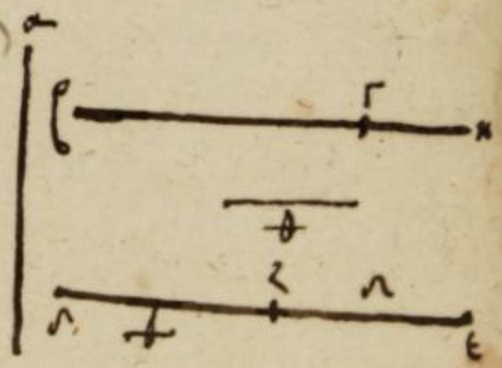




ὡ ις.

οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ, τρὶς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΔ ἐστὶ τετράκις τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ,
λόγον ἄρα ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.
οὐδαμῶς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΔ, λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος
ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. δύο μεσαι προσαρμοσθήσονται ΗΒ τῇ
ΔΓ μήκει. καὶ ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΓ, τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ
ἀπὸ τῆς ΒΓ· καὶ ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΓ, τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ
ὑπὸ ΗΒ ΒΓ· ὡς δὲ ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΓ, τὸ ὑπὸ ΗΒ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
ΒΓ· ἐστὶ τρία ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν ΗΒ ΒΓ ΔΓ ἀνάλογον. ὅτι δὲ καὶ ἐλάχιστα
τὰ ἀπὸ τῶν ΗΒ ΔΓ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς ΒΓ, οὕτως ἐδείχθη. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως τὸ
ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΒ ΔΖ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΔΖ, τὸ ὑπὸ
ΗΒ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΗΒ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΒ ΒΓ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς
τὸ ὑπὸ ΗΒ ΔΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΒ ΒΓ· ἴση ἄρα ἐστὶν
ἡ ΔΖ τῇ ΒΓ. καὶ ἐπεὶ ὡς ἐστὶν ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ
πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΒ ΔΖ, ἴση δὲ ἡ ΔΖ τῇ ΒΓ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΗΒ πρὸς τὴν
ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΒ ΒΓ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΗΒ πρὸς
τὴν ΒΓ, τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΒ ΒΓ, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΗΒ ΒΓ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΔΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΒ πρὸς τὴν
ΔΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ. ἐὰν ἄρα τρεῖς ἀριθμοὶ
ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μέσος ἐπὶ ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, τὸ δὲ
γενόμενον ἐπί τινα πολλαπλασιασθὲν ποιῇ τινα, καὶ τὸν ἐξ ἀρχῆς καὶ τὸν
ἐκ τοῦ μέσου ἐπὶ ἑαυτὸν γενόμενον ἐπὶ τὸν ἐκ τοῦ μέσου καὶ τὸν τελευταῖον
γενόμενον ἀνάλογον ἔσονται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

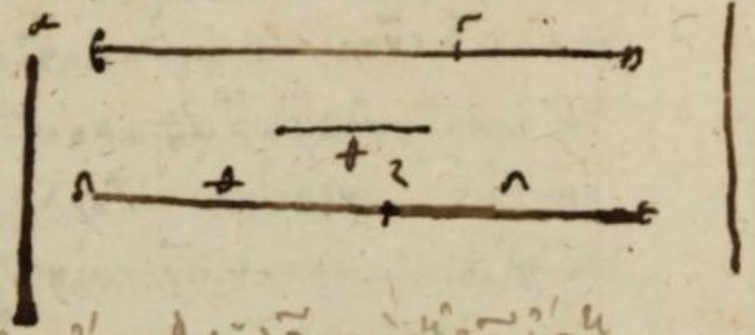




Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ὁποσοιοῦν ἀνάλογον ληφθῶσιν, ὁ δὲ δεύτερος ἐπὶ ἑαυτὸν
πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, τὸ δὲ γενόμενον ἐπί τινα πολλαπλασιασθὲν ποιῇ
τινα, καὶ τὸν ἐξ ἀρχῆς καὶ τὸν ἐκ τοῦ δευτέρου ἐπὶ ἑαυτὸν γενόμενον ἐπὶ
τὸν ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τὸν τελευταῖον γενόμενον ἀνάλογον ἔσονται.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ ΑΒ ΓΔ ΕΖ, καὶ ἔστω ὡς ὁ ΑΒ
πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως ὁ ΓΔ πρὸς τὸν ΕΖ· λέγω, ὅτι καὶ ὁ ΑΒ ἐπὶ ἑαυτὸν
πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, καὶ ὁ ΓΔ ἐπὶ ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ
τινα, καὶ ὁ ΕΖ ἐπὶ ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, καὶ τὸν ἐκ τοῦ ΑΒ
ἐπὶ ἑαυτὸν γενόμενον ἐπὶ τὸν ἐκ τοῦ ΓΔ καὶ τὸν τελευταῖον γενόμενον ἐπὶ
τὸν ἐκ τοῦ ΕΖ ἀνάλογον ἔσονται. εἰλήφθω γὰρ τῶν ΓΔ ΕΖ μέσος ἀνάλογον
ὁ ΗΘ, καὶ γεγονέτω ὁ μὲν ΑΒ ἐπὶ ἑαυτὸν ὁ ΚΛ, ὁ δὲ ΓΔ ἐπὶ ἑαυτὸν ὁ ΜΝ,
ὁ δὲ ΕΖ ἐπὶ ἑαυτὸν ὁ ΞΟ, καὶ ὁ μὲν ΑΒ ἐπὶ τὸν ΓΔ ὁ ΚΠ, ὁ δὲ ΓΔ ἐπὶ τὸν
ΕΖ ὁ ΜΡ, καὶ ὁ ΗΘ ἐπὶ τὸν ΓΔ ὁ ΗΣ. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν
ΓΔ, οὕτως ὁ ΗΘ πρὸς τὸν ΕΖ, ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως ἐστὶ
τὸ ΚΠ πρὸς τὸ ΜΠ, ὡς δὲ ὁ ΗΘ πρὸς τὸν ΕΖ, οὕτως τὸ ΗΣ πρὸς τὸ ΜΡ,
καὶ ὡς ἄρα τὸ ΚΠ πρὸς τὸ ΜΠ, οὕτως τὸ ΗΣ πρὸς τὸ ΜΡ. ἀνάπαλιν ὡς τὸ
ΚΠ πρὸς τὸ ΗΣ, οὕτως τὸ ΜΠ πρὸς τὸ ΜΡ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΚΠ πρὸς τὸ ΗΣ,
οὕτως ἐστὶν ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΗΘ, ὡς δὲ τὸ ΜΠ πρὸς τὸ ΜΡ, οὕτως ὁ ΓΔ πρὸς
τὸν ΕΖ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΗΘ, οὕτως ὁ ΓΔ πρὸς τὸν ΕΖ. ἀλλὰ καὶ
ὡς ὁ ΗΘ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως ὁ ΓΔ πρὸς τὸν ΕΖ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΑΒ πρὸς τὸν
ΗΘ, οὕτως ὁ ΗΘ πρὸς τὸν ΓΔ, καὶ ὡς ὁ ΗΘ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως ὁ ΓΔ πρὸς
τὸν ΕΖ. ἔτι ἐπεὶ ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΗΘ, οὕτως ὁ ΗΘ πρὸς τὸν ΓΔ, καὶ ὡς
ἄρα τὸ ἀπὸ τοῦ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ ΗΘ, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ ΗΘ πρὸς τὸ
ἀπὸ τοῦ ΓΔ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τοῦ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ ΗΘ, οὕτως ἐστὶν
ὁ ΚΛ πρὸς τὸν ΜΝ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τοῦ ΗΘ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ ΓΔ, οὕτως ὁ ΜΝ
πρὸς τὸν ΞΟ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΚΛ πρὸς τὸν ΜΝ, οὕτως ὁ ΜΝ πρὸς τὸν ΞΟ.
ἐὰν ἄρα τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μέσος ἐπὶ ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς
ποιῇ τινα, τὸ δὲ γενόμενον ἐπί τινα πολλαπλασιασθὲν ποιῇ τινα, καὶ τὸν ἐξ
ἀρχῆς καὶ τὸν ἐκ τοῦ μέσου ἐπὶ ἑαυτὸν γενόμενον ἐπὶ τὸν ἐκ τοῦ μέσου καὶ
τὸν τελευταῖον γενόμενον ἀνάλογον ἔσονται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Δ προσὸν ἀπὸ τῆς ΗΘ λόγον ἔχον ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· δυνάμει ἄρα ἐστὶν ἡ Δ τῇ ΗΘ μήκει.
οὐδὲ τετράπλευρα ἄρα ἐστὶν ἃ τὰς ΗΘ μήκει. ὧν οὖν ἐστὶν
ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΒ, ἐφ' ᾧ τὸ ἀπὸ τῆς Κ· ἐπὶ δύο ἐστὶν
ὡς ὅλη πρὸς ὅλην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ, ἀλλ' ὡς μὲν
ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΒ·
ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς Κ. ὡς δὲ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, λόγον οὐκ ἔχοντα ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς
πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· οὐδὲ ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Κ
λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· δυνάμει ἄρα
μήκει ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ Κ μήκει. καὶ ἐπεὶ δύο εὐθεῖαι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΑΒ, ΒΓ,
καὶ τῇ μείζονι τῇ ΑΒ ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν ἐλάσσονα τὴν ΒΓ
παραβέβληται ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ διαιρεῖ αὐτὸ εἰς ἀσύμμετρα,
ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΒΓ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.
καὶ οὐδὲ τετράπλευρα ἄρα ἐστὶν ἃ τὰς ΑΒ, ΒΓ δυνάμει μόνον σύμμετρα ἐστὶ
τὴν ἐκκειμένην ῥητὴν μήκει. ὃ ἔδει δεῖξαι.



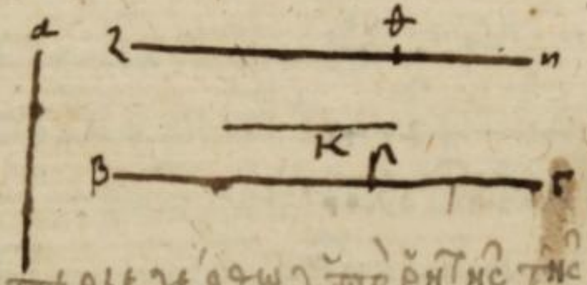
Λήμμα πρὸ τοῦ ιε'.

Δύο εὐθειῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, τῇ μείζονι παραβληθῇ παρὰ τὴν ἐλάσσονα
παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος εἴδει τετραγώνῳ
λείπον τετραγώνῳ, καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὸ διαιρῇ κατὰ τὰ μέσα τῆς παραβολῆς
σημεῖα, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ.
καὶ ἡ μείζων τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει σύμμετρος ἐστὶ μήκει. καὶ ἡ ἐλάσσων
τῆς μείζονος μεῖζον δυνάμενον ἔστω τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

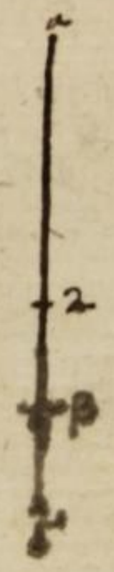
Ἔστω δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΒΓ, ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ, καὶ τῇ ΑΒ ἴσον
παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν ΒΓ παραβεβλήσθω ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ
ἀπὸ τῆς ΑΒ τετάρτῳ μέρει, καὶ διαιρείτω εἰς τὰ Δ, Ε μέσα τῆς παραβολῆς
σημεῖα· καὶ ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει σύμμετρος· λέγω ὅτι καὶ τὸ
χωρίον τὸ ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετάρτῳ μέρει, καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ
μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ ἡ ΑΒ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει
σύμμετρος ἐστίν· ἐπεὶ γὰρ διπλασία ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ, ἐφ' ᾧ καὶ ἡ ΑΔ τῆς
ΔΕ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΔΕ μεῖζον
δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει· καὶ ἐναλλὰξ ἡ ΑΔ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων

153

ρκ̄· καὶ ἔστιν ἴσον τοῖς λμ̄ νξ̄, καὶ ἑκάτερον ἄρα τῶν λμ̄ νξ̄, ῥητόν ἐστιν· τὸ δὲ ὑπὸ ἑκατέρας τῶν λο̄ οπ̄· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν λο̄ οπ̄, ῥητή ἐστιν· μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΘ· καὶ ἔστιν ἴσον τῷ λξ̄, μέσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΘ· τὸ λξ̄· ἐὰν δὲ ὦσι τρία μεγέθη ἀνάλογον, τὸ δὲ μ̄ ξ̄ ῥητὸν καὶ ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ λξ̄ τῷ μ̄ ξ̄· ὡς δὲ τὸ λξ̄ πρὸς τὸ μ̄ ξ̄, οὕτως ἐστὶν ἡ λο̄ πρὸς τὴν ο̄ μ̄· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ λο̄ τῇ ο̄ μ̄· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν λο̄ ο̄ μ̄ ῥητή· αἱ λο̄ ο̄ μ̄ ἄρα ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ λ μ̄· καὶ λαμβάνεται τὸ ΑΒ χωρίον· ἡ ἄρα τὸ ΑΒ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν· εἰ ἄρα χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·



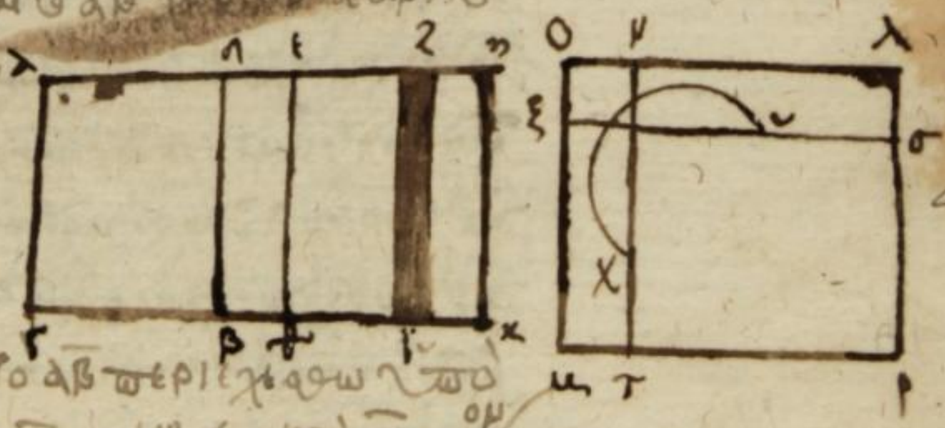
Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἀποτομή ἐστι πρώτη· χωρίον γὰρ τὸ ΑΒ περιεχέσθω ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΓΔ καὶ ἀποτομῆς δευτέρας τῆς ΑΔ· λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΒ χωρίον δυναμένη, μείζων ἐστὶ πρώτη· ἐκκείσθω γὰρ τῇ ΑΔ πρόσαρμόζουσα ἡ ΔΕ· ἐπίμοιρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΓΕ τῇ ΔΕ μήκει· καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἀπὸ μέσου ῥητὸν ἀφαιρεθῇ μέσον δυνάμει μόνον σύμμετρον ὅλῃ καὶ τῇ ἀπ' αὐτῆς ἀφαιρεθείσῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογόν ἐστιν· ἡ δὲ ἐκ μέσου ῥητὸν ἀφαιρεθεῖσα ἀποτομή ἐστι πρώτη· ἐὰν ἄρα τῶν ΓΕ ΕΔ τὸ ΓΔ παραβληθὲν παρὰ τὴν ΓΔ πλάτος ποιῇ τὴν ΑΔ, ἡ ΑΔ ἀποτομή ἐστι πρώτη· καὶ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ ΔΕ· ἐὰν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ ΔΕ παραβληθὲν παρὰ τὴν ΓΔ πλάτος ποιῇ τὴν ΑΔ, ἡ ΑΔ ἀποτομή ἐστι πρώτη· καὶ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ τὸ ΑΒ χωρίον· ἐὰν ἄρα χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἀποτομή ἐστι πρώτη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·



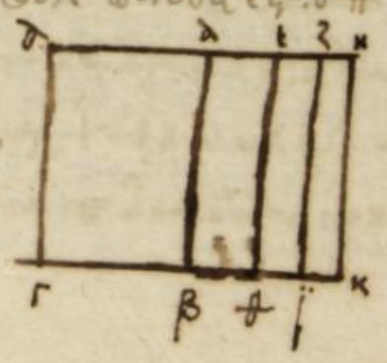
περὶ χωρίου περιέχοντος ὕδωρ
ῥητῆς καὶ ἀπότομης τριγώνου.

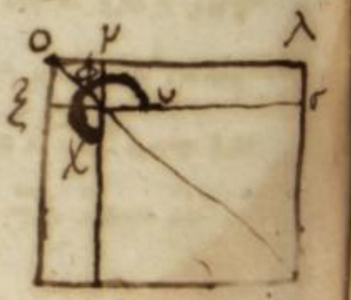
ἔστω χωρίον περιέχον ὕδωρ τὸ ΑΒΓΔ ἐπιπέδου μὲν τοῦ ΑΒ, ἀπότομον δὲ τὸ ΑΔ, ῥητὴν δὲ τὴν ΑΔ, ἐπὶ δὲ τοῦ ΑΒ ὀρθὴν τὴν ΑΔ, καὶ ἐπὶ τοῦ ΑΔ ὀρθὴν τὴν ΑΒ, καὶ ἐπὶ

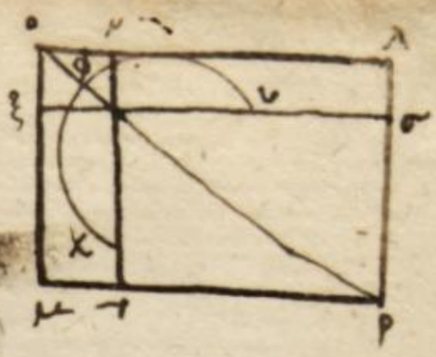
χωρίον. λέγω ὅτι ἡ ΑΛ μείζων τῆς ΔΤ τετάρτης τῆς ΑΔ ἐλάσσονι ἢ ἡμικλασμόνῳ ζημιεροῦ μείζονι ἢ ἡμικλασμόνῳ ζημιεροῦ. ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΤ καὶ ἐστί τις ἴσον τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν ΑΔ, ΔΤ μέσον ἀνὰ λόγον ἀνάλογον τὸ ΔΛ, μεῖζον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν ΑΔ, ΔΤ μέσον ἀνὰ λόγον ἀνάλογον τοῦ ΔΛ. καὶ ἐστὶν ἡμιμέρους τὸ ἀπὸ τοῦ ΔΤ, ἡμιμέρους ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ΔΛ· ἡμιμέρους δὲ τὸ ἀπὸ τοῦ ΔΤ, ἡμιμέρους ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ΔΛ· ἀλλὰ ἡμιμέρους ἐστὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ΔΑ, ἡμιμέρους ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ΔΛ μέσον ἀνὰ λόγον ἀνάλογον τῶν ΔΑ, ΔΛ· ἡμιμέρους δὲ τὸ ἀπὸ τοῦ ΔΑ, ἡμιμέρους ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ΔΛ μέσον ἀνὰ λόγον ἀνάλογον τῶν ΔΑ, ΔΛ· ὥστε καὶ ἡ ΑΛ ἡμιμέρους ἐστὶ μήκει ῥητῇ σύμμετρος δυνάμει μόνον ἡμιμέρους. λέγω δὴ ὅτι καὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΛ τῆς ΔΤ τετάρτης τῆς ΑΔ ἐλάσσονι ἢ ἡμικλασμόνῳ ζημιεροῦ μείζονι ἢ ἡμικλασμόνῳ ζημιεροῦ. ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΤ τετάρτης καὶ ἐστί τις ἴσον τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν ΑΔ, ΔΤ μέσον ἀνὰ λόγον ἀνάλογον τὸ ΔΛ, μεῖζον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν ΑΔ, ΔΤ μέσον ἀνὰ λόγον ἀνάλογον τοῦ ΔΛ. ὥστε καὶ ἡ ΑΛ μείζων ἐστὶ μήκει τῆς ΔΤ τετάρτης τῆς ΑΔ ἐλάσσονι ἢ ἡμικλασμόνῳ ζημιεροῦ μείζονι ἢ ἡμικλασμόνῳ ζημιεροῦ. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ ΑΛ τῆς ΔΤ τετάρτης τῆς ΑΔ ἐλάσσονι ἢ ἡμικλασμόνῳ ζημιεροῦ μείζονι ἢ ἡμικλασμόνῳ ζημιεροῦ δυνάμει μόνον σύμμετρός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΔ τῆς ΔΤ τετάρτης μείζων ἐστὶ δυνάμει ἢ τὸ ΔΒ χωρίον, ἔστω τῷ ΔΒ χωρίῳ ἴσον παρὰ τὴν ΑΔ παραβληθὲν ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, ᾧ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ΔΤ τετάρτης· καὶ ἐστὶ τὸ ΔΒ χωρίον τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΚ· ἡ ΑΔ ἄρα τὴν ΔΚ ὑπερέχει εἴδει τετραγώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἡμιμέρους ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΤ τετάρτης, ἔστω τῇ ΔΤ τετάρτῃ ἴση ἡ ΔΜ· ἡμιμέρους ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΜ τῆς ΔΜ. καὶ ἐπεὶ ἡμιμέρους ἐστὶν ἡ ΑΜ τῆς ΔΜ, ἔστω τῇ ΔΜ ἴση ἡ ΜΝ· ἡμιμέρους ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΝ τῆς ΜΝ. καὶ ἐπεὶ ἡμιμέρους ἐστὶν ἡ ΑΝ τῆς ΜΝ, ἔστω τῇ ΜΝ ἴση ἡ ΝΞ· ἡμιμέρους ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΞ τῆς ΝΞ. ἡμιμέρους δὲ ἡ ΝΞ τῆς ΞΚ· ἡμιμέρους ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΞ τῆς ΞΚ. ἡ ΑΚ ἄρα τῆς ΞΚ ἡμιμέρους ἐστὶ μήκει ῥητὴ σύμμετρος δυνάμει μόνον ἡμιμέρους. καὶ ἐπεὶ ἡμιμέρους ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΜ, ἡμιμέρους ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΜ· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΜ παραβληθὲν παρὰ τὴν ΑΔ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ ΔΒ χωρίῳ· ἡμιμέρους ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΔΒ χωρίον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἡμιμέρους ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΜ, ἡμιμέρους ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΜ· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΜ παραβληθὲν παρὰ τὴν ΑΔ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ τῷ ΔΒ χωρίῳ· ἡμιμέρους ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΔΒ χωρίον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἡμιμέρους ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΚ, ἡμιμέρους ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΚ· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΚ


λ
η ε ζ π
ο ν λ
ξ σ
ν
χ
γ β ι κ
μ τ ρ

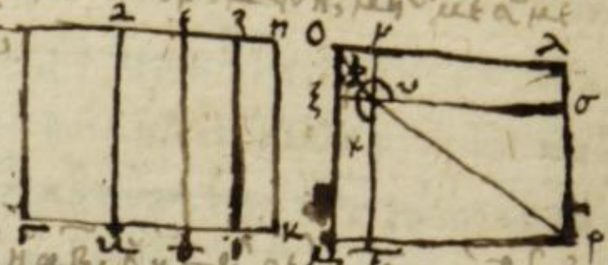
λ
ν
ο
γ
χ
τ

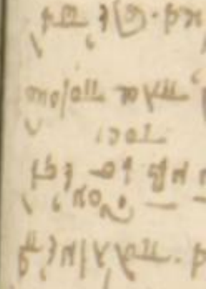

δ
λ
ι
ζ
κ
γ
β
θ
ϊ


ο
ν
λ
ξ
σ
χ



μεσοῦ τὸ ὅλον τοιοῦτο ἐστὶ χωρίον. τὸ δὲ ΑΒ περιέχεται ὑπὸ ῥητῆς καὶ
κατὰ τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος. λέγω ὅτι ἡ τὸ ΑΒ χωρίον δύναται, ἤτοι
μεσοῦ τὸ ὅλον τοιοῦτο ἐστὶν ἢ τῶν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη ἐστίν. εἰ
γὰρ ἐστὶ τὸ ΑΒ μεσοῦ τὸ ὅλον τοιοῦτο ἐστὶν ἢ τῶν ἐκ δύο ὀνομάτων
πρώτη ἐστίν, ἡ δὲ ΑΒ χωρίον δύναται, ἡ ΑΒ ἄρα ἐστὶν ἢ τῶν ἐκ δύο
ὀνομάτων πρώτη ἢ τῶν ἐκ δύο μέσων πρώτη. ἔστω ῥητὴ ἡ ΓΔ, καὶ τῇ
ΓΔ σύμμετρος ἔστω ἡ ΕΖ μήκει. ὥστε καὶ ἡ ΕΖ ῥητή ἐστιν. καὶ ἔστω
ὡς ἡ ΑΒ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. σύμμετρος
ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΗΘ μήκει. ὡς δὲ τὸ ΑΒ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ,
οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ΚΜ πρὸς τὸ ΚΝ. σύμμετρον
ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΚΜ τῷ ΚΝ. καὶ ἐπεὶ σύμμετρόν ἐστι τὸ ΚΜ τῷ ΚΝ,
ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ΚΝ τῷ ΛΝ σύμμετρόν ἐστιν, ἐπειδήπερ ἐπὶ τῆς αὐτῆς
ἐστὶ τῆς ΚΟ· καὶ τὸ ΚΜ ἄρα τῷ ΛΝ σύμμετρόν ἐστιν. καὶ ἔστιν ὡς τὸ
ΚΜ πρὸς τὸ ΚΝ, οὕτως ἡ ΜΛ πρὸς τὴν ΛΝ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΜΛ πρὸς τὴν
ΛΝ, οὕτως ἡ ΚΝ πρὸς τὴν ΚΜ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΜΛ πρὸς τὴν ΚΝ, οὕτως
ἡ ΛΝ πρὸς τὴν ΚΜ. ἀλλ' ὡς ἡ ΜΛ πρὸς τὴν ΚΝ, οὕτως ἐστὶ τὸ ΜΞ πρὸς
τὸ ΞΝ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΞΝ, οὕτως ἡ ΝΛ πρὸς τὴν ΚΜ. ὁμοίως
δὴ τοῖς πρότερον δείξομεν ὅτι ἡ ΜΛ δύναται τὸ ΑΒ χωρίον. λέγω ὅτι καὶ
ῥητή ἐστιν ἡ ΜΛ, καὶ τὸ ΑΒ χωρίον μέσον. ἐπεὶ γὰρ μέσον ἐστὶ τὸ ΚΜ
τῷ ΚΝ, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ΚΝ τῷ ΛΝ μέσον ἐστίν, καὶ τὸ ΚΜ ἄρα τῷ ΛΝ
ἐστὶ σύμμετρον. καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ΚΜ τῷ ΞΜ, καὶ τὸ ΛΝ τῷ ΞΝ· καὶ
τὸ ΜΞ ἄρα τῷ ΞΝ ἐστὶ σύμμετρον. καὶ ἐπεὶ ῥητὸν ἐστὶ τὸ ΜΞ, καὶ ἐστὶ
τὸ ΜΞ τῷ ΞΝ σύμμετρον, καὶ τὸ ΞΝ ἄρα ῥητόν ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν
ἐστὶ τὸ ΜΞ τῷ ΚΜ, καὶ τὸ ΞΝ ἄρα τῷ ΚΜ ἀσύμμετρόν ἐστιν. καὶ ἔστιν
ὡς τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΚΜ, οὕτως ἡ ΜΛ πρὸς τὴν ΚΜ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΜΛ τῇ ΚΜ. καὶ ἐπεὶ ῥητὸν ἐστὶ τὸ ΚΜ καὶ ἀσύμμετρον τῇ ΜΛ, ῥητὴ
ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΛ καὶ ἡ ΚΜ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστὶ τὸ ΚΜ τῷ ΚΝ, καὶ
ἡ ΜΛ ἄρα τῇ ΚΝ ἀσύμμετρόν ἐστιν. καὶ ἔστιν ὡς τὸ ΚΜ πρὸς τὸ ΚΝ,
οὕτως ἡ ΜΛ πρὸς τὴν ΛΝ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΛ τῇ ΛΝ. καὶ ἐπεὶ
ῥητὸν ἐστὶ τὸ ΜΞ καὶ ἀσύμμετρον τῷ ΚΜ, καὶ ἡ ΜΛ ἄρα τῇ ΚΜ ἀσύμμετρόν
ἐστιν. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δείξομεν ὅτι ἡ ΜΛ τῇ ΛΝ ἐστὶν ἀσύμμετρος.
ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπάνω τὸ ΑΒ χωρίον δείξομεν ὅτι ἡ ΜΛ δύναται τὸ ἐκ τῶν
ἀσυμμέτρων ἑαυτῇ μήκει. ὅμοιος δὲ ὁ γραφὴν τοῦ σχήματος. ὁμοίως δὴ τοῖς
ἐπάνω δείξομεν ὅτι ἡ ΜΛ τῇ ΚΜ ἐστὶν ἀσύμμετρος. καὶ ἔστιν ἡ ΚΜ ῥητή·
καὶ ἡ ΜΛ ἄρα ῥητή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστὶ τὸ ΜΞ τῷ ΚΜ, καὶ
ἔστιν ἴσον τὸ ΜΞ τῷ ΛΟ, καὶ τὸ ΛΟ ἄρα τῷ ΚΜ ἀσύμμετρόν ἐστιν. καὶ
ἔστιν ἴσον τὸ ΚΜ τῷ ΛΝ, καὶ τὸ ΛΟ ἄρα τῷ ΛΝ ἀσύμμετρόν ἐστιν. καὶ
ὡς τὸ ΛΟ πρὸς τὸ ΛΝ, οὕτως ἡ ΜΛ πρὸς τὴν ΛΝ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν
ἡ ΜΛ τῇ ΛΝ μήκει. ὥστε αἱ ΜΛ, ΛΝ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι.
ἡ ΜΝ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστίν. λέγω δὴ ὅτι καὶ πρώτη. ἐπεὶ γὰρ ἀσύμμετρόν
ἐστὶ τὸ ΜΞ τῷ ΚΜ, καὶ ἔστιν ὡς τὸ ΜΞ πρὸς τὸ ΚΜ, οὕτως ἡ ΜΛ πρὸς
τὴν ΚΜ, ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΛ τῇ ΚΜ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστὶ τὸ
ΚΜ τῷ ΛΝ, καὶ ἔστιν ὡς τὸ ΚΜ πρὸς τὸ ΛΝ, οὕτως ἡ ΜΛ πρὸς τὴν ΛΝ,
ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΛ τῇ ΛΝ. καὶ ἐπεὶ ῥητὸν ἐστὶ τὸ ΚΜ καὶ ἀσύμμετρον
τῇ ΜΛ, ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΛ καὶ ἡ ΚΜ. καὶ ἐπεὶ ἀσύμμετρόν ἐστὶ τὸ ΚΜ
τῷ ΛΝ, καὶ ἡ ΜΛ ἄρα τῇ ΚΝ ἀσύμμετρόν ἐστιν. καὶ ἔστιν ὡς τὸ ΚΜ πρὸς
τὸ ΛΝ, οὕτως ἡ ΜΛ πρὸς τὴν ΚΝ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΛ τῇ ΚΝ.
καὶ ἐπεὶ ῥητὸν ἐστὶ τὸ ΜΞ καὶ ἀσύμμετρον τῷ ΚΜ, καὶ ἡ ΜΛ ἄρα τῇ ΚΜ
ἀσύμμετρόν ἐστιν. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δείξομεν ὅτι ἡ ΜΛ τῇ ΚΝ ἐστὶν
ἀσύμμετρος μήκει. ὥστε αἱ ΜΛ, ΚΝ ῥηταί εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι.
ἡ ΜΝ ἄρα ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ πρώτη. ἡητὸν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΛ, ΚΝ


α
β
γ
δ
ε
ζ
η
θ
ι
κ
λ
μ
ν
ξ
ο
π
ρ
σ
τ



πλατος στοιουν τῆι ζμ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ζμ, καὶ συμμετρος
τῆι ὁλῆι καὶ ἐστω ἑκατερα μεσων ἀπο των μεη ηβ τουτεστι τὸ γλ μεσον μετ' ἐστι· τὸ δὲ
ἀπὸ των μεη ηβ τουτεστι τὸ ζλ ῥητον, ἀσυμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ γλ τῶι
ζλ· ὥστε καὶ τὸ γλ τετραγωνον ἐστὶν ἡ ηγμ τετραγωνωι ἐστὶν ἡ ζμ· ἀσυμμετρος ἄρα
ἐστὶν ἡ ηγμ τῆι ζμ μηκει, καὶ φωι ἀμφοτεραι ῥηταὶ· αἱ ἄρα στμ μεζ ῥητα
φωι δυνανται μονον συμμετρον· αἱ γζ ἄρα ἀποτομη ἐστί· λεγω ὅτι καὶ δευτερα·
τετμήσθω γαρ ἡ ζμ δίχα, κατὰ τὸ μ· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ μ τῆι γλ
παραλληλος ἡ μξ· ἐκατερα ἄρα των ζξ μλ, ἴσον ἐστὶ τῶι ὑποκειμενωι
ηβ· καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ των μεη ηβ τετραγωνον μεσον ἐστὶν ἀναλογον ἐστὶ
τὸ ὑποτων μεη ηβ· καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ μεν ἀπὸ τῆς αη τῶι γθ· τὸ δὲ ὑπὸ
των μεη ηβ τῶι μλ, τῶι δὲ ἀπὸ τῆς βη τὸ κλ· καὶ τῶι γθ κλ ἄρα μεσον
ἀνάλογον ἐστὶ τὸ μλ· ἐστιν ἄρα ὡς τὸ γθ πρὸς τὸ μλ, οὕτως τὸ μλ πρὸς
τὸ κλ· ἀλλ' ὡς μεν τὸ γθ πρὸς τὸ μλ, οὕτως ἐστὶν ἡ ηγ πρὸς τὴν μμ· ὡς δὲ
τὸ μλ πρὸς τὸ κλ, οὕτως ἐστὶν ἡ μμ πρὸς τὴν μκ· ὡς ἄρα ἡ ηγ πρὸς τὴν
μμ, οὕτως ἐστὶν ἡ μμ πρὸς τὴν κμ· τὸ ἄρα ὑποτων στ κμ ἴσον ἐστὶ τῶι
ἀπὸ τῆς μμ· τουτεστι τῶι τετάρτωι μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ζμ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ στ
πρὸς τὴν μμ, ἡ μμ πρὸς τὴν κμ· καὶ ἐστὶ τετραπλασιων ἡ στ τῆς μμ· ἴσον πολλαπλασιον
μεζον τῶι στ τῆς μμ παραβεβλησθαι ἐλλειπον εἴδει τετραγωνωι τῶι ὑποκειμενωι
κμ· ἐφ' ἑαυτὴν μεμερισθω ἡ μξ, καὶ ἔστω τῆς μο μεζονος λυσεως των ἀπὸ
συμμετρου ἑαυτῆι μηκει· καὶ ἐστιν ἡ προσαρμοζουσα ημισυ τῆς ζμ συμμετρος μεν μη
τῆι εκ μεσων ῥητὴ τὴν δυναμιν· ἡ ἄρα γζ ἀποτομη
ἐστὶ δευτερα· τὸ ἄρα ἀπὸ μείζονος ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παρὰ
βαλλόμενον ποιεῖ πλατος, ὃ ποιεῖ ἀποτομὴν πρώτην· ὅπερ ἐδει δεῖξαι·

ὁ ἀπὸ μείζονος ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλατος,
ποιεῖ ἀποτομὴν τρίτην· ἔστω μείζονος ἀποτομὴ δευτέρα ἡ αβ· ῥητὴ δὲ ἡ γδ· τὸ
τῶι ἀπὸ τῆς αβ ἴσον παρὰ τὴν γδ παραβεβλησθω τὸ γε, πλατος ποιουν
τὴν γζ· λεγω ὅτι ἡ γζ ἀποτομὴ ἐστὶ τρίτη· ἔστω γὰρ τῶι αβ προσαρμοζουσα ἡ βη·
αἱ ἄρα καὶ αη βη, μήκει μόνον συμμετροι εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἀποτομὴ ἐστὶν ἡ αβ καὶ
ἀπὸ ταύτης ἀφῃρηται ἡ βη ἀποτομὴ ἐστὶν ἡ αη· καὶ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ ἴσον
τῶι γε· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ γε· πλατος ποιουν
τὴν γζ· λεγω ὅτι καὶ ἡ γζ ἀποτομὴ ἐστὶ τρίτη· ἔστω γὰρ τῶι αβ προσαρμοζουσα ἡ βη·
αἱ ἄρα αη βη, μήκει μόνον συμμετροι εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἀποτομὴ ἐστὶν ἡ αβ καὶ
ἀπὸ ταύτης ἀφῃρηται ἡ βη ἀποτομὴ ἐστὶν ἡ αη· καὶ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ ἴσον
τῶι γε· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ γε· πλατος ποιουν

158

ἀ ἀπὸ τῆς ΑΗ, τῶν δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ· καὶ ἔστι τῶν μὲ ἀπὸ τῆς ΑΗ, ἴσα τὰ ΓΘ·
τῶν δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ, ἴσον τὸ ΚΛ· διπλασίων ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΘ, τοῦ
ΚΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΜ·
διπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ τῆς ΚΜ μήκει· καὶ ἐπεὶ τῶν ἀπὸ
τῶν ΑΗ ΗΒ μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῶν ΑΗ· ἔστι δὲ
ἴσον τῶν μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ τὸ ΓΘ· τῶν δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ τὸ ΚΛ·
τὸ δὲ ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ τῶν ΜΛ, τῶν μὲν ΓΘ ΚΛ μέσον ἀνά-
λογόν ἐστι τὸ ΜΛ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΜΛ, οὕτως τὸ ΜΛ
πρὸς τὸ ΚΛ· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΓΘ πρὸς τὸ ΜΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸ
τὴν ΚΜ· ὡς δὲ τὸ ΜΛ πρὸς τὸ ΚΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΜ πρὸς τὴν ΚΛ·
ὡς ἄρα ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΜ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΜ πρὸς τὴν ΚΛ·
τὰ ἄρα ΓΚ ΚΜ, ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΚΜ ΚΛ, τουτέστι τῷ
τετράκις ὑπὸ τῶν ΚΜ ΚΛ· ἐὰν δὲ δύο εὐθεῖαι δυνάμενον
αὐτὴν μήκει· καὶ ἔστω τετράκις ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῆς ΚΜ ἴσον παρ-
γραμμὴ παραβεβλημένη εἰς ὃ πρᾶγμα τῶν ὑπὸ τῶν
ΓΚ ΚΜ, καὶ ἐστὶ διάμετρος αὐτὴ ἡ ΚΜ, ἡ ἄρα ΓΜ τῆς ΚΜ
μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ· καὶ ἐστὶν ὅλη ἡ ΓΜ,
σύμμετρος μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ τῇ ΓΔ· πᾶσα ἄρα ἡ ΚΜ ἀπο-
τομή ἐστι τετάρτη τὸ ὅλον ποιοῦσα τὸν ἐκ δύο ὀνομάτων·

ὁ ἀπὸ τῆς μείζονος ῥητοῦ μετὰ ὅλου τοῦ
ποιοῦντος μετὰ τοῦ παραβαλλομένου
πλάτος, ποιοῦσα ἀποτομὴν πέμπτην·

ἐὰν ᾖ μείζων ῥητοῦ μετὰ ὅλου τοῦ ποιοῦντος ποιοῦσα ἡ ΑΒ· ῥητὴ δὲ ἡ ΓΔ· καὶ
τῶν ἀπὸ τῆς ΑΗ ΗΒ ἴσα παραβεβλήσθω τῷ ΓΔ παραβολῇ τὸ ΓΕ· πλάτος
ποιοῦν τὴν ΓΖ· λέγω ὅτι ἡ ΖΔ ἀποτομή ἐστι πέμπτη· ἐστω γὰρ
τῇ ΑΒ προσαρμόζουσα ἡ ΒΗ· αἱ ἄρα ΑΗ ΗΒ δύνανται, τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρου· ποιοῦσι δὲ τὸ μὲν συγκείμενον σὺν τῶν ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ τε-
τράγωνον μέσον· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ ῥητόν· καὶ τῶν μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ
ἴσον παραβέβληται τῷ ΓΘ· τῶν δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ ἴσον
τὸ ΚΛ· τὸ δὲ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ τῷ ΜΛ· καὶ τῶν μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ

ἴσον παρὰ τὴν ΓΛ παραβεβλημένον τὸ ΓΕ, πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΖ· λέγω
ὅτι ἡ ΓΖ δύο μὲν ἐστιν ἐκτη ἐφ' ἃ τὴν ΑΒ προσαρμόζουσα ἥβη· καὶ λοιπὰ
ΔΗ ΗΒ, σύμμετρα μόνον· ποιοῦσα τὸ ὑπὸ τῶν ἀπ' αὐτῆς
τετραγώνων μέσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ μέσον· καὶ δύο μήκη
ἐστὶν ἀσύμμετρα τὰ ΑΗ ΗΒ μέσον· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ μέσον·
πλάτος δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ τὸ ΔΗ· παραβεβλήσθω οὖν παρὰ
τὴν ΓΛ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον τὸ ΓΘ· πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΚ· τῷ δὲ
ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ τὸ ΚΛ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΛ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· μέσα ἄρα
καὶ τὸ ΓΛ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΓΛ παράκειται, πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΜ·
ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ καὶ ἀσύμμετρος τῇ ΓΛ μήκει· τὸ ΓΛ ἴσον
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· ὧν τὸ ΓΕ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ, λοιπὸν ἄρα
τὸ ΖΛ, ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· καὶ ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν
ΔΗ ΗΒ μέσον· καὶ τὸ ΖΛ ἄρα μέσον ἐστὶ· καὶ παρὰ ῥητὴν τὴν ΓΖ
παράκειται, πλάτος ποιοῦν τὴν ΖΜ· ῥητὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΜ· καὶ ἀ-
σύμμετρος τῇ ΓΛ μήκει· καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ ἀσύμμετρόν ἐστι τῷ
δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ, καὶ ἐστὶ τοῖς μὲν ΑΗ ΗΒ ἴσον τὸ ΓΛ· τῷ δὲ δὶς ὑπὸ
τῶν ΑΗ ΗΒ ἴσον τὸ ΖΛ, ἀσύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΛ τῷ ΖΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΛ πρὸς
τὸ ΖΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΖΜ· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ
ΖΜ μήκει· καὶ ἐστὶν ἀμφότερα ῥητά· αἱ ΓΚ ΖΜ ἄρα ῥηταὶ εἰσὶ δυ-
νάμει μόνον σύμμετροι· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΖ· λέγω δὴ ὅτι καὶ
ὡς ἐπὶ τὸ ΖΛ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ, τετμήσθω δίχα ἡ ΖΜ
τῷ Ν· καὶ ἡ χθω διὰ τοῦ Ν τῇ τῶν παραλλήλων ἴση ἡ ΝΞ· ἑκάτερον ἄρα τῶν
ΖΞ, ΝΛ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ· καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΗ ΗΒ δυνάμει εἰσὶ μό-
νον σύμμετροι, δύναται ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ·
μέσα τῶν μὲν ἀπὸ τῶν ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τῷ ΓΘ· τῶν δὲ ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ,
ἴσον τὸ ΚΛ· δύναται ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΘ τῷ ΚΛ· ὡς δὲ τὸ ΓΘ πρὸς
τὸ ΚΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΜ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ
ΚΜ· καὶ ἐστὶ τῶν ΑΗ ΗΒ μέσον· καὶ ὁλόκληρόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ,
σύμμετρον ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ ΚΜ· καὶ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσον τῷ ΓΘ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΒ ἴσον τῷ
ΚΛ· τῶν δὲ ὑπὸ τῶν ΑΗ ΗΒ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ὅλων ἄρα τῶν ΓΛ μετ

ργ

ὀνα λογόν ἐστι τὸ ΜΛ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΘ πρὸς τὸν ΜΛ, οὕτως τὸ ΜΛ
πρὸς τὸν ΚΛ· καὶ ἀλλ' ὡς ὁ αὐτὸς ΓΘ πρὸς τὸν ΜΛ, τοῦτο μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ ΑΖ μεί-
ζονι ἐαυτῆς, καὶ οὐ διὰ τετραγώνων ἐστὶν ἡ ἐκκειμένη
ῥητὴ ἡ ΓΔ· ἡ ἄρα ἀποτομὴ ἐστὶ τετάρτη· ὅπερ ἦν
τὴν ἀποτομὴν μὴ κατὰ σημεῖον διελεῖν
ἐστι καὶ τὴν τοῦ κώνου τομήν· ἐστω λό-
γου τομὴ ἡ ΑΒ καὶ τῆς ΑΒ μὴ κατὰ σημεῖον
ἐστω ἡ ΓΔ· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΓΔ ἀποτομή ἐστι· καὶ τῆς τοῦ κώνου
τομῆς ἡ ΑΒ· ἐστὶ γὰρ ἀποτομὴ ἐστὶν ἡ ΑΒ, ἐστω αὐτῆς προσδρομὴ ἡ ΒΕ
οὖσα ἐκτὸς ἐφαπτομένη, μόνον σημείῳ· ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΖ μεῖζον
τοῦ ἀπὸ ΖΒ τῷ ἀπὸ ἐφαπτομένης ἑαυτῇ· καὶ ὡς ἐπὶ
προσῶν, ὧν ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ· ἐστιν ἄρα καὶ ὡς ὅλη ἡ ΑΕ πρὸς ὅλην
τὴν ΓΖ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· σημεῖον δὲ ἐστὶ τὸ Δ· ἡ ΑΕ ἄρα τῇ ΓΖ μήκει
σύμμετρος· καὶ ἡ μὲν ΑΕ, τῇ ΓΖ· ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΖΔ· καὶ εἰ ΑΕ
ῥητὴ ἐστι, μόνον σύμμετρος· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ· λέγω
ὅτι καὶ τῆς τοῦ κώνου τομῆς ἡ ΓΔ· ἐπεὶ γὰρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως
ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΖΔ, καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως
ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΔ· ἢ τοίνυν ἡ ΒΕ μεῖζον δύναται τοῦ ἀπὸ ἐφαπτομένης
ἑαυτῆς, ἢ τοῦ ἀπὸ ἐφαπτομένου· φανερὸν οὖν ὅτι καὶ ἡ ΒΕ μεῖζον δύναται
τοῦ ἀπὸ ἐφαπτομένης ἑαυτῆς, καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΖΔ μεῖζον δύναται, τοῦ ἀπὸ
ἐφαπτομένου ἑαυτῆς· καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΓΖ μήκει σύμ-
μετρος ἄρα καὶ ἡ ΓΖ τῇ ΖΔ· καὶ εἰ ἡ ΑΕ ῥητὴ ἐστι, καὶ ἡ ΓΖ· ἀλλὰ εἰ ἡ ΒΕ
ῥητὴ ἐστι, μόνον σύμμετρος· ἀλλὰ καὶ ἡ ΖΔ τῇ ΓΖ μήκει σύμμετρός ἐστιν·
ὅτι καὶ ἡ ΓΔ ἀποτομή ἐστι τετάρτη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

ρδ

Ἡ μείζονα ἀποτομὴν μήκει σύμμετρος, μείζονα ἀποτομή ἐστι

ρλη

ρλθ

ρι

ρλε

163

ρλειόμεν ὁμ· πολλ ὸς, ποιῆ ἀποτομ ὲω λλτ ρων· τὸ δ' ἀπὸ μείσης ἀποτομῆς λλ
τέρας παρ' ἣν ρητὸν παρ' λβ αλόμεν ὁμ πολλ ὸς, ποιῆ ἀποτομὴν ἕκτ· τὸ δ'
ἀπὸ ἐλάσσον ος παρ' ἣν ρητὸν παραβ αλλόμεν ὁμ πολλ ὸς, ποιῆ ἀποτομ ὲω τετ ἀρ·
τὸ δ' ἀπὸ τῆς μείζ ονος ῥητοῦ μείσον τὸ ὅλον ποιοῦσ ης παρ' ἣν ρητὸν παραβ αλλόμ
πολλ ὸς, ποιῆ ἀποτομὴν τρίτ ην· τὸ δ' ἀπὸ τῆς μείζ ονος μέσου μείσον τὸ ὅλον
ποιοῦσ ης παρ' ἣν ρητὸν παραβ αλλόμενον πολλ ὸς, ποιῆ ἀποτομ ὲω τετ ἄλ
λην ἣτ ις ἐκ δύο ὀνομ ἀτων μί' ἐστὶ τὸ ὅλον καὶ ἀλλήλ· τούτ ων πρ ὸτ
ὄνομ ά ἐστιν ἀλλήλ ων ἐλάσσ ων ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς μείζ ονος τοῦ ἀπὸ συμ
μέτρ ου ἑαυτῇ, ἀλλ ὰ καὶ αὐτ ὸ τὸ ἀπὸ τῆς μείζ ονος τοῦ ἀπὸ συμμέτρ ου
ἑαυτῇ· καὶ ἐπὶ τὰ ἑξῆς τὸ ἀπὸ τῆς μείζ ονος τοῦ ἀπὸ ἀσυμμέτρ ου ἑαυτῇ
ἢ τὸ αὐτὸ ὁμοιοτ ρόπως, ποιοῦσι δὲ πάλιν τὴν μετ ὰ τὴν πρ ώτ ην ἀποτομ ὴν
τὴν ἐκ δύο ὀνομ άτων κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖ ον διαιρ ουμ ένην εἰς τὰ ὀνομ ατ ά·
ἐὰν μὲν τὸ μεῖζ ον ὄνομ α σύμμετρ ὸν ἐστὶ τῷ ἐκκειμ ένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ
ἐκ δύο ὀνομ άτων ἐκλ ήθ η ἐστὶ πρ ώτ η· ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσ ον, ἡ δευτ έρ α·
ἐὰν δὲ οὐδέτερον τῶν ὀνομ άτων, ἡ τρίτ η· ἐὰν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς μείζ ονος τοῦ
ἀπὸ τῆς ἐλάσσ ονος ὑπερέχ ῃ τῷ ἀπὸ συμμέτρ ου ἑαυτῇ, καὶ τὸ μεῖζ ον ὄνομ α
σύμμετρ ὸν ἐστὶ τῷ ἐκκειμ ένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ ἐκ δύο ὀνομ άτων ἐκλ ήθ η ἐστὶ
τετ άρτ η· ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσ ον, ἡ πέμπτ η· ἐὰν δὲ οὐδέτερον τῶν ὀνομ άτων,
ἡ ἕκτ η· ἐὰν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς μείζ ονος τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσ ονος ὑπερέχ ῃ τῷ ἀπὸ
ἀσυμμέτρ ου ἑαυτῇ, καὶ τὸ μεῖζ ον ὄνομ α σύμμετρ ὸν ἐστὶ τῷ ἐκκειμ ένῃ ῥητῇ
μήκει, ἡ ἐκ δύο ὀνομ άτων ἐκλ ήθ η ἐστὶ πέμπτ η· ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσ ον, ἡ ἕκτ η·
ἐὰν δὲ οὐδέτερον τῶν ὀνομ άτων, ἡ ἑβδόμ η· ἐὰν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς μείζ ονος τοῦ
ἀπὸ τῆς ἐλάσσ ονος ὑπερέχ ῃ τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρ ου ἑαυτῇ, καὶ τὸ μεῖζ ον ὄνομ α
σύμμετρ ὸν ἐστὶ τῷ ἐκκειμ ένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ ἐκ δύο ὀνομ άτων ἐκλ ήθ η ἐστὶ
ἕκτ η· ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσ ον, ἡ ὀγδόη· ἐὰν δὲ οὐδέτερον τῶν ὀνομ άτων, ἡ
ἐνάτ η· καὶ ἐπὶ τὰ ἑξῆς τὴν αὐτ ὴν δύν αμιν ἔχ ει ἡ ἐκ δύο ὀνομ άτων ἐκλ ήθ η·
ἐὰν δὲ ἡ ῥητὴ καὶ μία τῶν ὀνομ άτων ἐκκειμ ένη ἐστὶ τὸ μεῖζ ον ὄνομ α, ἡ
ἐκ δύο ὀνομ άτων ἐκλ ήθ η ἐστὶ ἑβδόμ η· ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσ ον, ἡ ἐνάτ η· ἐὰν δὲ
οὐδέτερον τῶν ὀνομ άτων, ἡ δεκάτ η· ἐὰν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς μείζ ονος τοῦ ἀπὸ τῆς
ἐλάσσ ονος ὑπερέχ ῃ τῷ ἀπὸ συμμέτρ ου ἑαυτῇ, καὶ τὸ μεῖζ ον ὄνομ α σύμμετρ ὸν
ἐστὶ τῷ ἐκκειμ ένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ ἐκ δύο ὀνομ άτων ἐκλ ήθ η ἐστὶ ὀγδόη· ἐὰν
δὲ τὸ ἔλασσ ον, ἡ ἑνδεκάτ η· ἐὰν δὲ οὐδέτερον τῶν ὀνομ άτων, ἡ δωδεκάτ η·
καὶ ἐπὶ τὰ ἑξῆς τὴν αὐτ ὴν δύν αμιν ἔχ ει ἡ ἐκ δύο ὀνομ άτων ἐκλ ήθ η·

ρ|ϛ̄ ρ|ιε·

ς ωλη·χ̣ζ·ε·ϙ ϡφ· χ ς

κ ξα·ιγ·ιγ ε με·μ̣ζ·κ̣ζ π ο·ιη· φ

ε

ϙ·

ρκε·μ̣ζ·λτ·

ϙ

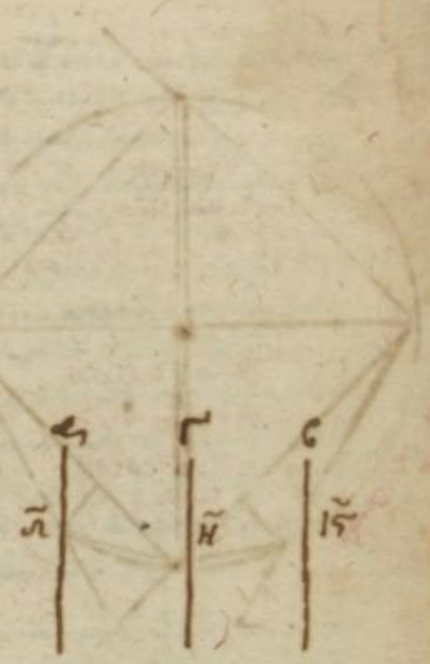
μχ·

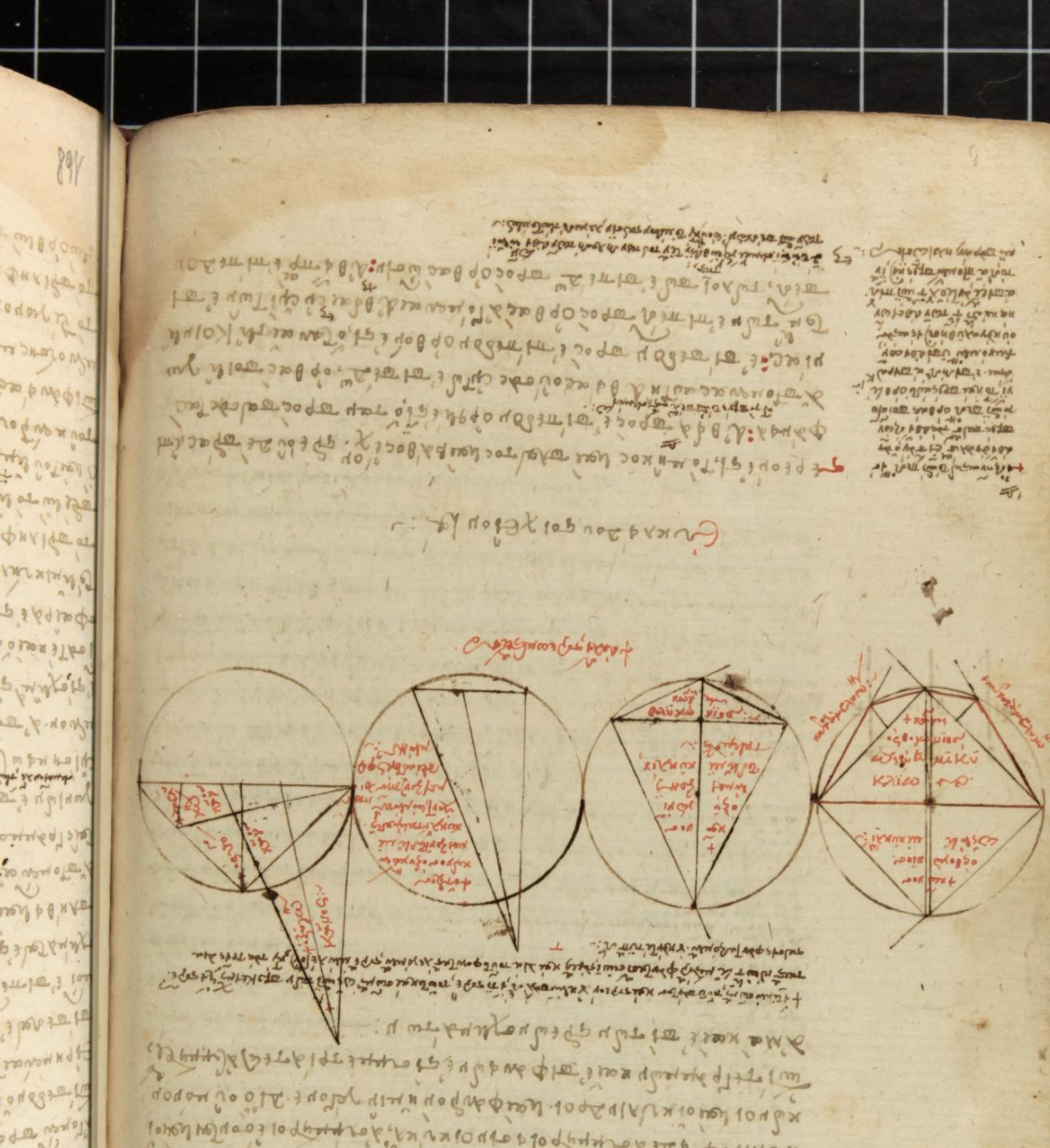
ρ λ'

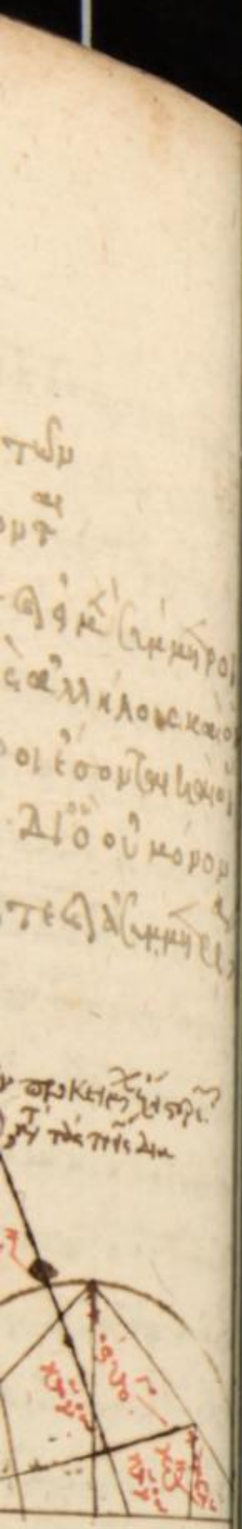
τῶν ἀποτ ης θ· ῥητὸν δὲ τὸ ἀποτ ης ζ· ῥητὸν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀποτ ης η· ῥητὸν
ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΝ, καὶ λοιπὰ τὰ τῶν τριῶν ΒΓ· ἐὰν ἄρα χωρίον περιέχηται
ὑπὸ ἀποτομῆς καὶ τῆς σκαληνοῦ μελ, ἧς τὸ ὀνομαζόν ἐστι μείζων τοῦ
τῆς ἀποτομῆς ὀνομαζόντος μήκει καὶ αὐτῶν αὐτῶν λόγῳ, μὴ τὸ χωρίον
ῥητὴν ἐχέτω· καὶ χωρὸν αὐτῷ ἴσον καὶ ὁμοειδὲς τούτου φανερὸν ὅτι καὶ τὸ
χωρίον ὑπὸ ἄλογ λόθῳ περιέχεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

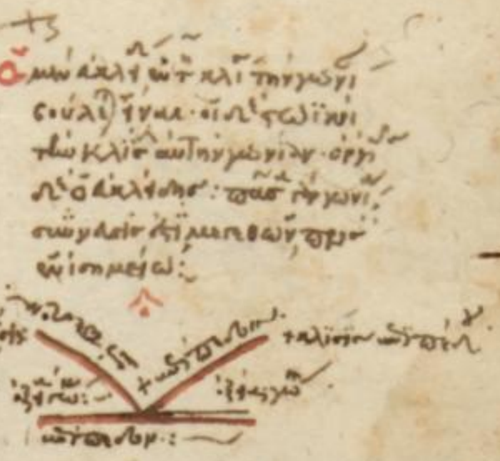
ρλϛ. Τὸ μετὰ ἀποτομὴν ἀπταρρόιζα λόγῳ μήκει
καὶ οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον ἴσον
ἐστὶ μετὰ ἀποτομὴν ἑνί· λέγω ὅτι ἡ τῶν
ΔΕ ἀπταρρόιζα λόγῳ μήκει καὶ οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον ἐκκειμένων
ῥητῷ ἴσον ἐστίν· καὶ τῶν ὑποκειμένων βα ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Γ· ἄλογος ἄρα
ἐστὶν ἡ ΗΝ· τὸ δὲ ὑπὸ ἀλόγου καὶ ῥητῆς ἀλογόμενον, καὶ οὐδεμιᾷ τῶν
πρότερον ἐκκειμένων ἴσον· τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς ΔΕ τῶν πρότερον παρὰ ῥητὴν
παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ μείζω· ἀφῃρήσθω γὰρ τῶν ὑποκειμένων βγ
ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Η· ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΝ· καὶ οὐδεμιᾷ τῶν
πρότερον παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὸ ὑπὸ
ἀπὸ τῆς ΔΕ τῶν πρότερον παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ
μείζω· ὁμοίως δὴ τῇ τοιαύτῃ πλευρᾷ, φανερὸν ὅτι καὶ ἡ μετὰ ἀποτομὴν
ἀπταρρόιζα λόγῳ· καὶ οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον ἑαυτῇ· ὅπερ·

ρλζ. Τὸ μετὰ μέσην ἑνί· λέγω ὅτι ἀποτομή ἐστιν ἡ τῶν
ἀπταρρόιζα
λόγῳ μήκει καὶ οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον
ἑαυτῇ· ἤχθω τῇ ΔΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΒ· καὶ εἰ μὲν ῥητὴ ἡ ΔΒ· καὶ συμπε-
πληρώσθω τὸ ΒΓ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΓ· καὶ ἡ δύναμις αὐτοῦ ἄλογός
ἐστι· δυνάσθω αὐτὸ ἡ ΗΓ· ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΓ, καὶ οὐδεμιᾷ τῶν πρό-
τερον ἑαυτῇ· τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς ΔΕ τῶν πρότερον παρὰ ῥητὴν παρα-
βαλλόμενον πλάτος ποιεῖ μείζω· ἀφῃρήσθω γὰρ τῶν ὑποκειμένων βγ
ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς Η· καὶ ἡ δύναμις αὐτοῦ ἡ ΔΖ·
ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΖ, καὶ οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον ἑαυτῇ· τὸ γὰρ
ἀπὸ τῆς ΔΕ τῶν πρότερον παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ
μείζω· ὁμοίως δὴ τῇ τοιαύτῃ πλευρᾷ ἡ μετὰ μέσην ἀπταρρόιζα λόγῳ

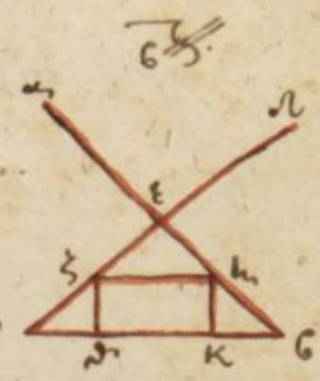

Α
Γ
Β
Δ
Ε
Ζ

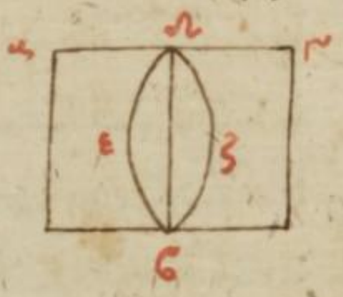


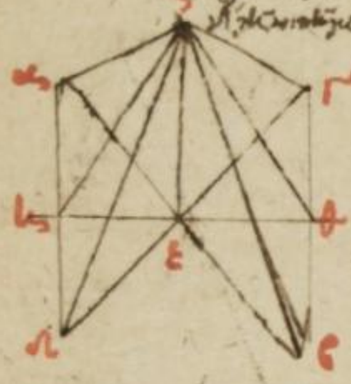




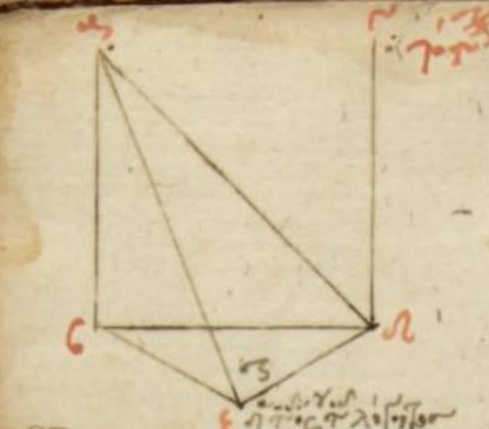
168

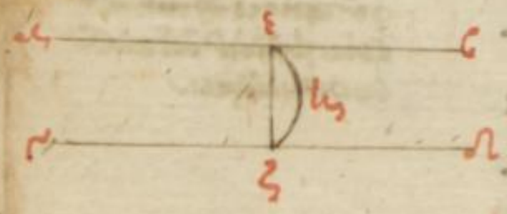

α
β
ε
ζ
η
Γ
Δ
Κ
Θ


α
β
γ
ε
ζ
δ

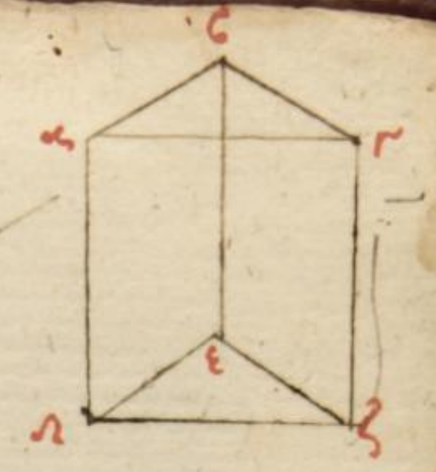

ζ
α
γ
δ
ε
β
ς

α
γ
β
δ
ε


A
B
Γ
Δ
E


E
Γ
Z
Δ

α
ε
γ
θ
κ
ζ
η

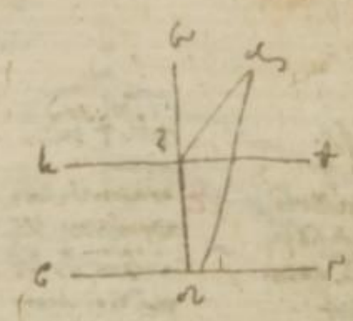


ε' ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι ὦσι, τῆς δὲ μείζονος ἴση μὲν μὴ κείσθω παρὰ τὴν ἐλάσσονα, μείζων δὲ κείσθω, ἐφ' ἧς ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς μείζονος μετὰ τετραγώνου ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τετραγώνῳ, ἡ μείζων τὴν ἐλάσσονα τετμημένη εἰς ἄνισα τὸ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τῆς ἐλάσσονος τετράγωνον ὑπερέξει τῷ ἀπὸ τοῦ ἀπολειπομένου τμήματος τετραγώνῳ.

ε' Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι ὦσι, τῆς δὲ μείζονος ἴση μὲν μὴ κείσθω παρὰ τὴν ἐλάσσονα, μείζων δὲ κείσθω, ἐφ' ἧς ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς μείζονος μετὰ τετραγώνου ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τετραγώνῳ, ἡ μείζων τὴν ἐλάσσονα τετμημένη εἰς ἄνισα τὸ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τῆς ἐλάσσονος τετράγωνον ὑπερέξει τῷ ἀπὸ τοῦ ἀπολειπομένου τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔστω δύο εὐθεῖαι αἱ α β, γ δ, καὶ τῆς μὲν γ δ μείζονος ἴση μὲν μὴ κείσθω παρὰ τὴν α β, μείζων δὲ κείσθω, ἐφ' ἧς ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς γ δ μετὰ τετραγώνου ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς α β τετραγώνῳ, ἡ δὲ γ δ τὴν α β τετμήσθω εἰς ἄνισα κατὰ τὸ ε, ὥστε μείζονα εἶναι τὴν γ ε τῆς ε δ· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς γ ε τετράγωνον ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς ε δ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τῆς α β τετραγώνῳ.

Τετμήσθω γὰρ ἡ α β δίχα κατὰ τὸ ζ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζ ε· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ζ ε ἐπὶ τὸ η· καὶ κείσθω τῇ ε δ ἴση ἡ ζ θ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ θ η· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ ε σημείου ἐπὶ τὴν θ η εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς ἡ ε κ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ε γ ἐπὶ τὸ λ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ λ σημείου ἐπὶ τὴν θ η εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς ἡ λ μ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζ κ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ ζ σημείου ἐπὶ τὴν λ μ εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς ἡ ζ ν· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ν θ.



Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α ζ τῇ ζ β, ἡ δὲ ζ θ τῇ ε δ, ὅλη ἄρα ἡ α θ ὅλῃ τῇ δ β ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς δ β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ δ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς δ β ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ δ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γ ε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γ ε. κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ δὶς τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ ε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ δὶς τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α θ, γ δ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ ε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ τῶν γ δ, δ β· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν α θ, γ δ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ ε. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, γ δ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, θ η· ἴση γὰρ ἡ γ δ τῇ θ η· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α θ, θ η ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ ε. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, θ η μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς α ζ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζ θ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γ ε ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν α ζ, ζ θ. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς ζ θ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ε δ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γ ε ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν α ζ, ε δ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γ ε τοῦ ἀπὸ τῆς ε δ ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς α ζ. ἴση δὲ ἡ α ζ τῇ ζ β· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γ ε τοῦ ἀπὸ τῆς ε δ ὑπερέχει τῷ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τῆς α β τετραγώνῳ.

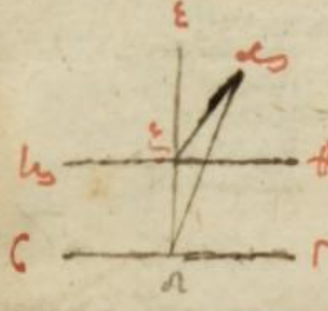
Ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄνισοι ὦσι, τῆς δὲ μείζονος ἴση μὲν μὴ κείσθω παρὰ τὴν ἐλάσσονα, μείζων δὲ κείσθω, ἐφ' ἧς ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς μείζονος μετὰ τετραγώνου ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τετραγώνῳ, ἡ μείζων τὴν ἐλάσσονα τετμημένη εἰς ἄνισα τὸ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τῆς ἐλάσσονος τετράγωνον ὑπερέξει τῷ ἀπὸ τοῦ ἀπολειπομένου τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛ' τὸ τοῦ δοθέντος σημείου μείζονος ἢ κατὰ δοθὲν ὑπερέχον ἐπὶ τὸ δοθὲν

ϛ' Τὸ τοῦ δοθέντος σημείου μείζονος ἢ κατὰ δοθὲν ὑπερέχον ἐπὶ τὸ δοθὲν

ϛ' τὸ τοῦ δοθέντος σημείου μείζονος ἢ κατὰ δοθὲν ὑπερέχον ἐπὶ τὸ δοθὲν

ϛ' τὸ τοῦ δοθέντος σημείου μείζονος ἢ κατὰ δοθὲν ὑπερέχον ἐπὶ τὸ δοθὲν



ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ΗΘ. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ ΔΖ. οὐδὲ γὰρ τῶν ΑΔ ΕΖ μείζων ἐστὶν ἡ ΔΔ τῆς ΕΖ. ἴση ἄρα ἡ ΗΘ τῇ ΔΖ. καὶ πρὸς ὀρθάς εἰσιν αὐταῖς. ὡς τε ἐκ δύο σημείων τῶν Η Δ δύο εὐθεῖαι αἱ ΗΘ ΔΖ πρὸς ὀρθὰς εἰσὶ τῇ ΘΖ. ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. καὶ πρὸς τῷ ΔΖ ἄρα ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ΗΘ. καὶ πρὸς ἑκατέρᾳ τῶν ΗΘ ΔΖ ἄρα ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ΘΖ. ἐὰν δὲ ἀπὸ σημείου ἐπὶ ἐπίπεδον ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δύο εὐθεῖαι ἴσαι πρὸς ὀρθὰς ὦσιν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται καὶ πρὸς ὀρθὰς τῷ ἐπιπέδῳ. ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἄρα μέρη τῷ ΔΖ ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ΔΖ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ΗΘ. καὶ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΔΖ ἐπιπέδῳ. ἐὰν δὲ δύο εὐθεῖαι ἐπιπέδου τέμνωσιν ἀλλήλας, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου πρὸς ὀρθὰς ἑκατέρᾳ τῶν ΔΖ ΕΖ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῷ ΔΖ ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ΔΖ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ΗΘ. καὶ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΔΖ ἐπιπέδῳ. ἐὰν δὲ δύο εὐθεῖαι ἐπιπέδου τέμνωσιν ἀλλήλας, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου πρὸς ὀρθὰς ἑκατέρᾳ τῶν ΔΖ ΕΖ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῷ ΔΖ ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ΔΖ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ΗΘ. καὶ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΔΖ ἐπιπέδῳ. ἐὰν δὲ δύο εὐθεῖαι ἐπιπέδου τέμνωσιν ἀλλήλας, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου πρὸς ὀρθὰς ἑκατέρᾳ τῶν ΔΖ ΕΖ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῷ ΔΖ ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ΔΖ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ΗΘ. καὶ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΔΖ ἐπιπέδῳ. ἐὰν δὲ δύο εὐθεῖαι ἐπιπέδου τέμνωσιν ἀλλήλας, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου πρὸς ὀρθὰς ἑκατέρᾳ τῶν ΔΖ ΕΖ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῷ ΔΖ ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ΔΖ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ΗΘ. καὶ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΔΖ ἐπιπέδῳ. ἐὰν δὲ δύο εὐθεῖαι ἐπιπέδου τέμνωσιν ἀλλήλας, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου πρὸς ὀρθὰς ἑκατέρᾳ τῶν ΔΖ ΕΖ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῷ ΔΖ ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ΔΖ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ΗΘ. καὶ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΔΖ ἐπιπέδῳ.

ὡσδοθὲν τρίγωνον τρίγωνον ἴσον καὶ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἀναγράψαι. ὅπερ ἔδει.

πρὸς τοῦ αὐτοῦ ὁμοίου τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ὃ δὲ δοθὲν τρίγωνον ἴσον καὶ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἀναγράψαι. ὅπερ ἔδει.

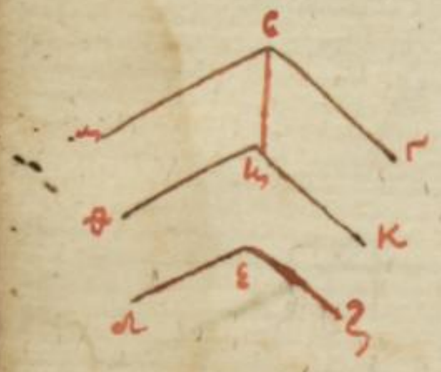
πρὸς τοῦ αὐτοῦ ὁμοίου τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ὃ δὲ δοθὲν τρίγωνον ἴσον καὶ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἀναγράψαι. ὅπερ ἔδει.

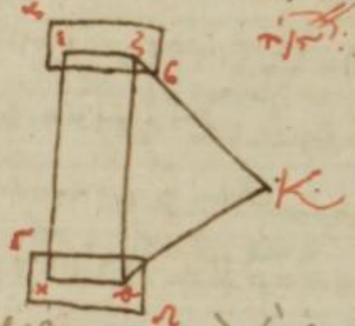
αὐτὰ ἀλ καὶ ἡ ΓΒ τῇ ΒΕ, ὀρθή ἐστιν· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΕ· ὥστε καὶ
ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τῷ αὐτῷ
ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἁπτόμεναι συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

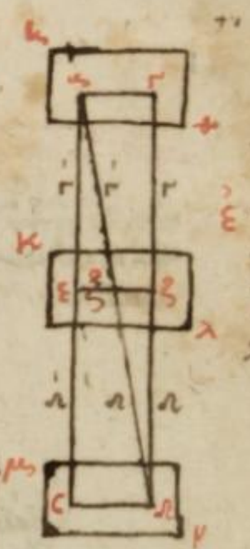
Πρὸς ἃ ἐπιπέδου ἐπίπεδος ἁπτομένη εὐθεῖα ὀρθή ἐστι, παρ' ἑκάτερα
ἐφ' ἃ ἐστὶ τὰ ἐπίπεδα ὀρθὴ ἔσται ἡ ἁπτομένη εὐθεῖα τοῦ ἐπιπέδου.

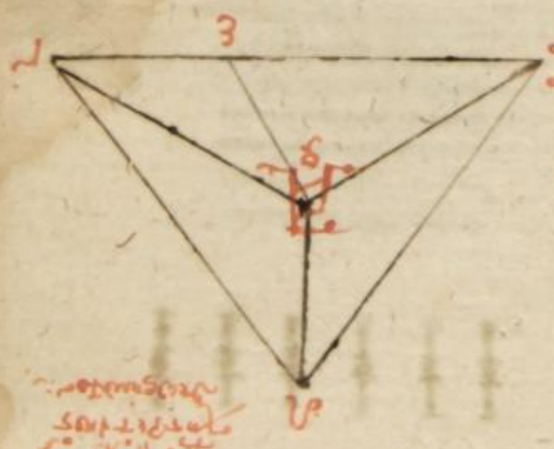
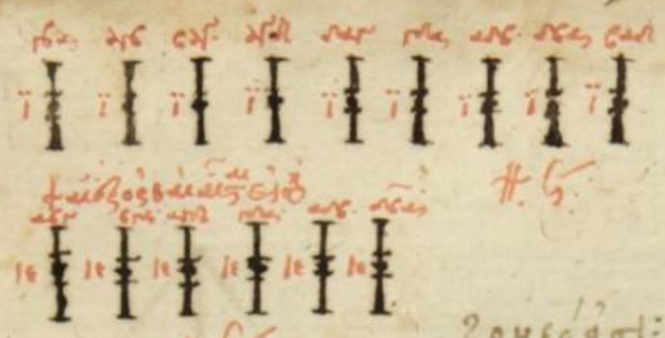
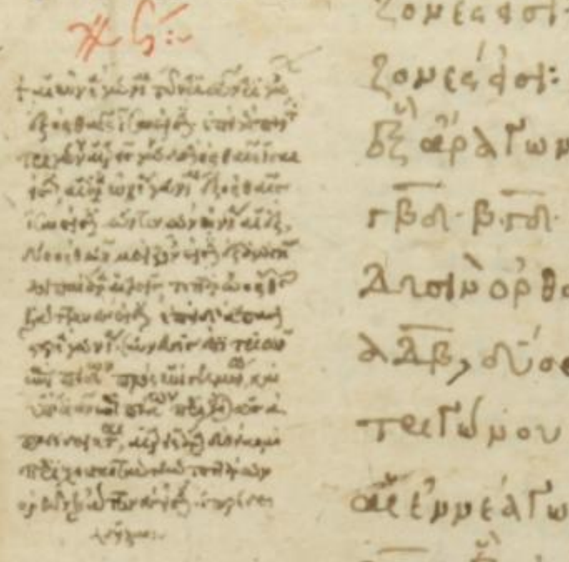
Πρὸς γὰρ ἐπιπέδου τοῦ ΑΒ ἐπίπεδος ἁπτομένη εὐθεῖα ἔστω ἡ ΓΔ, ὀρθὴ
ἔστω πρὸς τὸ ΑΒ ἐπίπεδον· λέγω ὅτι καὶ παρ' ἑκάτερα ἐφ' ἃ ἐστὶ τὰ ΑΒ
ἐπίπεδα ὀρθὴ ἔσται ἡ ΓΔ.

Ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας
εὐθεῖαι αἱ ΔΕ, ΔΖ, καὶ κείσθω τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΔΗ, καὶ διὰ τοῦ Η σημείου
τῷ ΔΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΔ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ΕΖ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΔ ἐπιπέδῳ τῷ ΑΒ ἐπίπεδος ἁπτομένη εὐθεῖα ὀρθή ἐστι
πρὸς τὸ ΑΒ ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς καὶ οὔσας
ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν. ἁπτομένη δὲ τῆς ΔΓ ἐστιν ἡ ΔΔ ἐν τῷ ΑΒ
ἐπιπέδῳ οὖσα· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ πρὸς
τὴν ΔΕ ὀρθή ἐστιν ἡ ΓΔ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔΔ δύο εὐθείαις τῇ ΔΕ καὶ
τῇ ΔΖ ἁπτομένη ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ οὖσα, ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς
τὸ ΑΒ ἐπίπεδον· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ καὶ πρὸς τὸ ΗΘ ἐπίπεδον. καὶ
ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΔ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΔ ἐπιπέδῳ
τῷ ΑΒ ἐπίπεδος ἁπτομένη εὐθεῖα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ΑΒ ἐπίπεδον, καὶ
πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς καὶ οὔσας ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ ὀρθή
ἐστιν. ἁπτομένη δὲ τῆς ΔΓ ἐστιν ἡ ΔΔ ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ οὖσα· ὀρθὴ ἄρα
ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ πρὸς τὴν ΔΕ ὀρθή ἐστιν ἡ ΓΔ·
καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔΔ δύο εὐθείαις τῇ ΔΕ καὶ τῇ ΔΖ ἁπτομένη ἐστὶν ἐν τῷ
ΑΒ ἐπιπέδῳ οὖσα, ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὸ ΑΒ ἐπίπεδον· ὀρθὴ ἄρα
ἐστὶν ἡ ΓΔ καὶ πρὸς τὸ ΗΘ ἐπίπεδον. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΔ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΔ ἐπιπέδῳ τῷ ΑΒ ἐπίπεδος ἁπτομένη εὐθεῖα
ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ΑΒ ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς
καὶ οὔσας ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν. ἁπτομένη δὲ τῆς ΔΓ ἐστιν ἡ ΔΔ
ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ οὖσα· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ πρὸς τὴν ΔΕ ὀρθή ἐστιν ἡ ΓΔ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔΔ δύο εὐθείαις τῇ ΔΕ
καὶ τῇ ΔΖ ἁπτομένη ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ οὖσα, ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ
πρὸς


c
m
r
θ
k
K
ε
λ
ξ


α
ι
ξ
c
K
r
κ
θ
λ




E
Z
H
Θ



ζομεάφοι: ἀμφὶ τὰς αὐτὰς δ᾽ καὶ αἱ μὲ νῦσσο βτδ. ἀπὸ τῆς νῦσσο βτδ, μεῖζ
ζομεάφοι: καὶ ἔτι αἱ νῦσσο τδα. ἀβ, τῆς νῦσσο τδβ, μεῖζομεάφοι μ: αἱ
δζ ἀρχαὶ τῶν μίαι αἱ νῦσσο τβα: ἀβδ: βτα: ἀτδ: τδα: αἱ δβ, τρίων μ τῶν νῦσσο
τβδ. βτδ. τδβ, μεῖζομεάφοι μ: α μα αἱ τρίς αἱ νῦσσο τβδ. β ἀτ. βτδ,
ἀπὸ ὀρθαισία φοι μ: αἱ ἀρχαὶ δζ αἱ νῦσσο τβα. ἀβδ. βτδ. αἱτδ. τ ἀα
λ ἀβ, δύο ὀρθῶν μείζομεάφοι: καὶ ἐστὶ σχῆμα τῶν ἀβτ. ἀτδ. λ ἀβ
τετράπλευρα ἀρχαὶ ἀπὸ ὀρθαισία φοι μ, αἱ ἀρχαὶ τῶν πλευρῶν τῶν
αἱ ἐμπεάτωμίαι αἱ νῦσσο τβα. ἀτβ. βατ. ἀτδ. ἀλτ. τδα. λἀβ. ἀβλ
βλδ, δύο ὀρθαισία φοι μ. ὧν αἱ νῦσσο ἀβτ. βτλ. αἱτδ. τδα. λἀβ. ἀβα δζ
γωνίαι, δύο ὀρθῶν μείζομεάφοι, λοιπὰ ἄρα αἱ νῦσσο βατ. τδδ. ἀλβ τῶν
γωνιῶν περιέχουσι τὰ τέσσαρα τετράπλευρα, τέσσαρα ὀρθῶν μείζομεάφοι μ
ἄρα τετραπλεύρου γωνία νῦσσο ἡμιολίου ὀρθῆς τετράγωνον
μίαν περιέχεται. ὅπερ

Ἑ αὖ ὦσι τρίγωνα περιέχεται. ὅπερ ὁ
τῆσδε λοιπὰς τῆς μείζομεάφοι τῶν δύο
μεμβαινόμενα. περιέχουσι δὲ αὐτὰς ἴσας
λθφαι, δύο τομέσιν ἐστὶν ἐκτῶν μεζ λ γωνιῶν τὰς ἴσας λθφαις τρίγω
νον ἡμιόλιον. ἐὰν ὦσιν τρίγωνα μίαι δ᾽ αἱ νῦσσο ἀβτ. ἀεζ. ηθκ. ὧν
αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζομεάφοι τῶν μείζονα μεμβαινόμενον. αἱ μὲν νῦσσο
ἀβτ. ἀεζ. τῆς νῦσσο ηθκ. αἱ δὲ νῦσσο ἀεζ. ηθκ, τῆς νῦσσο ἀβτ. καὶ ἔτι αἱ
νῦσσο ηθκ. β ἀτ. τῆς νῦσσο ἀεζ. καὶ ἔτι ἐὰν ἐν κύκλῳ τῶν ἀβτ. ἀτδ. λ ἀβ
θκλθφαι. καὶ ἔτι εἰς λ᾽ χθ ωδὴ αἱ ἀτ. ἀζ. ηκ λείψῳ ὅτι δύναται ἐν
ἐκτῶν μίσωμεταις ἀτ. ἀζ. ηκ τρίγωνον μεῖζομεάφοι. τοῦτ᾽ ἔστιν ὅτι τῶν
ἀτ. ἀζ. ηκ δύο ὁποιαοῦν τῆς λοιπῆς μείζομεάφοι μ: ἐὰν ὦσιν αἱ νῦσσο
ἀβτ. ἀεζ. ηθκ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις φοί, φανερὸν ὅτι καὶ τῶν μ ἀτ. ἀζ.
ηκ ἴσων μεζομένων, δύναται ἐν ἐκτῶν μίσωμεταις ἀτ. ἀζ. ηκ τρίγω
νον μεῖζομεάφοι: ἐὰν δ᾽ οὔ, ἐν ἐκτῶν μίσωμεταις. καὶ ἐπεὶ ἀτ. πρὸς τὴν θκ λθείλοιπὸν
τῶν πρὸς αὐτὴν ὀλιγάκτων θτὴν νῦσσο ἀβτ γωνίαν, ἡ νῦσσο κθλ ἐκκεῖ
μένων ἀτῶν μ ἀβ. βτ. ἀε. εζ. ηθ. θκ ἴσα ἐστὶ, κθλ. καὶ ἔτι εἰς λ᾽ χθ ωδὴ αἱ νλ. ηλ. θ

ἐστὶ δὲ καὶ αβ βγ δύο ταῖς κβ· θλ ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ
αβγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ κθλ ἴση· βάσις ἄρα ἡ αγ βάσει τῇ κλ
ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶ καὶ τὸ αβγ. ἡβκ τρίγωνον ἄρα τῷ δεζ μείζονι ἐστὶν
ἴσον· καὶ ἔστι καὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ κθλ, καὶ ἄρα καὶ τὸ κθλ τρίγωνον τῷ δεζ
μείζονί ἐστιν ἴσον· καὶ ἔστι καὶ δύο αἱ κθ θλ δυσὶ ταῖς δε εζ ἴσαι,
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ κβλ γωνίας τῆς ὑπὸ δεζ μείζων βάσει
ἄρα καὶ κλ βάσεως τῆς δζ μείζων ἐστίν· ὅπερ καὶ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν
ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν ὑπὸ τῶν
ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην τῆς γωνίας μείζονα ἕξει.

ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ δεζ τὰς δύο πλευρὰς τὰς αβ βγ ταῖς δε εζ ἴσας
ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν αβ τῇ δε, τὴν δὲ βγ τῇ εζ, βάσιν δὲ τὴν αγ
βάσεως τῆς δζ μείζονα ἔστω· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβγ γωνίας τῆς ὑπὸ
δεζ μείζων ἐστίν.

ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ αγ βάσις τῆς δζ βάσεως, ἐμπεσοῦσα οὖν τις εὐθεῖα
ἡ βη τὴν αγ οὕτως ὥστε τὴν γη τῇ δζ ἴσην εἶναι, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αη·
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῇ δε, ἡ δὲ βη τῇ εζ, δύο δὴ αἱ αβ βη δυσὶ ταῖς
δε εζ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβη γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δεζ
ἴση· βάσις ἄρα ἡ αη βάσει τῇ δζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ γη τῇ δζ,
κοινὴ προσκείσθω ἡ ηα· ὅλη ἄρα ἡ αγ ὅλῃ τῇ δη ἐστὶν ἴση· μείζων δὲ ἡ αγ
τῆς δζ· μείζων ἄρα καὶ ἡ δη τῆς δζ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ δε τῇ εζ, κοινὴ
προσκείσθω ἡ εη· δύο δὴ αἱ δε εη δυσὶ ταῖς ζε εη ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
καὶ βάσις ἡ δη βάσεως τῆς δζ μείζων· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ δεη γωνίας τῆς ὑπὸ
ζεη μείζων· ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπὸ δεη γωνία τῇ ὑπὸ αβγ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ αβγ
ἄρα γωνία τῆς ὑπὸ δεζ μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν
ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

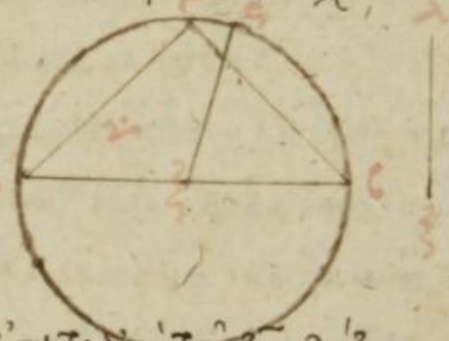
ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ δεζ τὰς δύο πλευρὰς τὰς αβ βγ ταῖς δε εζ ἴσας
ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν αβ τῇ δε, τὴν δὲ βγ τῇ εζ, γωνίαν δὲ τὴν
ὑπὸ αβγ γωνίας τῆς ὑπὸ δεζ μείζονα ἔστω· λέγω ὅτι καὶ βάσις ἡ αγ βάσεως
τῆς δζ μείζων ἐστίν.

ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ αβγ γωνία τῆς ὑπὸ δεζ, συνεστάτω πρὸς τῇ
βα εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις β α τῇ ὑπὸ δεζ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ αβθ·
καὶ ἔστω ἴση μία τῶν βγ εζ τῇ βθ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αθ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
μὲν αβ τῇ δε, ἡ δὲ βθ τῇ εζ, δύο δὴ αἱ αβ βθ δυσὶ ταῖς δε εζ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβθ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δεζ ἴση· βάσις ἄρα ἡ αθ
βάσει τῇ δζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ εζ, ἡ δὲ εζ τῇ βθ, καὶ ἡ
βγ ἄρα τῇ βθ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βγθ ἐστὶν ἴση τῇ ὑπὸ βθγ·
μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ βγθ τῆς ὑπὸ βθγ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ αγθ γωνία μείζων ἐστὶ
τῆς ὑπὸ βθγ· καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ αγθ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ αγθ γωνίαν
τῆς ὑπὸ βθγ, ὑπὸ δὲ μείζονος γωνίας μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, μείζων ἄρα
ἐστὶν ἡ αθ τῆς αγ· ἀλλὰ ἡ αθ τῇ δζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ δζ ἄρα τῆς αγ μείζων
ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

176

ἴσας περιέχουσι, βάσις ἄρα ΑΛ, βάσει ΤΗ ἴση ἐστὶ· ὥστε καὶ
αἱ προσ τοῖς ΕΘ ΚΜ ἡμίσειαι τῆς ὑπὸ ΑΒΓ μείζονες ἔσονται, ὧν ἡ ὑπὸ
ΗΘΚ τῇ ὑπὸ ΑΒΛ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ προσ τὸ Ε γωνία τῆς ὑπὸ ΛΒΓ
μείζων ἐστὶ· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΛΒ· ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΛΒΓ μείζων, βάσις
ἄρα ἡ ΔΖ βάσεως τῆς ΛΓ μείζων· ἴση δὲ ἐδείχθη ἡ ΗΚ τῇ ΑΛ· αἱ ἄρα
ΔΖ· ΗΚ τῶν ΑΛ· ΛΓ, μείζονές εἰσιν· ἀλλὰ αἱ ΑΛ ΛΓ, τῆς ΑΓ μείζονες
εἰσὶ· τῶν ΑΛ· ΛΓ· ΔΖ· ΗΚ ἄρα αἱ ΔΖ θάτερα καὶ ὀλίγῳ τῆς ΑΓ μείζονες
εἰσὶ τοσούτῳ μέντοι μείζονα λαμβανόμεναι· ἀλλ' ἔστιν ἐκάτερα τῶν ἴσων τῶν
ΑΓ· ΔΖ ΗΚ, τριγώνου ὀρθογωνίου ὑποτείνουσα· ὅπερ
ἦν τρίγωνον ὀρθογώνιον μὲν τὸ
ΑΒΓ, ὧν αἱ ὀξεῖαι τῆς λοιπῆς ὀρθῆς
μείζονες εἰσὶ τῇ μὲν ἐλάττονι τῶν
μείζονα λαμβανομένων, τῇ δὲ ἐλάσσονι
τῶν ἐλασσόνων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν τριγώνου ἡμιόλιος ἐπὶ πλευρὰν
ὀρθογώνιον ἐπὶ τὴν ὑποτείνουσαν
ἐφαρμοσθῇ, ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς
ἐφαρμοσθείσης ἐλάσσονα δυνήσεται
τετραγώνῳ ἴσῳ τῷ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης
τοῦ τριγώνου· καὶ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη
τῆς ἐφαρμοσθείσης ἐλάσσονα δυνήσεται
τετραγώνοις ἴσοις τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν
ὀρθὴν τοῦ τριγώνου· καὶ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς ἐφαρμοσθείσης ἐλάσσονα
δυνήσεται τετραγώνοις ἴσοις τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ τριγώνου·
καὶ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς ἐφαρμοσθείσης ἐλάσσονα δυνήσεται τετραγώνοις
ἴσοις τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ τριγώνου· καὶ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη
τῆς ἐφαρμοσθείσης ἐλάσσονα δυνήσεται τετραγώνοις ἴσοις τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ
τὴν ὀρθὴν τοῦ τριγώνου· καὶ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς ἐφαρμοσθείσης
ἐλάσσονα δυνήσεται τετραγώνοις ἴσοις τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ
τριγώνου· καὶ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς ἐφαρμοσθείσης ἐλάσσονα δυνήσεται
τετραγώνοις ἴσοις τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ τριγώνου· καὶ ἐφ'
ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς ἐφαρμοσθείσης ἐλάσσονα δυνήσεται τετραγώνοις ἴσοις
τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ τριγώνου· καὶ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς



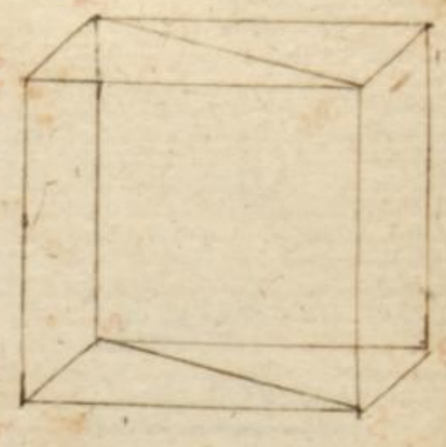
λῆμμα α

μ δὲ τρόσ ον
ὧν μδ ζον ἐστὶ
τὸ ἀπὸ τῆς αβ

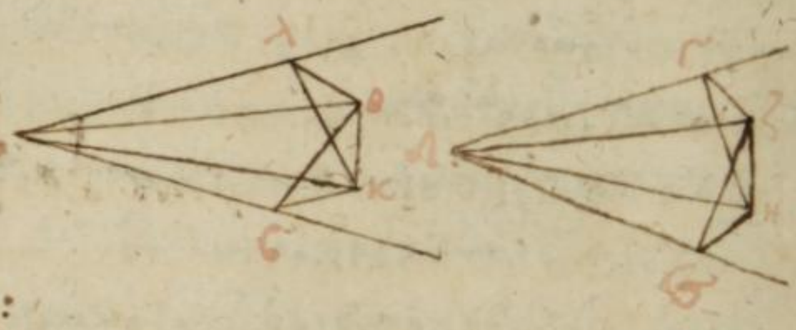
τοῦ ἀπὸ τῆς λξ ς ἐφ' ἣν ἴσον λαβὸν δυνάμει τὸ ἀπὸ τῆς ξρ, λήξομεν οὕτως ἐκκείσθω ἀνὰ μέσον αἱ αβ λξ δίχα θεῖσα κατὰ τὸ μ σημεῖον, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς μλ ἡμικύκλιον, τὸ αγβ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ μ τῇ λξ πρὸς ὀρθὰς ἡ μδ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γλ γβ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μλ τῇ μβ, κοινὴ δὲ ἡ μδ, δύο δὴ αἱ λμ μδ δυσὶ ταῖς βμ μδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ λμδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βμδ ἴση ἐστὶν ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ λδ βάσει τῇ βδ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ γλ τῇ γβ ἐστὶν ἴση· διὰ τοῦτο καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γλ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γβ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς αβ μδ ζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς λξ, τῷ ἀπὸ τῆς ξρ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

λῆμμα β

ἐὰν δύο εὐθεῖαι παραλληλόγραμμα ἐπέχωσι πλευρὰν μίαν τὴν αὐτὴν τῶν ἀπεναντίον αὐτοῦ ἴσα, ἴσα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα ἐστίν· ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμά ἐστιν ἑκάτερον τῶν αβ γδ, ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῇ γδ, ἡ δὲ ζβ τῇ εδ· ὅλη ἄρα ἡ ζδ ὅλῃ τῇ αγ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ αγ τῇ ζε ἴση· καὶ ἡ ζε ἄρα τῇ ζδ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ζη· δύο δὴ αἱ εζ ζη δυσὶ ταῖς δζ ζη ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εζη γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δζη ἴση ἐστὶν ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ εη βάσει τῇ δη ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εη τοῦ ἀπὸ τῆς δη· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς εη ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν εζ ζη· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν εζ ζη τοῖς ἀπὸ τῶν δζ ζη ἴσα ἐστίν· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ζη· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς εζ λοιπῷ τῷ ἀπὸ τῆς δζ ἴσον ἐστίν· ἴση ἄρα ἡ εζ τῇ δζ· ὥστε καὶ ἡ αγ τῇ γδ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ αβ τῇ γδ ἴση· καὶ ἡ αβ ἄρα τῇ αγ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ αγ τῇ ζε ἴση· καὶ ἡ ζε ἄρα τῇ αβ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ ζβ τῇ εδ ἴση· καὶ ἡ εδ ἄρα τῇ αβ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ αβ τῇ γδ ἴση· καὶ ἡ γδ ἄρα τῇ εδ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ εδ τῇ αβ ἴση· καὶ ἡ αβ ἄρα τῇ γδ ἐστὶν ἴση· ἔστι δὲ καὶ ἡ γδ

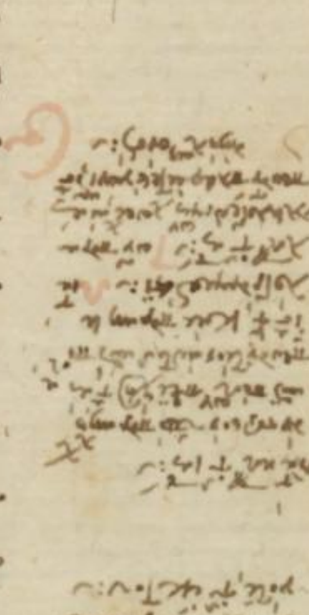


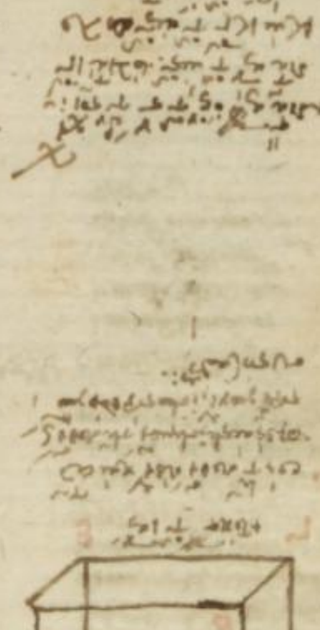
ε'στι τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ ἴσον καὶ ὅμοιον τὸ ΑΘ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΓ παραλληλογράμμῳ· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΘ τῷ ΑΓ παραλληλογράμμῳ. παράλληλος γάρ ἐστι τῇ ΑΒ ἡ ΑΓ, ἐπεὶ καὶ ἑκάτερα τῶν ΑΖ, ΗΒ παραλληλογράμμων ἐστίν· καὶ ἐστὶ τὸ ΑΓ, ὅμοιος δὲ καὶ ἐκ διαμέτρου ὅτι καὶ ἑκάτερα τῶν ΒΖ, ΔΕ παραλληλογράμμων ἐστίν· ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ΑΘ παραλληλόγραμμον ἐστὶν ἴσον τῷ ΑΒ τῇ ΑΓ· κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΑΘ τῷ ΑΓ ἐστὶν ἴσον καὶ ὅμοιον· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιον τὸ ΑΘ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΓ παραλληλογράμμῳ· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΘ τῷ ΑΓ παραλληλογράμμῳ. ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΘ τῷ ΑΓ παραλληλογράμμῳ· ὅμοιος δὲ καὶ ἐκ διαμέτρου ὅτι καὶ ἑκάτερα τῶν ΑΖ, ΗΒ παραλληλογράμμων ἐστίν· ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ΑΓ·

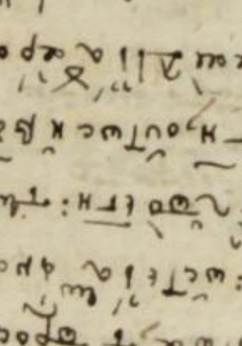
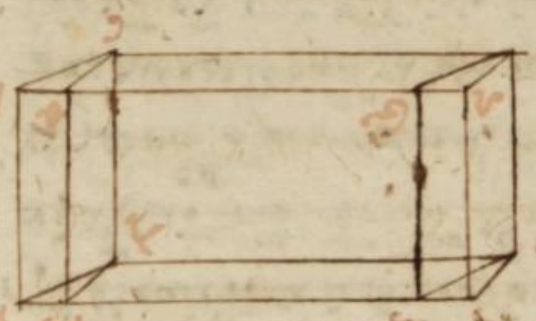


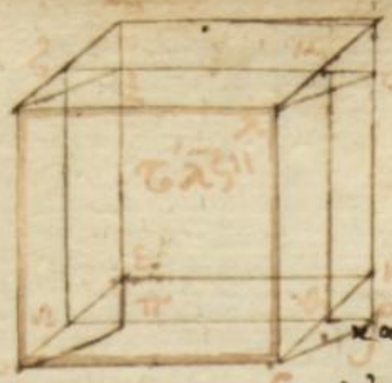
περιεχομένη ὑπὸ τῶν μβ λλ· βα θ· θα λγωνιῶν, ἰσ᾽ ἐστὶ τῇ πρὸς τὸ δ τετρα-
γωνίᾳ, ἧς περιέχομεν ὑπὸ τῶν ιε· ιβ· ζ· ζ· τ γωνιῶν· ἀφῃρήσθω απ ια,
αἱ λοιπαὶ περιέχομεν ὑπὸ τῶν ιε· ιβ· ζ· ζ· τ γωνιῶν· ἀφῃρήσθω απ ια,
αἱ λβ· λε· καὶ ἐστὶ πρὸς λ᾽χθωσαν αἱ θβ· κβ· ξε· με· καὶ ἐστὶ πρὸς μζ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ
ὑπὸ κδ μὲν ε᾽ πρὸς τὸ δ, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ὑπομενούσας αὐτῆς λ᾽θφάς, ἡ δὲ
ὁποιασοῦν τῶν ὑπὸ κδ μὲν ε᾽ πρὸς τὸ δ, ὀρθαὶ πολύγωνίαι· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶ ἑκα-
τέρα τῶν ὑπὸ ζ μδ· ζ με γωνιῶν· ἰσάκις ἄρα αὐτῆς λ᾽, καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ
θκδ· θκβ γωνιῶν ὀρθή ἐστι· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ κδ· λβ δύο ταῖς μδ· λε ἴσαι
ἐστὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ κδ λβ ἴση ἐστὶ τῇ μδ λε· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ κβ θβ τῇ με ἴση· ἐστὶ δὲ καὶ
ὅλη ἄρα ἡ θβ ζε· πάλιν ἐπεὶ δύο αἱ δκ· κβ· δύο ταῖς δμ μζ ἴσαι ἐστὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ
γωνία ὀρθὴ ἡ ὑπὸ κβ θ, βάσει τῇ ζδ ἴση ἐστὶν· ἐστὶ δὲ καὶ
δλ᾽ ἄρα ἡ θβ τῇ δε ἴση· δύο δὴ αἱ θβ, βδ δύο ταῖς ζδ δε ἴσαι ἐστὶν· ἐστὶ δὲ καὶ
βάσει τῇ ζε ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ βδ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εδζ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ
αὐτὰ δὴ, καὶ ἡ ὑπὸ θδλ, τῇ ὑπὸ ζδγ ἐστὶν ἴση· ὅτε δὴ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν
τῆς αλ γε, καὶ ἐπὶ ζδ ἀπὸ τῆς κλ· θλ· ηγ· ζγ, ἐπὶ δὲ ὅλης τῆς ὑπὸ βλο ὅλη τῇ
ὑπὸ εγζ ἐστὶν ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ βλκ τῇ ὑπὸ εγη ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα
ἡ ὑπὸ κλθ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ηγζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπὶ δύο αἱ κδ· λλ δύο ταῖς
ηδ· ζγ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ κλθ, βάσει τῇ ὑπὸ ηγζ ἐστὶν ἴση· καὶ
ἐστὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ ἡ ὑπὸ κδ λβ· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ κβθ, τῇ ὑπὸ ηζγ ἴση·
ἐστὶν ἄρα· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ θβλ, βάσει τῇ ὑπὸ ζγη ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπὶ δύο αἱ θβ· βλ δύο ταῖς ζδ· δγ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ θβλ, βάσει τῇ ὑπὸ ζδγ ἐστὶν ἴση· καὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ θλβ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζγδ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶ πρὸς
τῇ λ᾽ κορυφῇ· καὶ ἐστὶ πρὸς ἄρα τῇ δ᾽ τὸ ὑπὸ ζγδ τρίγωνον ὅμοιον ἐστὶ τῷ ὑπὸ θλβ· καὶ ἐστὶ πρὸς τὸ δ.
ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ζγδ τρίγωνον ὅμοιον τῷ ὑπὸ εγζ· καὶ τὸ ὑπὸ θλβ ἄρα τρίγωνον ὅμοιον ἐστὶ τῷ ὑπὸ εγζ·

τὸ ἄρα δοθὲν σχῆμα λ᾽γωνίαν
τῷ δοθέντι τετραγώνῳ παραλληλε-
πίπεδον παραβαλεῖν ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως
κειμένον τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς μείζονος τῶν δοθεισῶν πλευρῶν· ἐὰν δὲ τὸ δοθὲν σχῆμα λ᾽γωνίαν ᾖ πρὸς τῷ δ.









καὶ ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι οὐκ ἀπὸ ἴσων τῶν αὐτῶν διαιροῦσιν,
ἀνομοίως ἐστίν· ἐὰν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τοῦ ΑΒ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου
τοῦ ΓΜ· ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος· ὧν αἱ ἐφεστῶσαι, αἱ ΑΖ· ΔΝ· ΛΜ· ΛΝ· ΓΟ· ΓΕ· ΒΠ·
ΒΧ, οὐκ ἀπὸ ἴσων τῶν αὐτῶν διαιροῦσιν· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ
στερεῷ· συμβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΑΜ· ΔΛ· ΝΛ· ΟΜ· ΟΕ· ΒΠ· ΒΡ· ΧΡ· καὶ ἐπὶ τὸ
ΡΜ· ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΑΡ· ΔΡ· ΝΡ· ΟΡ· ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΜ στερεὸν, τῷ ΔΜ στερεῷ·
ἐπὶ γὰρ τῶν αὐτῶν βάσεων τοῦ ΑΜ· ΔΜ· ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος· ὧν αἱ ἐφεστῶσαι
οὐκ ἀπὸ ἴσων τῶν αὐτῶν διαιροῦσιν· ἀνομοίως ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΜ στερεὸν, τῷ ΔΜ
στερεῷ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΔΜ στερεὸν, τῷ ΝΜ στερεῷ· ἀνομοίως ἐστίν·
ἔτι ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τοῦ ΝΜ· ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος· ὧν αἱ ἐφεστῶσαι οὐκ ἀπὸ
ἴσων τῶν αὐτῶν διαιροῦσιν· ἀνομοίως ἄρα ἐστὶ τὸ ΝΜ στερεὸν, τῷ ΟΜ στερεῷ·
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΟΜ στερεὸν, τῷ ΓΜ στερεῷ· ἀνομοίως ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Τῶν ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στε-
ρεὰ παραλληλεπίπεδα καὶ
ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντα, ἴσα ἀλλή-
λοις ἐστίν· ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΑΒ
ἐστὶ τὰ ΓΜ· ΓΝ στερεὰ παραλληλεπίπεδα καὶ ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος· λέγω ὅτι ἴσον
ἐστὶ τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ· εἰ γὰρ ἄνισόν ἐστι τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ
στερεῷ· ἔστω μεῖζον τὸ ΓΜ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΓΜ στερεὸν· ἔστω δὲ τὸ
ΓΜ στερεὸν, τὸ ΓΟ· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΟ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ· ἀλλὰ τὸ
ΓΜ στερεὸν, τοῦ ΓΟ στερεοῦ μεῖζόν ἐστιν· καὶ τὸ ΓΜ ἄρα στερεὸν, τοῦ ΓΝ στερεοῦ
μεῖζόν ἐστιν· ἀλλὰ τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ οὐκ ἔστιν ἴσον· ἀνισάκις ἄρα
τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα καὶ ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντα,
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

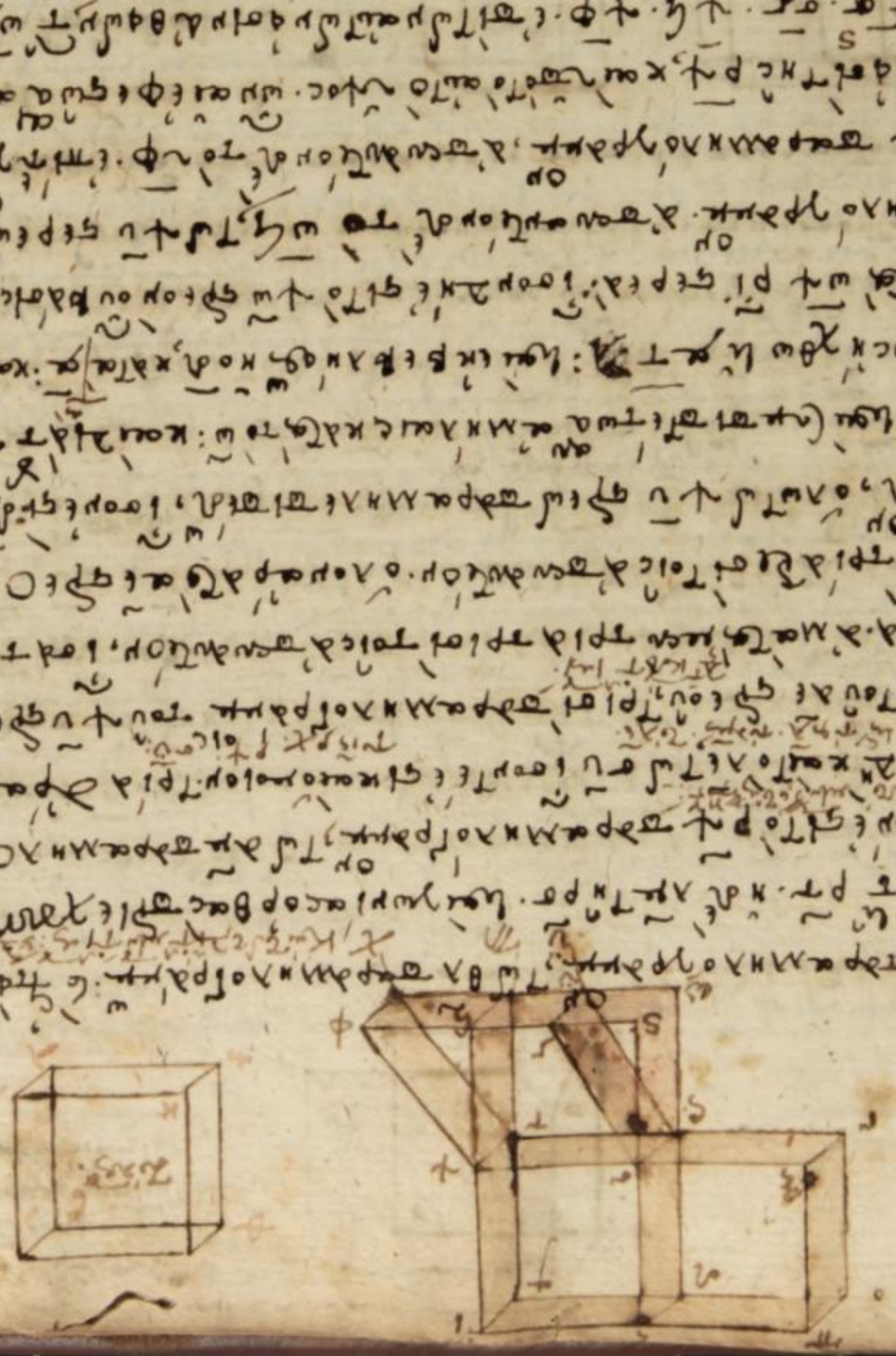
Τῶν ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντων στε-
ρεῶν παραλληλεπιπέδων καὶ
ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἐχόντων, ἴσα ἀλλήλοις
ἐστὶν· ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΑΒ στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἐστὶ τὰ ΓΜ· ΓΝ καὶ
ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἐχέτω· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ·
ἐὰν γὰρ ἄνισόν ἐστι τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ· ἔστω μεῖζον τὸ ΓΜ· καὶ
συμπεπληρώσθω τὸ ΓΜ στερεὸν· ἔστω δὲ τὸ ΓΜ στερεὸν, τὸ ΓΟ· ἐπεὶ οὖν ἴσον
ἐστὶ τὸ ΓΟ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ· ἀλλὰ τὸ ΓΜ στερεὸν, τοῦ ΓΟ στερεοῦ μεῖζόν
ἐστιν· καὶ τὸ ΓΜ ἄρα στερεὸν, τοῦ ΓΝ στερεοῦ μεῖζόν ἐστιν· ἀλλὰ τὸ ΓΜ στερεὸν,
τῷ ΓΝ στερεῷ οὐκ ἔστιν ἴσον· ἀνισάκις ἄρα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ
παραλληλεπίπεδα καὶ ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι·

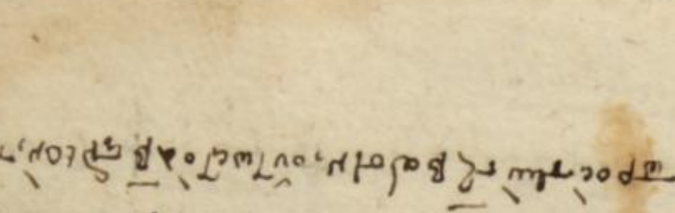
λη

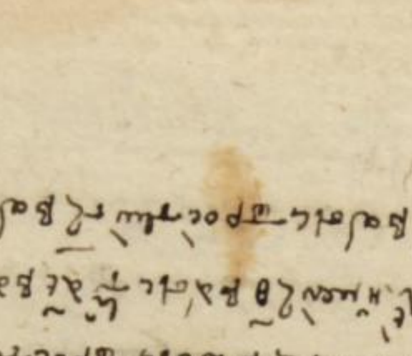
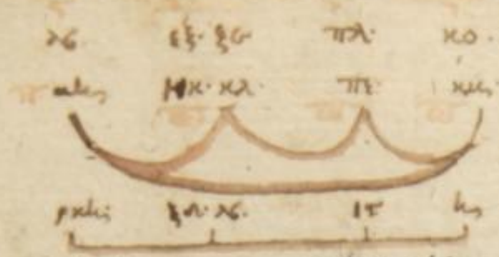
Τῶν ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντων στε-
ρεῶν παραλληλεπιπέδων καὶ
ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἐχόντων, ἴσα ἀλλήλοις
ἐστὶν· ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΑΒ στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἐστὶ τὰ ΓΜ· ΓΝ καὶ
ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἐχέτω· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ·
ἐὰν γὰρ ἄνισόν ἐστι τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ· ἔστω μεῖζον τὸ ΓΜ· καὶ
συμπεπληρώσθω τὸ ΓΜ στερεὸν· ἔστω δὲ τὸ ΓΜ στερεὸν, τὸ ΓΟ· ἐπεὶ οὖν ἴσον
ἐστὶ τὸ ΓΟ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ· ἀλλὰ τὸ ΓΜ στερεὸν, τοῦ ΓΟ στερεοῦ μεῖζόν
ἐστιν· καὶ τὸ ΓΜ ἄρα στερεὸν, τοῦ ΓΝ στερεοῦ μεῖζόν ἐστιν· ἀλλὰ τὸ ΓΜ στερεὸν,
τῷ ΓΝ στερεῷ οὐκ ἔστιν ἴσον· ἀνισάκις ἄρα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ
παραλληλεπίπεδα καὶ ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι·

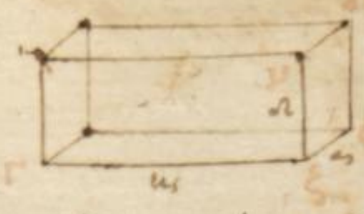
Τῶν ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντων στε-
ρεῶν παραλληλεπιπέδων καὶ
ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἐχόντων, ἴσα ἀλλήλοις
ἐστὶν· ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΑΒ στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἐστὶ τὰ ΓΜ· ΓΝ καὶ
ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἐχέτω· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ·
ἐὰν γὰρ ἄνισόν ἐστι τὸ ΓΜ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ· ἔστω μεῖζον τὸ ΓΜ· καὶ
συμπεπληρώσθω τὸ ΓΜ στερεὸν· ἔστω δὲ τὸ ΓΜ στερεὸν, τὸ ΓΟ· ἐπεὶ οὖν ἴσον
ἐστὶ τὸ ΓΟ στερεὸν, τῷ ΓΝ στερεῷ· ἀλλὰ τὸ ΓΜ στερεὸν, τοῦ ΓΟ στερεοῦ μεῖζόν
ἐστιν· καὶ τὸ ΓΜ ἄρα στερεὸν, τοῦ ΓΝ στερεοῦ μεῖζόν ἐστιν· ἀλλὰ τὸ ΓΜ στερεὸν,
τῷ ΓΝ στερεῷ οὐκ ἔστιν ἴσον· ἀνισάκις ἄρα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ
παραλληλεπίπεδα καὶ ἴσον τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι·

181





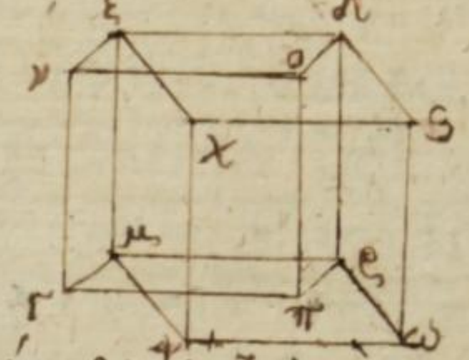




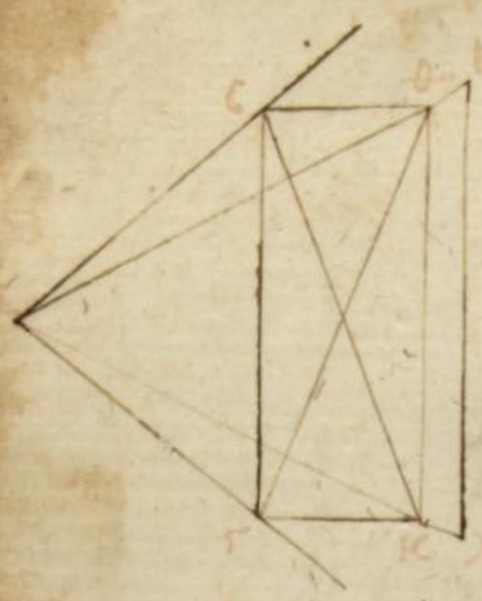
ια. ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ κατὰ τὰ ἀπεναντίον τρίγωνα τὰς πλευρὰς, τὸ στερεὸν εἰς δύο στερεὰ τρίγωνα διαιρεθήσεται.

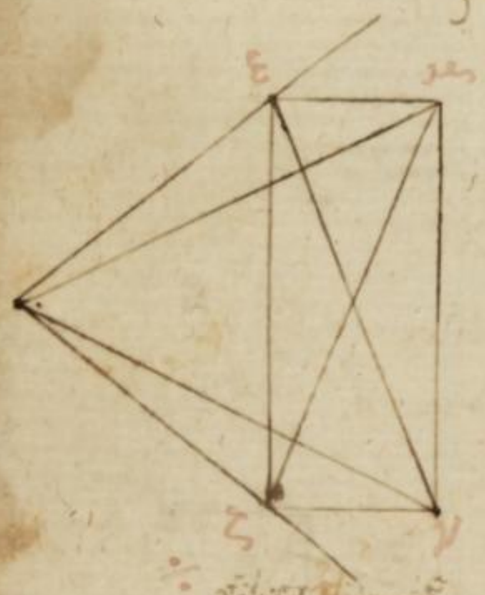
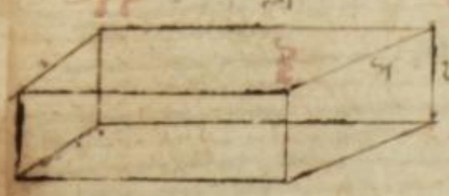
ἔστω στερεὸν παραλληλεπίπεδον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ κατὰ τὰ ἀπεναντίον τρίγωνα τὰς πλευρὰς τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ· λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘ στερεὸν εἰς δύο στερεὰ τρίγωνα διαιρεθήσεται.

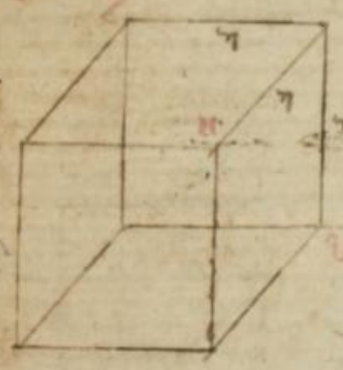
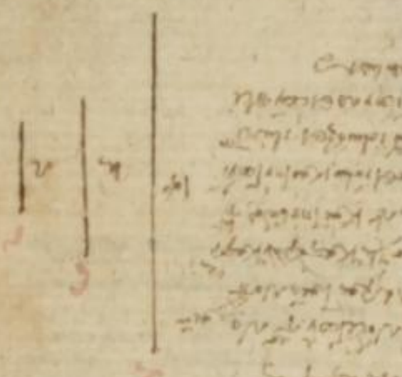
ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΓΑ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ κείσθω τῇ ΑΘ ἴση ἡ ΚΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΗ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΚΘ τῇ ΑΘ ἐστιν ἴση, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΚΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΑΘ· καὶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΑΘ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΚΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΓΑΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐναλλὰξ αἱ ΚΗ, ΑΓ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ΚΘ τῇ ΑΘ ἐστιν ἴση, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΚΗ τῇ ΑΓ· καὶ ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΖΗ ἴση· καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΚΘ, ΖΕ τῇ ΓΔ ἴση· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΚΘ, ΖΕ τῇ ΗΗ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΖΕ παράλληλος· καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση καὶ παράλληλος· καὶ ἐναλλὰξ αἱ ΚΗ, ΑΓ παράλληλοί εἰσιν· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΚΗ, ΑΓ τῇ ΖΗ παράλληλος· καὶ ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΓΔ παράλληλος· καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστὶν παράλληλος· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΚΘ, ΖΕ τῇ ΓΔ παράλληλος

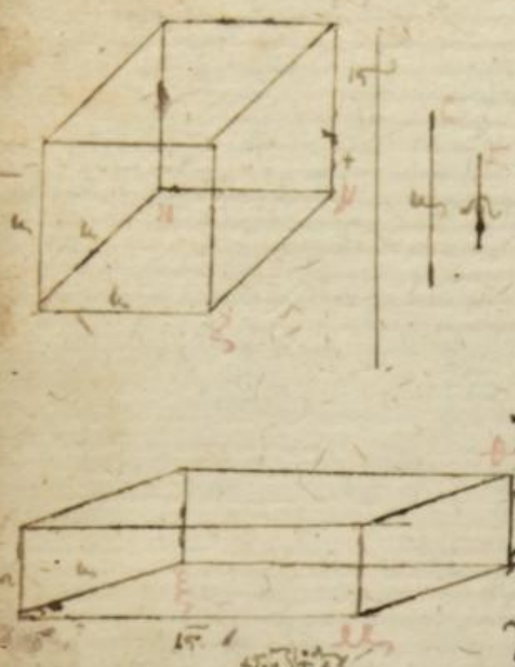

ξ
ο
π
χ
ρ
μ
σ
γ
ω

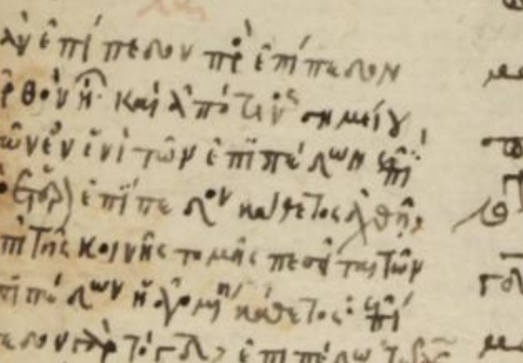
ואם תרצה לדעת כמה הוא, הוסף על המספר שהוא בו, ויהיה שלשים ושבעה.





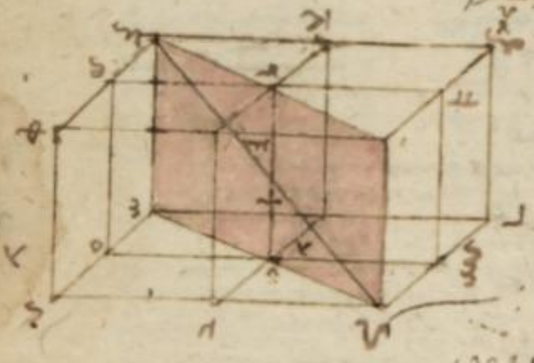


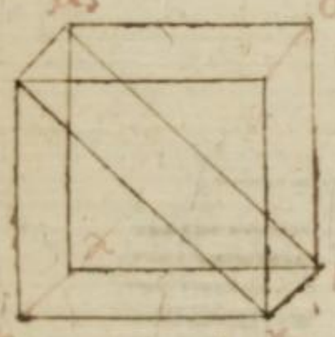


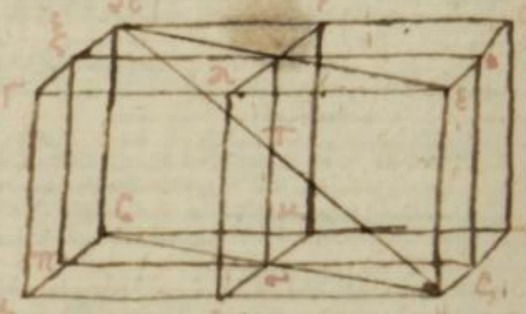


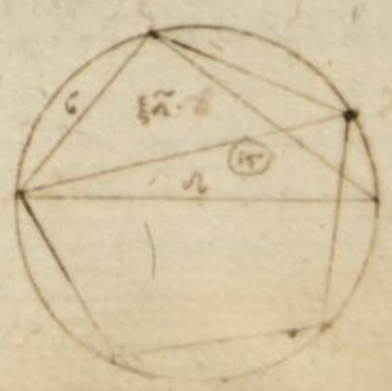
παραλληλεπίπεδον· ἐὰν δὲ ἡ ΑΛ τῇ ΛΜ καὶ ἡ πρὸς τῷ
πρὸς αὐτῇ στερεᾷ γωνία, ἴσα ᾖ τὰ τρίγωνα, καὶ ἑκάτερον
τῶν ΗΛΞ, ΞΛΜ καὶ ἑκάτερον τῶν ΒΛΗ, ΗΛΞ καὶ
τὰ ΔΛΞ, ΞΛΜ καὶ ἑκάτερον τῶν ΒΛΔ, ΔΛΞ καὶ
συμπέπληρωται τὸ ΛΘ στερεὸν ἰσογώνιον τοῖς πρὸς τῷ Β, οὕτως καὶ ΒΒ πρὸς
ΓΓ, ἴση δὲ ἡμισεῖα τῆς ΛΜ· καὶ ΔΔ Β ἑκάτερα τῶν ΗΞ· ΕΖ· ΕΗ· καὶ ΔΔ Γ, Γ ΛΜ, ἐστὶν
ἄρα ὡς καὶ ΛΜ πρὸς τὴν ΕΖ· οὕτως καὶ ΔΖ πρὸς ΗΛ· καὶ περὶ ἴσας γωνίας τὰς
ὑπὸ ΛΜ· ΔΖ αἱ παραλληλόγραμμοι τὰ ἐμβαδά εἰσιν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν παραλλη-
λόγραμμον, τῷ ΔΖ παραλληλογράμμῳ· καὶ ἐπὶ δύο γωνίας ἐπίπεδα δύο
γραμμαὶ ἴσαι φέστηκαν τὸ ΔΖ· ΛΜ· καὶ ἐπ' αὐτῶν μετέωροι δύο δεδόσθωσαν
καθ' αἷς ΛΞ· ΕΗ ἴσαι τε ἀλλήλαις καὶ ἰσόγωνιαι περιέχουσι μετὰ τῶν ΒΔ,
ἀρχὰς δεδόσθω ἑκατέρας σκάτερα, αἱ ἀρ' αὐτῶν ΗΞ συμπεσοῦνται καθ' οἱασοῦν
μοίρας ἐπὶ τοῦ ΔΛ τῶν ΗΛ· ΔΖ ἐπὶ τοιαύτῃ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ὥστε τὸ
ΓΛΘ ἑκτρεὲς, ὅμοιόν τε καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ΓΛ· ἐπὶ τοιούτων βάσεων τριῶν
παραλληλεπίπεδον καὶ ὅμοιόν τε καὶ ἴσον ἐστὶν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΛΘ στε-
ρεὸν, τῷ ἐκ στερεᾶς· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΛΘ τὸ ΔΒΓ στε-
ρεόν· τὸ δὲ ἑκ, τὸ ἀπὸ τῆς Β στερεόν· τὸ ἄρα ΔΒΓ στερεὸν παρ-
αλληλεπίπεδον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β στερεῷ, ἴσον δὲ τὸ ΔΒΓ στερεὸν
τῷ προφερημένῳ· ὅπερ·

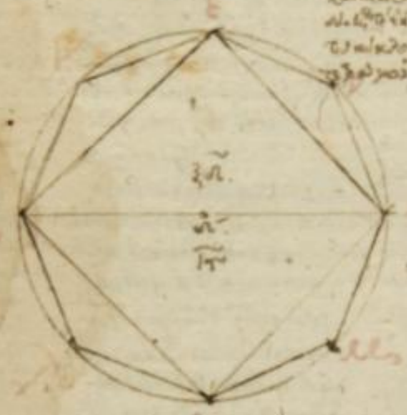
ἀντὶ ἄρα τῶν δοθεισῶν
ἀσυμμέτρων δύο
δυνάμεων ῥητῶν
δυναμένων μόνον
τὰς ἐκ δύο ὀνομάτων
καὶ τῶν ἐκ δύο μέσων
πρώτων καὶ δευτέρων
καὶ μείζονος καὶ ἐκ δύο
δυνάμεων μέσων πρώτης
καὶ δευτέρας καὶ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένων μόνον τὰς ἐκ δύο μέσων πρώτης καὶ τρίτης καὶ ἐκ δύο μέσων δευτέρας καὶ τρίτης καὶ ἐλάσσονος καὶ τὰς ἐκ δύο δυνάμεων

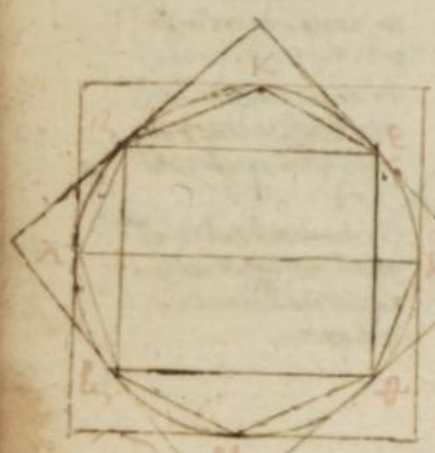


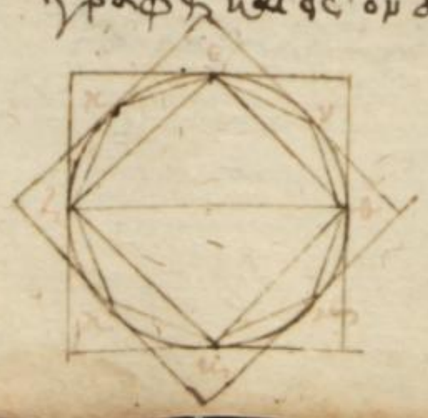




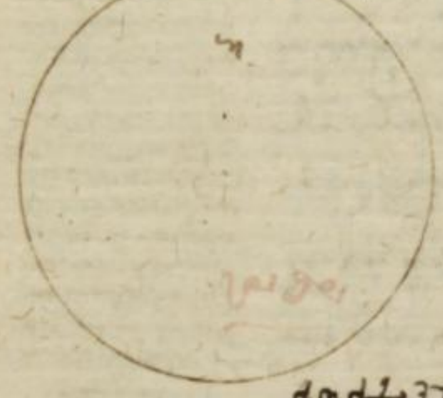




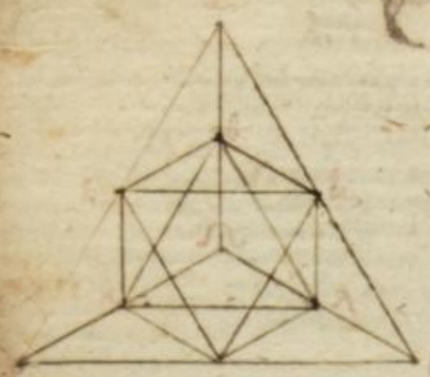


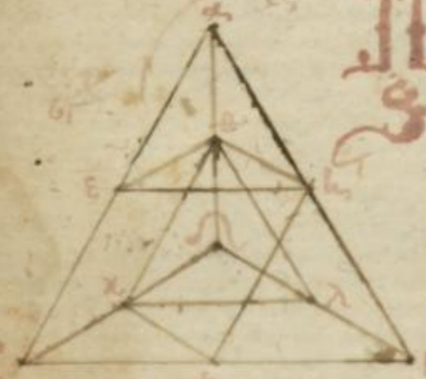


προσ τὸν ΕΖΗΘ κύκλον· ἐφ' ᾧ ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ, οὕτως
ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς ἕτερόν τι χωρίον τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, ἥτοι
μεῖζον· ἐφ' ᾧ πρότερον πρὸς ἔλαττον, τὸ Σ· καὶ ἐγγεγράφθω φίς τὸν
ΕΖΗΘ κύκλον τετράγωνον, τὸ ΕΖΗΘ· τὸ δὴ ἐπιγεγραμμένον τετράγωνον
μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· ἐφάπτονται γὰρ
γραφομένου περὶ τὸν κύκλον τετραγώνου, ἥμισυ δέ ἐστι τὸ ΕΖΗΘ τε-
τράγωνον· τοῦ δὲ περιγραφομένου τετραγώνου, ἔλαττόν ἐστιν ὁ κύκλος·
ὥστε τὸ ΕΖΗΘ τετράγωνον ἐπιγεγραμμένον, μεῖζόν ἐστι τοῦ ἡμίσεος τοῦ
ΕΖΗΘ κύκλου· τετμήσθω δίχα αἱ ΕΖ· ΖΗ· ΗΘ· ΘΕ περιφέρειαι· καὶ
τὰς κατὰ μέσα καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ· ΚΖ· ΖΛ· ΛΗ· ΗΜ· ΜΘ· ΘΝ·
ΝΕ· καὶ ἕκαστον ἄρα τῶν ΕΚΖ· ΖΛΗ· ΗΜΘ· ΘΝΕ τριγώνων μεῖζόν ἐστιν
ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ καθ' ἑαυτοῦ τμήματος τοῦ κύκλου· ἐφάπτονται γὰρ
τῶν κατὰ μέσα σημείων ἑφάπτονται γὰρ ἐκάστου τοῦ κύκλου ἀπὸ τῶν
πέρατος ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ· ΚΖ· ΖΛ· ΛΗ·
ΗΜ· ΜΘ· ΘΝ· ΝΕ τμήματα τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, ἥμισυ δὲ ἕκαστον τῶν
ΕΚ· ΚΖ· ΖΛ· ΛΗ· ΗΜ· ΜΘ· ΘΝ· ΝΕ παραλληλόγραμμον, ἀλλὰ τὸ καθ' ἑαυτὸ τοῦτο τμῆμα, ἥττον
ἐστὶ τοῦ παραλληλογράμμου· ὥστε ἕκαστον ἄρα τῶν ΕΚΖ· ΖΛΗ· ΗΜΘ·
ΘΝΕ τριγώνων, μεῖζόν ἐστι τοῦ ἡμίσεος τοῦ καθ' ἑαυτὸ τμήματος
κύκλου· τετμήσθωσαν δίχα αἱ ΕΚ· ΚΖ· ΖΛ· ΛΗ· ΗΜ· ΜΘ· ΘΝ· ΝΕ περιφέρειαι· καὶ
τὰς κατὰ μέσα σημεῖα ἐφάπτονται γὰρ ἐκάστου τοῦ κύκλου κατὰ τὰ μέσα
πληρωθῶσι καὶ τῶν ΕΚ· ΚΖ· ΖΛ· ΛΗ· ΗΜ· ΜΘ· ΘΝ· ΝΕ παραλληλόγραμμα,
ἕκαστον ἄρα τῶν ΕΚΖ· ΖΛΗ· ΗΜΘ· ΘΝΕ τριγώνων, μεῖζόν ἐστι τοῦ ἡμίσεος τοῦ
καθ' ἑαυτὸ τμήματος κύκλου· τέμνοντες δὴ τὰς λοιπὰς περιφερείας δίχα, καὶ
ἐπιζευγνύντες εὐθείας, καὶ τοῦτο δὴ ποιοῦντες, καταλείψομέν τινα
ἀπὸ τμημάτων τοῦ κύκλου, ἃ ἔσται ἐλάττονα τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ ΕΖΗΘ κύκλος τοῦ Σ χωρίου·
ἐδείχθη γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ θεωρήματι τοῦ
δεκάτου βιβλίου, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μεί-
ζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλειφθέντος μεῖζον ἢ
τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦτο δὲ γίνηται, λαφθήσεταί τι μέγεθος ὃ ἔσται ἔλασσον
ὂν τοῦ ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους· λελάφθω οὖν· καὶ ἔστω τὰ
ὑπὸ τῶν ΕΚ· ΚΖ· ΖΛ· ΛΗ· ΗΜ· ΜΘ· ΘΝ· ΝΕ τμημάτων τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου,
ἐλάττονα τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ ΕΖΗΘ κύκλος τοῦ Σ χωρίου·
λοιπὸν ἄρα τὸ ΕΚΖΛΗΜΘΝ πολύγωνον, μεῖζόν ἐστι τοῦ Σ χωρίου· ἐγ-
γράφῃ καὶ ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ τῷ ΕΚΖΛΗΜΘΝ ὅμοιον πολύ-



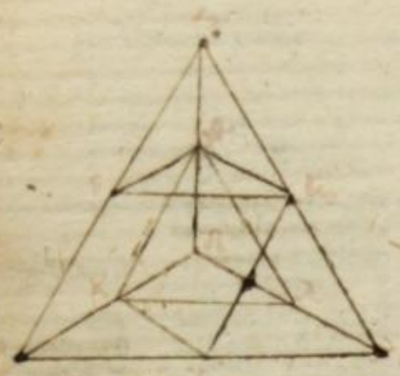
Α 111

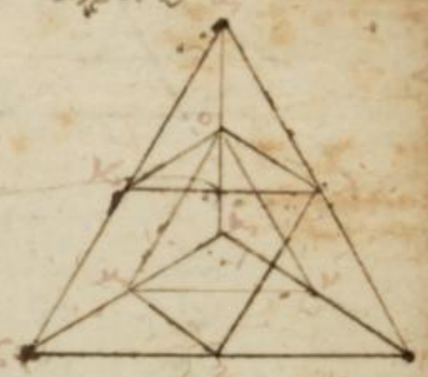


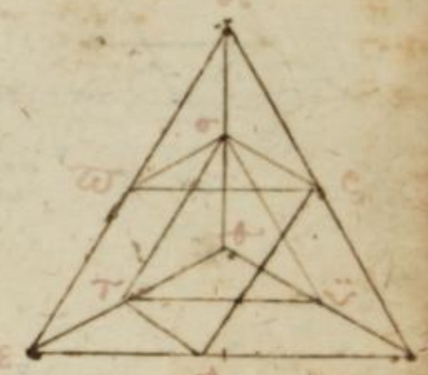


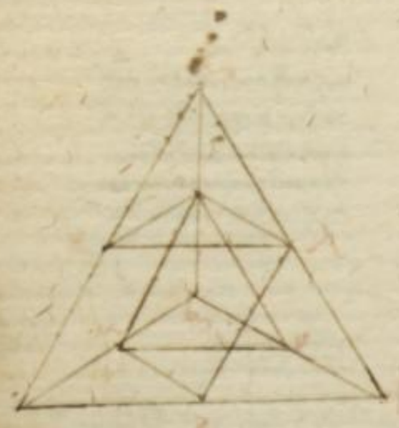
ὁ ἐξηθκυκλ προστὸ χωριον, ἀν ἀλλαξ ἐξ. ὥστε ὁ χωρι προς τον
ἐξηθκυκλον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔκυκλος, προς τὸ χωριον. μαζον δε τὸ
χωριον τοῦ ἐξηθκυκλου· μαζων ἄρα καὶ ὁ ΑΒΓΔκυκλ τοῦ χωρι· ὥστε
ἐστιν ὥστε ὁ χωριον προς τὸν ΑΒΓΔκυκλ, οὕτως ὁ ἐξηθκυκλ προς τὸν
αὐτὸν τοῦ ΑΒΓΔ χωριον· ὅπερ:

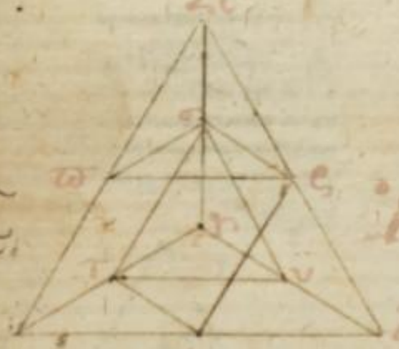
Παντὸς πυραμιδος τριγωνὴν ἐχουσης
βασιν, διαιρεθησεται εἰς δυο πυ
ραμιδας ἰσας τε καὶ ὁμοιας
ἀλληλαις στερεὰν ὅλην· τριγωνὴν
ἐχουσας βασεις, καὶ εἰς δυο πρι
σματα ἰσα· καὶ τὰ δυο πρισματα μαζονα ἐστιν ἢ τὸ ἡμισυ τοῦ
ὅλης πυραμιδος· τετμήσθω γὰρ ἑκαστη ΑΒ· ΒΓ· ΓΔ· ΑΔ· ΑΒ· ΑΓ· ΔΓ δίχα·
κατὰ τὰ ΕΖΗΘΚΛ σημεια· καὶ ἐπεζεύχθω ΕΗ· ΘΚ· ΚΛ· ΛΘ·
ΚΖ· ΖΗ· ἐστω δὴ ἰα ἐστὶν ἡμισεια τῆς ΕΒ· καὶ δὴ ΔΘ τῆς ΔΒ, παραλληλος ἄρ
ἐστὶν ἡ ΕΘ τῇ ΑΒ· διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΗΚ τῇ ΔΒ παραλληλος ἐστὶ·
παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΕΒΚ· ἰα ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΚ τῇ ΕΒ·
διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΕΑ ἐστὶν ἰα· καὶ ἡ ΑΘ ἄρα τῇ ΘΚ ἐστὶν ἰα· ἐστὶ δὲ καὶ
τῇ ΘΛ ἰα· δυο δὴ αἱ ΕΑ ΑΘ δυσὶ ταῖς ΚΘ ΘΛ, ἰα ἑκατερα ἑκατερᾳ
τετραπλευρα· καὶ γωνια ἡ ὑπὸ ΕΑΘ γωνιᾳ τῇ ὑπὸ ΚΘΛ ἰα· βασις ἄρα
ἡ ΕΘ βασει τῇ ΚΛ ἐστὶν ἰα· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕΘ τριγωνον,
τῷ ΘΚΛ τριγωνῳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΔΗΘ τριγωνον, τῷ ΘΛΚ
τριγωνῳ, ἰσον τε ἐστὶ καὶ ὅμοιον· καὶ ἐπεὶ δυο δὴ αἱ ΗΘ ΘΔ δυσὶ ταῖς
ΚΛ ΛΘ ἰσαι εἰσὶν ἑκατερα ἑκατερᾳ, καὶ γωνια ἡ ὑπὸ ΗΘΔ γωνιᾳ τῇ ὑπὸ
ΚΛΘ ἰση· βασις ἄρα ἡ ΗΔ βασει τῇ ΚΘ ἐστὶν ἰα· ἰσον ἄρα καὶ ὅμοιον ἐστὶ τὸ
ΗΘΔ τριγωνον, τῷ ΚΛΘ τριγωνῳ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΔΗΒ τριγωνον, τῷ
ΘΚΛ τριγωνῳ ἐστὶν ἰσον τε καὶ ὅμοιον· καὶ ἐπεὶ δυο δὴ αἱ ΔΗ ΗΒ δυσὶ ταῖς
ΚΘ ΘΛ ἰσαι εἰσὶν ἑκατερα ἑκατερᾳ, καὶ γωνια ἡ ὑπὸ ΔΗΒ γωνιᾳ τῇ ὑπὸ
ΚΘΛ ἰση· βασις ἄρα ἡ ΔΒ βασει τῇ ΚΛ ἐστὶν ἰα· ἰσον ἄρα καὶ ὅμοιον ἐστὶ τὸ
ΔΗΒ τριγωνον, τῷ ΚΘΛ τριγωνῳ· ἀλλὰ τὸ ΚΘΛ τῷ ΑΕΘ ἐστὶν ὅμοιον·
καὶ τὸ ΔΗΒ ἄρα τῷ ΑΕΘ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ ἐπεὶ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΗΘΔ
τῷ ΚΛΘ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ ἐστὶ τὸ ΚΛΘ τῷ ΑΕΘ ὅμοιον· καὶ τὸ ΗΘΔ ἄρα
τῷ ΑΕΘ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ ἐπεὶ γωνια ἡ ὑπὸ ΑΕΘ γωνιᾳ τῇ ὑπὸ ΚΛΘ ἐστὶν ἰση·
ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπὸ ΚΛΘ τῇ ὑπὸ ΗΔΘ ἐστὶν ἰση· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΕΘ τῇ ὑπὸ ΔΗΒ·
καὶ ἡ ὑπὸ ΗΔΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΗΒ ἐστὶν ἰση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΗ ὅλῃ τῇ ὑπὸ
ΔΗΒ ἐστὶν ἰση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἑκατερᾳ ἑκατερᾳ τῶν ὑπὸ
ΗΒΓ ΒΓΔ ἐστὶν ἰση· πασαι ἄρα αἱ τρεις γωνιαι αἱ ὑπὸ ΑΔΗ ΔΗΒ ΗΒΓ
τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΔΗΒ ΗΒΓ ΒΓΔ ἰσαι εἰσὶν ἑκατερα ἑκατερᾳ· καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ
ΔΗΒ γωνια δυσὶν ὀρθαις ἰση· ἡ δὲ ὑπὸ ΗΒΓ ἑκατερᾳ τῶν ὑπὸ ΑΔΗ ΒΓΔ
ἐστὶν ἰση· ἑκατερα ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΔΗ ΒΓΔ δυσὶν ὀρθαις ἐστὶν ἰση· καὶ
γωνια ἡ ὑπὸ ΔΑΗ γωνιᾳ τῇ ὑπὸ ΔΗΑ ἐστὶν ἰση· πλευρα ἄρα ἡ ΔΗ πλευρᾳ τῇ
ΔΑ ἐστὶν ἰση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΗ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἰση· ἡ ΔΑ ἄρα τῇ ΔΓ
ἐστὶν ἰση· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΘ ἰση· καὶ ἡ ΔΘ ἄρα τῇ ΔΓ ἐστὶν ἰση·
καὶ γωνια ἡ ὑπὸ ΑΔΓ γωνιᾳ τῇ ὑπὸ ΘΔΓ ἐστὶν ἰση· βασις ἄρα ἡ ΑΓ βασει τῇ
ΘΓ ἐστὶν ἰση· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΘ ἐστὶν ἰση· κοινὴ δὲ ἡ ΔΓ· δυο δὴ αἱ ΑΔ ΔΓ
δυσὶ ταῖς ΘΔ ΔΓ ἰσαι εἰσὶν ἑκατερα ἑκατερᾳ· καὶ βασις ἡ ΑΓ βασει τῇ ΘΓ
ἐστὶν ἰση· γωνια ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ γωνιᾳ τῇ ὑπὸ ΘΔΓ ἐστὶν ἰση· καὶ ἡ ὑπὸ
ΑΔΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΘΔΓ ἐστὶν ἰση· αἱ ἄρα τρεις γωνιαι αἱ ὑπὸ ΑΔΘ ΘΔΓ ΓΔΑ
τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΔΘ ΘΔΓ ΓΔΑ ἰσαι εἰσὶν ἑκατερα ἑκατερᾳ· καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ
ΑΔΘ γωνια δυσὶν ὀρθαις ἰση· ἡ δὲ ὑπὸ ΘΔ

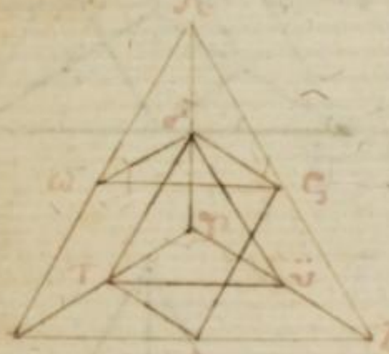












ἐπὶ τὴν τῶν ΑΒΓ· ὁμοτέμνουσα δὲ, ἥτις ἐστὶν αὐτοῖς ἡ λοιπὴ τὴν ΗΘ εὐθεῖαν τὴν ΔΙ κατὰ τὸ Μ· καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Η σημείου ἐπὶ τὸ ΑΒΓ ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΗΝ· ἐπεζεύχθω δὴ ἀπὸ τοῦ Ν ἐπὶ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, ΝΞ, ΝΟ, ΝΠ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΝ τῷ ΑΒΓ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, ἐπὶ δὲ τὰς ΝΞ, ΝΟ, ΝΠ εὐθείας ἐπιζευχθείσας ἐν τῷ ΑΒΓ ἐπιπέδῳ ἐστὶν ὀρθή· ἡ ΗΝ ἄρα τῇ ΝΞ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς· ἡ ΝΞ ἄρα τῆς ΗΝ ἀπέχει ἴσον ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ πλευρῶν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΝ τῷ ΝΞ· ἀλλὰ τὸ ΗΝ τῷ ΜΞ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΜΞ ἄρα τῷ ΝΞ ἐστὶν ἴσον· ἀπέχει ἄρα ἡ ΜΞ τῆς ΝΞ ἴσον ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ πλευρῶν· ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΜΟ, ΜΠ τῆς ΝΞ ἴσον ἀπέχει ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ πλευρῶν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΜΞ τῷ ΜΟ καὶ τῷ ΜΠ· ἀλλὰ τὸ ΜΞ τῷ ΜΟ καὶ τῷ ΜΠ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΜΟ ἄρα τῷ ΜΠ ἐστὶν ἴσον· ἀπέχει ἄρα ἡ ΜΟ τῆς ΜΠ ἴσον ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ πλευρῶν· ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΜΞ, ΜΠ τῆς ΜΟ ἴσον ἀπέχει ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ πλευρῶν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΜΟ τῷ ΜΞ καὶ τῷ ΜΠ· ἀλλὰ τὸ ΜΟ τῷ ΜΞ

ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν, ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν. ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΕΖ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΗΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΚΛ ὅλῃ τῇ ΜΝ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΛ· ὅλη ἄρα ἡ ΚΜ ὅλῃ τῇ ΝΛ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΜ τῇ ΞΟ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΝΛ ἄρα τῇ ΞΟ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἡ ΚΜ τῇ ΞΟ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΛ· ὅλη ἄρα ἡ ΚΛ ὅλῃ τῇ ΟΜ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΜΝ ἄρα τῇ ΟΜ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΜΟΝ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΟΜΝ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἡ ΜΝ τῇ ΟΜ ἐστὶν ἴση, ἔστι δὲ καὶ ἡ ΜΝ τῇ ΚΛ ἴση, καὶ ἡ ΟΜ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΟΜ τῇ ΞΚ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΞΚ ἄρα τῇ ΚΛ

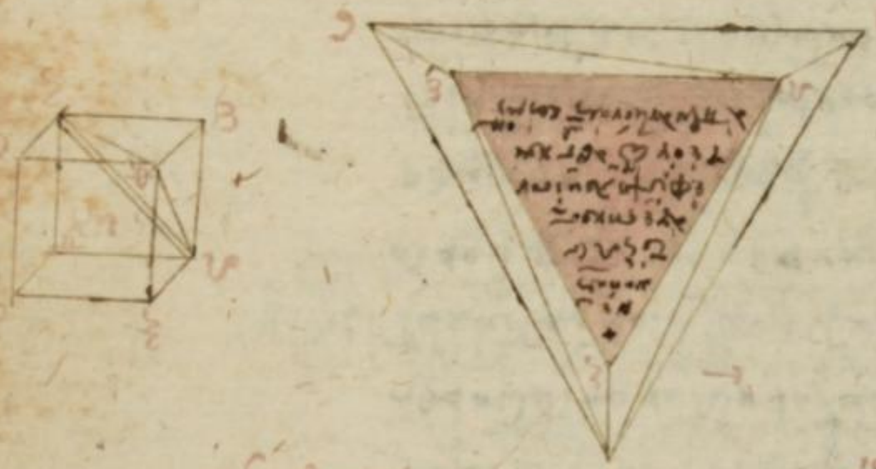
ὁμοίως καὶ τὰ ΜΝΞΟ τετράπλευρα τῷ ΑΒΓΔ τετραπλεύρῳ ἐστὶν ἴσα καὶ ὅμοια· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον τοῖς ΜΝΞΟ τετραπλεύροις, ἔστι δὲ καὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον τοῖς ΜΝΞΟ τετραπλεύροις ὅμοιον, καὶ τὸ ΑΒΓΔ ἄρα τετράπλευρον τοῖς ΜΝΞΟ τετραπλεύροις ὅμοιόν ἐστιν· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΓΔ, ΜΝΞΟ τετραπλεύρων τοῖς ΕΖΗΘΚΛ ἑξαγώνοις ὅμοιόν ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον τῷ ΜΝΞΟ τετραπλεύρῳ, ἔστι δὲ καὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον τοῖς ΕΖΗΘΚΛ ἑξαγώνοις ὅμοιον, καὶ τὸ ΜΝΞΟ ἄρα τετράπλευρον τοῖς ΕΖΗΘΚΛ ἑξαγώνοις ὅμοιόν ἐστιν· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΓΔ, ΜΝΞΟ τετραπλεύρων τοῖς ΕΖΗΘΚΛ ἑξαγώνοις ὅμοιόν ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ὅμοιον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον τῷ ΜΝΞΟ τετραπλεύρῳ, ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τῷ ΜΝ ὁμόλογος λάβωμεν τὴν ΑΓ, καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ τῷ ΜΞ ὁμόλογος λάβωμεν τὴν ΜΟ, καὶ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΓΔ καὶ τὴν ΟΞ, ἔσται καὶ τὸ ΓΔ τῷ ΟΞ ὁμόλογον· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΝΞ, καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΞΟ, καὶ ἔτι ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΟΜ, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΑΒΓΔ τετραπλεύρου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΜΝΞΟ τετραπλεύρου· ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΜΝ, οὕτως καὶ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΜΟ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΜΟ, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΑΒΓΔ τετραπλεύρου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΜΝΞΟ τετραπλεύρου· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΑΒΓΔ τετραπλεύρου, οὕτως ἡ ΜΟ πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΜΝΞΟ τετραπλεύρου· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ περίμετρος τοῦ ΑΒΓΔ τετραπλεύρου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΜΝΞΟ τετραπλεύρου, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΕΖΗΘΚΛ ἑξαγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΜΝΞΟ ἑξαγώνου· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΜΟ, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΕΖΗΘΚΛ ἑξαγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΜΝΞΟ ἑξαγώνου· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΜΟ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΜΟ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΜΟ, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΕΖΗΘΚΛ ἑξαγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΜΝΞΟ ἑξαγώνου· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΜΟ, οὕτως ἐστὶ καὶ ὁ ΑΚΛ κύκλος πρὸς τὸν ΜΟΞ κύκλον· καὶ ὡς ἄρα ὁ ΑΚΛ κύκλος πρὸς τὸν ΜΟΞ κύκλον, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΕΖΗΘΚΛ ἑξαγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΜΝΞΟ ἑξαγώνου· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ περίμετρος τοῦ ΕΖΗΘΚΛ ἑξαγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΜΝΞΟ ἑξαγώνου, οὕτως ἐστὶ καὶ ἡ ΕΚ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΜΞ εὐθεῖαν· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΜΞ, οὕτως ὁ ΑΚΛ κύκλος πρὸς τὸν ΜΟΞ κύκλον· ὁμοίως δὴ δείξομεν καὶ τοὺς ΑΚΛ, ΜΟΞ κύκλους πρὸς τὰ ΑΒΓΔ, ΜΝΞΟ τετράπλευρα, ὡς τὴν ΕΚ πρὸς τὴν ΜΞ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ δὴ λήμματος ὁ τέταρτος.

Ἐὰν ᾖ δύο κύκλοι, καὶ εἰς μὲν τὸν ἕτερον ἑξάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, εἰς δὲ τὸν ἕτερον ἑξάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ ἀντιπεπονθὸς τοῖς ἑξαγώνοις, καὶ ἐπιζευχθῶσιν αἱ ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν κύκλων ἐπὶ τὰς κορυφὰς τῶν ἑξαγώνων εὐθεῖαι, ἔσται ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἑνὸς κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἑτέρου κύκλου, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ἑνὸς ἑξαγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ἑτέρου ἑξαγώνου.

Ἔστω δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ εἰς μὲν τὸν ΑΒΓ ἑξάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγεγράφθω τὸ ΑΒΓΔΕΖ, εἰς δὲ τὸν ΔΕΖ ἑξάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγεγράφθω τὸ ΗΘΚΛΜΝ ἀντιπεπονθὸς τοῖς ΑΒΓΔΕΖ ἑξαγώνοις· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΔΖ, καὶ ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν κύκλων ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΞΟ, ΠΡ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΑΒΓΔΕΖ ἑξαγώνου πρὸς τὴν περίμετρον τοῦ ΗΘΚΛΜΝ ἑξαγώνου.

Ἐπεὶ γὰρ ἀντιπεπονθὸς ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον τῷ ΗΘΚΛΜΝ ἑξαγώνῳ, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον τῷ ΗΘΚΛΜΝ ἑξαγώνῳ· ἔστιν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον ὅμοι



στερεὰ παραλληλεπίπεδα, ἴσου ὑψους τὰ δὲ πρὸς ἴσοις ὑψεσιν ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἀλλήλα ἐστὶν ὡς αἱ βάσεις· καὶ τὸ ΑΓ τοῦ ΑΒΓΔ τετραγώνου ἀναγραφὲν στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἤμισυ ἐστὶ τοῦ ἀναγραφέντος ἀπὸ τοῦ ΑΓ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου ἀναγραφὲν γὰρ ἀπὸ τοῦ ΑΓ τὸ ΑΒΓΔ κύκλον στερεὸν παραλληλεπίπεδον τετραγώνου ἐστὶ καὶ ἔστιν ὄγκυλίνδρος ἡμίσεια τοῦ ἀναγραφέντος ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τετραγώνου· τὸ ἄρα εἰρημένον στερεὸν τὸ ἀναγραφὲν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ κυλίνδρῳ, μείζονα δὲ ἐστὶ τοῦ ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου· τετμήσθω ὁ ΑΒ περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ ΕΒ· ΖΗΘ· καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Ε Ζ Η Θ σημείων ἐφαπτόμενοι τοῦ κύκλου αἱ ΚΛ ΛΜ ΜΝ ΝΚ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΚΜ παραλληλόγραμμον· καὶ ἀπὸ τούτων ἄρα στερεὰ παραλληλεπίπεδα ἴσου ὑψους ὄντα πρὸς ἀλλήλα ἐστὶν ὡς αἱ βάσεις· καὶ τὸ ἐπὶ τοῦ ΚΜ παραλληλόγραμμον στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἤμισυ ἐστὶ τοῦ ἀναγραφέντος ἀπὸ τοῦ ΚΜ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου· καὶ ἔστιν ὄγκυλίνδρος ἡμίσεια τοῦ ἀναγραφέντος ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν ΚΜ κύκλον στερεοῦ παραλληλεπιπέδου· τὸ ἄρα εἰρημένον στερεὸν τὸ ἀναγραφὲν ἀπὸ τοῦ ΚΜ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΜ κυλίνδρῳ, μείζονα δὲ ἐστὶ τοῦ ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου· τετμήσθωσαν δίχα αἱ ΚΕ ΕΛ ΛΖ ΖΜ ΜΗ ΗΝ ΝΘ ΘΚ περιφέρειαι κατὰ τὰ Ξ Ο Π Ρ Σ Τ Υ Φ σημεῖα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΞ ΞΕ ΕΟ ΟΛ ΛΠ ΠΖ ΖΡ ΡΜ ΜΣ ΣΗ ΗΤ ΤΝ ΝΥ ΥΘ ΘΦ ΦΚ· καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Ξ Ο Π Ρ Σ Τ Υ Φ σημείων ἐφαπτόμενοι τοῦ κύκλου αἱ ΧΨ ΨΩ ΩΑ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΧ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΧΓ παραλληλόγραμμον· καὶ ἀπὸ τούτων ἄρα στερεὰ παραλληλεπίπεδα ἴσου ὑψους ὄντα πρὸς ἀλλήλα ἐστὶν ὡς αἱ βάσεις· καὶ τὸ ἐπὶ τοῦ ΧΓ παραλληλόγραμμον στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἤμισυ ἐστὶ τοῦ ἀναγραφέντος ἀπὸ τοῦ ΧΓ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου· καὶ ἔστιν ὄγκυλίνδρος ἡμίσεια τοῦ ἀναγραφέντος ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν ΧΓ κύκλον στερεοῦ παραλληλεπιπέδου· τὸ ἄρα εἰρημένον στερεὸν τὸ ἀναγραφὲν ἀπὸ τοῦ ΧΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ΧΓ κυλίνδρῳ, μείζονα δὲ ἐστὶ τοῦ ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου· τετμημένων δὴ τῶν περιφερειῶν εἰς δίχα καὶ ἐπιζευγνυμένων εὐθειῶν καὶ ἑτέρων ἀπὸ τῶν τμημάτων ἐφαπτομένων τοῦ κύκλου καὶ συμπληρουμένων παραλληλογράμμων καὶ ἀναγραφομένων στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἐπὶ τὰ παραλληλόγραμμα, ἕκαστον τῶν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἐπὶ τὰ παραλληλόγραμμα ἴσου ὑψους ὄντα πρὸς ἀλλήλα ἐστὶν ὡς αἱ βάσεις· καὶ ἕκαστον τῶν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἐπὶ τὰ παραλληλόγραμμα, ἤμισυ ἐστὶ τοῦ ἀναγραφέντος ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν αὐτὸν κύκλον στερεοῦ παραλληλεπιπέδου· καὶ ἔστιν ὄγκυλίνδρος ἡμίσεια τοῦ ἀναγραφέντος ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν αὐτὸν κύκλον στερεοῦ παραλληλεπιπέδου· ὥστε καὶ ἕκαστον τῶν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἐπὶ τὰ παραλληλόγραμμα ἴσον ἐστὶ τῷ περὶ τὸν αὐτὸν κύκλον στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ

τοῦ κώνου ἡ ΑΔ ἐστιν ἀπὸ τοῦ πλείονος. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδεμιᾶς ἀπὸ τοῦ πλείονος. ῥιπτω-
σιος ἄρα ὁ κύλινδρος ὁ ἀπὸ τοῦ κώνου. ὥστε ὁ κῶνος τοῦ ἡμίσους ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου. πᾶς
ἄρα κῶνος κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ,
καὶ ὕψος ἴσον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε΄.

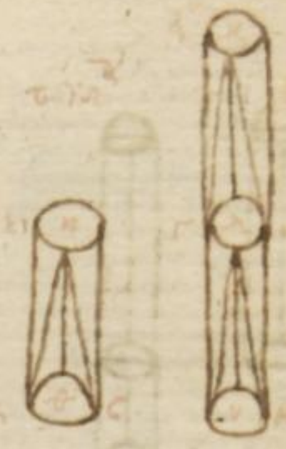
Τοὺς αὐτοὺς δὴ τούτους ὑποκειμένων κώνων καὶ κυλίνδρων, πρὸς ἀλλήλους φημὶ ὡς
ἀβάσεις εἶναι· ἐστω οὖν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος
κώνοι καὶ κύλινδροι· ὧν βάσεις κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ· ΕΖΗΘ κύκλοι· ἄξονες δὲ ὁ
ΚΛ· ΜΝ· διάμετροι δὲ τῶν βάσεων αἱ ΑΓ· ΕΗ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύκλος
πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως ὁ ΑΛ κῶνος, πρὸς τὸν ΕΝ κῶνον· ἤτοι γὰρ μείζων ἐστὶν ὡς
ὁ ΑΒΓΔ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, οὕτως ὁ ΑΛ κῶνος ἢ τοι πρὸς ἔλασσόν τι
τοῦ ΕΝ κώνου στερεόν, ἢ πρὸς μείζον· ἔστω πρότερον πρὸς ἔλασσον τὸ Ξ· καὶ ὡς
ἔλασσόν ἐστι τὸ Ξ στερεὸν τοῦ ΕΝ κώνου, οὕτως ἔστω ὁ ΑΔ κύλινδρος πρὸς τὸ Ψ στερεόν· ὁ ΕΝ κῶν
δρα ἴσος ἐστὶ τοῖς Ξ Ψ στερεοῖς· ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον τετράγωνον,
τὸ ΕΖΗΘ· τὸ δὴ τετράγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ κύκλου· ἀνεστάτω ἀπὸ
τοῦ ΕΖΗΘ, πυραμὶς ἴσον ὕψος ἔχουσα τῷ κώνῳ· ἡ ἄρα ἀπὸ τῆς πυραμίδος μεῖζόν ἐστι
ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ κώνου· ἐτμήσθω δίχα ἑκάστη τῶν περιφερειῶν τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου τετρά-
γωνον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀναστάσω πυραμίδας ἴσον ὕψος ἐχούσας τῷ κώνῳ· καὶ ἔτι ἑκάστου τῶν
τμημάτων τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, ἃ ἐστιν ἐκτὸς τοῦ τετραγώνου, λελάφθω καὶ ἑκάστου τῶν ΕΖ· ΖΗ·
ΗΘ· ΘΕ περιφερειῶν τὸ μέσον· καὶ ἐπιζεύξας ἑκάστην τῶν ΕΖ· ΖΗ· ΗΘ· ΘΕ περιφερειῶν τὸ μέσον
ἑκάστου τῶν ΕΖ· ΖΗ· ΗΘ· ΘΕ τμημάτων τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, ἃ ἐστιν ἐκτὸς τοῦ τετραγώνου· ἀνεστάτω ἑκάστου

ἐκ τοῦ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΑΒ καθέτου ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον, ἔστιν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ ἰσόπλευρον τρίγωνον συσταθῇ, τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς τετράγωνον τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου ἐκ τοῦ κέντρου.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον ἰσόπλευρον τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ ΑΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου ἐκ τοῦ κέντρου.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ, καὶ διήχθω διὰ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ· καὶ ἐπεὶ ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, καὶ ἡ ΑΕ ἄρα περιφέρεια τρίτον μέρος ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· ἡ ΑΕ ἄρα περιφέρεια τῆς ΑΒ περιφερείας διπλασίων ἐστίν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕ περιφέρεια τῇ ΑΒ περιφερείᾳ· ἡ ΑΒ ἄρα εὐθεῖα τῆς ΑΕ εὐθείας διπλασίων ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΒ τὴν ΑΕ διπλασίων ἐστίν, ἡ ἄρα ΑΕ τῆς ΕΒ ἐστὶ διπλασίων. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΔΕ· ὥστε καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΕΒ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ τῇ μὲν ΔΕ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΔ, τῇ δὲ ΕΒ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΔ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΔ, ΔΒ τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΑΔ, ΔΒ, ΔΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κύκλος ὁ ΑΒΓ κέντρον ἔχει τὸ Δ· καὶ ἐπεὶ ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου. ἐὰν δὲ ἐπὶ τὸ Ζ διαχθῇ, καὶ ἡ ΒΖ ἐπὶ τὸ Γ ἐπιζευχθῇ, ἴση ἔσται καὶ ἡ ΒΖ τῇ ΒΔ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΒΔ τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ΔΖ ἄρα τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση· ἡ ΔΖ ἄρα τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ Ζ



ὁτ λκ ἀ ξων ἴσαι ὅ ϖ η κυλινδρ. τοῦ δ κζ ἀ ξονι καὶ τοῦ ηλ κυλινδρ, ὁτ κμ
ἀ ξων καὶ ὅ κχ κυλινδρ. καὶ δι᾽ ἀκταιό ὑπ᾽ ὑ ϖτ ἐχα ὅ λκ ἀ ξων τοῦ κμ ἀ ξονος,
ὑ ϖτ ἐχα καὶ ὅ ϖη κυλινδρου ἐ ϖτ τοῦ κχ κυλινδρου. καὶ φ ι α. ἴα ὡς φανήσεται
ζητούμενον. ἔστιν ἄρα ὡς ὅ ἐκ ἀ ξων ϖρὸς τὸν κζ ἀ ξονα, οὕτως ὅ βη κυλινδρ
ϖρὸς τὸν ηλ κυλινδρον. ὅ ϖρ:

ιε ἴσων βάσεων ὄντες,

κῶνοι καὶ κύλινδροι, ϖρ

ἀλλήλοις εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

ἐστω σφαῖραι ἴσων βάσεων τῶν αβ. γδ κύκλ, οἱ εβ. ζδ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ εβκύ
λινδρος ϖρὸς τὸν ζδ κύλινδρον, οὕτως ὅ ηθ ἀ ξων, ϖρὸς τὸν κλ ἀ ξονα. εἰ γὰρ μή
γάρ ὅ κλ ἀ ξων ἐ ϖὶ τὸ ρ σημεῖον. καὶ κάϖτω τῷ ηθ ἀ ξονι ἴσα ὄλῳ. καὶ ϖερὶ ἀ ξονα
τὸν λν, κύλινδρος συνεστάϖω ὁ ϖμ. ἐ ϖὶ δὲ οὖν οἱ εβ. γμ κύλινδροι ὑ ϖὸ τὸ αὐτὸ ὕψος
εἰσί, ϖρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις. ἴσαι δὲ εἰσὶν αἱ βάσεις ἀλλήλαις. ἴσοι
ἄρα εἰσὶ καὶ οἱ εβ. γμ κύλινδροι. καὶ ἐ ϖεὶ κύλινδρος ὅ ζμ ἐ ϖὶ ϖερὶ τὸν αὐτὸν ἄξονα
τῷ γδ ϖαραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀ ϖεναντίον ἐ ϖιπέδοις. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ εβκύλινδρος
ϖρὸς τὸν ζξ κύλινδρον, οὕτως ὅ λν ἀ ξων ϖρὸς τὸν κλ ἀ ξονα. ἴσος δὲ ἐστὶν ὁ εβ
κύλινδρος, τῷ εβ κυλίνδρῳ. ὅλη λν ἀ ξων, τῷ ηθ ἀ ξονι. ἔστιν ἄρα ὡς εβκύλινδρος
ϖρὸς τὸν ζξ κύλινδρον, οὕτως ὅ ηθ ἀ ξων ϖρὸς τὸν κλ ἀ ξονα. ὡς δὲ ὁ εβκύλινδρος
ϖρὸς τὸν ζξ κύλινδρον, οὕτως ὅ αβ ηκῶνος ϖρὸς τὸν γδη κῶνον. ἐστὶ γὰρ καὶ
οἱ κύλινδροι τῶν κώνων. ἴσαι δὲ ἄρα ὅ ηθ ἀ ξων ϖρὸς τὸν κλ ἀ ξονα, οὕτως ὅ αβ ηκῶνος
ϖρὸς τὸν γδη. καὶ ὅ εβ κύλινδρος, ϖρὸς τὸν ζξ κύλινδρον. ὅ ϖρ:

ὧν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων,

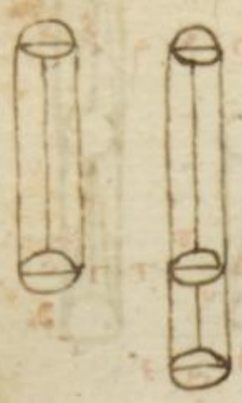
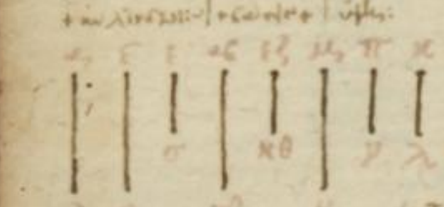
αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν

ἀντιϖεϖόνθασιν

καὶ ὧν κῶνοι καὶ κύλινδροι

αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν ἀντιϖεϖόνθασιν,

ἴσοι ἐστὶν ἐκεῖνοι.

ἐστωσαν ἴσοι κῶνοι καὶ κύλινδροι. ὧν βάσεις μὲν
οἱ αβ γδ. ὕψη δὲ τὰ ηθ κύκλοι. διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ αε. ιη.
ἔστω ὡς ἡ αε ϖρὸς τὴν ιη, οὕτως ἡ ηθ ϖρὸς τὴν κλ. μείζων δὲ ἡ αε τῆς ιη. μείζων
ἄρα καὶ ἡ ηθ τῆς κλ. κείσθω τῇ κλ ἴση ἡ ηξ. καὶ ἐ ϖεζεύχθω ἡ βξ. ἐ ϖεὶ οὖν ἐστὶν ὡς
ἡ αε ϖρὸς τὴν ιη, οὕτως ἡ ηθ ϖρὸς τὴν κλ. ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ αε ϖρὸς τὴν ιη, οὕτως ὁ αβ γδ
κύκλος ϖρὸς τὸν ζη κύκλον. ὡς δὲ ἡ ηθ ϖρὸς τὴν κλ, οὕτως ὁ αβ γδ κύκλος ϖρὸς τὸν
ξο κύκλον. καὶ ὡς ἄρα ὁ αβ γδ κύκλος ϖρὸς τὸν ζη κύκλον, οὕτως ὁ αβ γδ κύκλος
ϖρὸς τὸν ξο κύκλον. ἑκάτερος ἄρα τῶν ζη. ξο κύκλων ἴσος ἐστὶ τῷ αβ γδ κύκλῳ.
ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ ϖερὶ διάμετρον τὴν ηξ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῷ αβ γδ κύκλῳ. ἐ ϖεὶ γὰρ
ἴσον ἐστὶ τὸ ἀ ϖὸ τῆς ηξ τετράγωνον τοῖς ἀ ϖὸ τῶν ηθ κλ, ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀ ϖὸ τῆς
βξ τοῖς ἀ ϖὸ τῶν βη ηξ, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀ ϖὸ τῆς βξ τοῖς ἀ ϖὸ τῶν ηθ κλ. ἀλλὰ τοῖς
ἀ ϖὸ τῶν ηθ κλ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀ ϖὸ τῶν αε ιη. ἐστὶ γὰρ ὡς ἡ ηθ ϖρὸς τὴν κλ, οὕτως ἡ αε
ϖρὸς τὴν ιη. τὸ ἄρα ἀ ϖὸ τῆς βξ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀ ϖὸ τῶν αε ιη. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ϖερὶ
διάμετρον τὴν βξ κύκλος τῷ αβ γδ κύκλῳ. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ ϖερὶ διάμετρον τὴν ηξ
κύκλος ἴσος ἐστὶ τῷ αβ γδ κύκλῳ. ὁ ἄρα ϖερὶ διάμετρον τὴν βξ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῷ
ϖερὶ διάμετρον τὴν ηξ κύκλῳ. ὁ ἄρα ϖερὶ διάμετρον τὴν βξ κύκλος ϖρὸς τὸν ϖερὶ
διάμετρον τὴν ηξ κύκλον τὸν λόγον ἔχει ὃν ἡ βη ϖρὸς τὴν ηξ. ἀλλ᾽ ὁ μὲν ϖερὶ διάμετρον
τὴν βξ κύκλος ἐστὶν ὁ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν αβ γδ κύκλον, κορυφὴν
δὲ τὸ ε ση. ὁ δὲ ϖερὶ διάμετρον τὴν ηξ κύκλος ἐστὶν ὁ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν
ἔχοντος τὸν αβ γδ κύκλον, ἀντικειμένην δὲ τὴν ζη κύκλον. ὁ δὲ κῶνος ἐστὶν ὁ τοῦ
ϖρὸς τὸ κλ ὀρθὸς. τὸ γὰρ



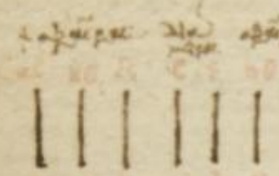
ρ. ἡ ΑΒ τῆς ΔΕ τοῦ αὐτοῦ ἄρα μέρους, τοῦ κβ΄ ὄν τῶν ΑΒ· καὶ διὰ τοῦτο τὸ ΑΒ σημεῖον ἐπὶ τῆς ΑΒ ὡς ἐπὶ κύλινδρον ἐφαπτόμενον τῆς τομῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῖς Δ Ε σημείοις· τῶν ἐξῆς θ΄ κύκλων· καὶ διὰ τοῦ Β ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ ἐξῆς θ΄ κύκλου, κύλινδρος δὲ τοῦ Β, κύλινδρος μείζων ἢ ὡς ἐπὶ τὰ ἴσος ἐστὶν ὁ ΔΖ κύλινδρος τῷ ΕΘ κυλίνδρῳ, ἄλλος δέ τις ὁ ΕΘ κύλινδρος, ἐλάσσων ἢ ὡς ὁ ΔΖ κύλινδρος πρὸς τὸν ΕΘ κύλινδρον, οὕτως ὁ ΔΖ κύλινδρος πρὸς τὸν ΕΘ κύλινδρον· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ὁ ΔΖ κύλινδρος πρὸς τὸν ΔΖ κύλινδρον, οὕτως ὁ ΕΘ κύλινδρος πρὸς τὸν ΔΖ κύλινδρον· ἀλλ' ὁ ΔΖ κύλινδρος τοῦ ΔΖ κυλίνδρου μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια· ἐδείχθη γὰρ ἐν τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι· ὁ δὲ ΕΘ κύλινδρος τοῦ ΔΖ κυλίνδρου ἐλάσσων ἢ ἡμίσεια· καὶ ὁ ΔΖ κύλινδρος πρὸς τὸν ΔΖ κύλινδρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὁ ΔΖ κύλινδρος πρὸς τὸν ΕΘ κύλινδρον· ἀλλ' ὡς ὁ ΔΖ κύλινδρος πρὸς τὸν ΔΖ κύλινδρον, οὕτως τὰ ΑΒ πρὸς τὸ Γ· καὶ ὡς ἄρα τὰ ΑΒ πρὸς τὸ Γ, οὕτως ὁ ΔΖ κύλινδρος πρὸς τὸν ΕΘ κύλινδρον· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ὁ ΔΖ κύλινδρος τῶν ΑΒ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΔΖ κύλινδρος τῷ Γ· ὥστε καὶ ὁ ΕΘ κύλινδρος τῷ Γ ἐστὶν ἴσος· ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγων ἐστὶν ἴσος· ἐπὶ δὲ τῶν ἐφεξῆς ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ὡς ὁ ΔΖ κύλινδρος πρὸς τὸν ΔΖ

τὸ κ: ἀφ᾽ οὗ δὲ τὸ μέζον κύκλον τὸν ΑΒΓΔ, πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ
ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι, μὴ ἅψασθαι τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου: ἤχθω τὰρ διὰ τοῦ
κέντρου τὰ ΑΔ, ΚΒ· καὶ διὰ τοῦ Η σημείου τῇ ΒΔ παράλληλος, ἡ ΘΗΛ· καὶ
ὀρθαὶ ἤχθωσαν αἱ ΚΛ, ΔΜ· καὶ διὰ τοῦ Ε τῇ ΚΒ παράλληλος ἡ ΕΝ· καὶ
ἐπεὶ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου τὸ μέζον τμῆμα τὸ ΕΘΖ ἐλάσσονά ἐστιν ἢ κατὰ
τὸ ἥμισυ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, τὸ δὲ ἥμισυ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου ἐστὶ τὸ ΕΘΗ,
τὸ ΕΘΖ ἄρα τμῆμα ἐλάσσονά ἐστι τοῦ ΕΘΗ· ὥστε καὶ τὸ ΕΖ τοῦ ΕΗ
ἐλάσσονά ἐστιν· ἔστω τῷ ΕΗ ἴση ἡ ΕΞ· καὶ διὰ τοῦ Ξ τῇ ΚΒ παράλληλος
ἤχθω ἡ ΞΟ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΞ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΕΗ τῇ ΕΞ ἐστιν ἴση, ἴση
ἄρα ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΗΞ τῇ ὑπὸ ΕΞΗ· ἡ δὲ ὑπὸ ΕΗΞ τῇ ὑπὸ ΗΞΟ
ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΞΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΞΟ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΗΞΕ
γωνία ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΗΞΟ· ὥστε ἡ ΗΟ τὴν ΕΞ οὐκ ἐλάσσονα
γωνίαν ὑποτείνει· ἡ ΕΞ ἄρα τῆς ΗΟ οὐκ ἐλάσσων ἐστίν· ἡ ΕΗ ἄρα τῆς
ΗΟ οὐκ ἐλάσσων ἐστίν· ἡ ΗΟ ἄρα τῆς ΕΗ μείζων ἐστίν· ἔστω τῇ ΗΟ ἴση
ἡ ΗΠ· καὶ διὰ τοῦ Π τῇ ΚΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΠΡ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΟΠ·
καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΟ τῇ ΗΠ ἐστιν ἴση, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΟΠ τῇ
ὑπὸ ΗΠΟ· ἡ δὲ ὑπὸ ΗΟΠ τῇ ὑπὸ ΗΠΡ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΠΟ ἄρα τῇ
ὑπὸ ΗΠΡ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΟΠΡ γωνία ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΟΠΡ·
ὥστε ἡ ΟΡ τὴν ΟΠ οὐκ ἐλάσσονα γωνίαν ὑποτείνει· ἡ ΟΠ ἄρα τῆς ΟΡ οὐκ
ἐλάσσων ἐστίν· ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΟΠ μείζων ἐστίν· ἔστω τῇ ΟΡ ἴση ἡ ΟΣ· καὶ
διὰ τοῦ Σ τῇ ΚΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΣΤ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΡΣ· καὶ ἐπεὶ
ἡ ΟΡ τῇ ΟΣ ἐστιν ἴση, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΟΡΣ τῇ ὑπὸ ΟΣΡ·
ἡ δὲ ὑπὸ ΟΡΣ τῇ ὑπὸ ΣΡΤ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΟΣΡ ἄρα τῇ ὑπὸ ΣΡΤ
ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΡΣΤ γωνία ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΟΣΡ· ὥστε ἡ ΡΤ
τὴν ΡΣ οὐκ ἐλάσσονα γωνίαν ὑποτείνει· ἡ ΡΣ ἄρα τῆς ΡΤ οὐκ ἐλάσσων
ἐστίν· ἡ ΡΤ ἄρα τῆς ΡΣ μείζων ἐστίν· ἔστω τῇ ΡΤ ἴση ἡ ΡΥ· καὶ διὰ τοῦ Υ
τῇ ΚΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΥΦ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΤΥ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΡΤ τῇ ΡΥ
ἐστιν ἴση, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΡΤΥ τῇ ὑπὸ ΡΥΤ· ἡ δὲ ὑπὸ ΡΤΥ
τῇ ὑπὸ ΤΥΦ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΡΥΤ ἄρα τῇ ὑπὸ ΤΥΦ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα
ὑπὸ ΤΥΡ γωνία ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΤΥΦ· ὥστε ἡ ΤΡ τὴν ΤΥ οὐκ
ἐλάσσονα γωνίαν ὑποτείνει· ἡ ΤΥ ἄρα τῆς ΤΡ οὐκ ἐλάσσων ἐστίν· ἡ ΤΡ ἄρα
τῆς ΤΥ μείζων ἐστίν· ἔστω τῇ ΤΡ ἴση ἡ ΤΧ· καὶ διὰ τοῦ Χ τῇ ΚΒ παράλληλος
ἤχθω ἡ ΧΨ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΥΧ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΤΡ τῇ ΤΧ ἐστιν ἴση, ἴση ἄρα
ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΤΡΧ τῇ ὑπὸ ΤΧΡ· ἡ δὲ ὑπὸ ΤΡΧ τῇ ὑπὸ ΧΡΨ ἐστὶν
ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΤΧΡ ἄρα τῇ ὑπὸ ΧΡΨ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΡΧΤ γωνία
ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΧΡΨ· ὥστε ἡ ΡΤ τὴν ΡΧ οὐκ ἐλάσσονα γωνίαν
ὑποτείνει· ἡ ΡΧ ἄρα τῆς ΡΤ οὐκ ἐλάσσων ἐστίν· ἡ ΡΤ ἄρα τῆς ΡΧ μείζων
ἐστίν· ἔστω τῇ ΡΤ ἴση ἡ ΡΩ· καὶ διὰ τοῦ Ω τῇ ΚΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΩΑ·
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΧΩ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΡΤ τῇ ΡΩ ἐστιν ἴση, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ ΡΤΩ τῇ ὑπὸ ΡΩΤ· ἡ δὲ ὑπὸ ΡΤΩ τῇ ὑπὸ ΤΩΑ ἐστὶν ἴση· καὶ
ἡ ὑπὸ ΡΩΤ ἄρα τῇ ὑπὸ ΤΩΑ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΤΩΡ γωνία ἐλάσσων
ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΤΩΑ· ὥστε ἡ ΤΡ τὴν ΤΩ οὐκ ἐλάσσονα γωνίαν ὑποτείνει· ἡ ΤΩ
ἄρα τῆς ΤΡ οὐκ ἐλάσσων ἐστίν· ἡ ΤΡ ἄρα τῆς ΤΩ μείζων ἐστίν· ἔστω τῇ ΤΡ
ἴση ἡ ΤΑ· καὶ διὰ τοῦ Α τῇ ΚΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΓ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΩΑ·
καὶ ἐπεὶ ἡ ΤΡ τῇ ΤΑ ἐστιν ἴση, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΤΡΑ τῇ ὑπὸ
ΤΑΡ· ἡ δὲ ὑπὸ ΤΡΑ τῇ ὑπὸ ΑΡΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΤΑΡ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΡΓ
ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΡΑΤ γωνία ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΡΓ· ὥστε ἡ ΡΤ τὴν
ΡΑ οὐκ ἐλάσσονα γωνίαν ὑποτείνει· ἡ ΡΑ ἄρα τῆς ΡΤ οὐκ ἐλάσσων ἐστίν·
ἡ ΡΤ ἄρα τῆς ΡΑ μείζων ἐστίν· ἔστω τῇ ΡΤ ἴση ἡ ΡΒ· καὶ διὰ τοῦ Β τῇ ΚΒ
παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΡΤ τῇ ΡΒ ἐστιν
ἴση, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΡΤΒ τῇ ὑπὸ ΡΒΤ· ἡ δὲ ὑπὸ ΡΤΒ τῇ ὑπὸ
ΤΒΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΡΒΤ ἄρα τῇ ὑπὸ ΤΒΔ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΤΒΡ
γωνία ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΤΒΔ· ὥστε ἡ ΡΤ τὴν ΡΒ οὐκ ἐλάσσονα γωνίαν
ὑποτείνει· ἡ ΡΒ ἄρα τῆς ΡΤ οὐκ ἐλάσσων ἐστίν· ἡ ΡΤ ἄρα τῆς ΡΒ μείζων
ἐστίν· ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΑΔ, ΕΖ, καὶ τῇ μείζονι τῇ ΑΔ
ἴσον μὲν οὐδὲν ἅπτεται τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, ἅπτεται δὲ τὰ Α, Δ σημεῖα, καὶ
τῇ ἐλάσσονι τῇ ΕΖ ἴσον μὲν οὐδὲν ἅπτεται τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἅπτεται δὲ
τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ ἐν τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ
ἀρτιόπλευρον ἐγγέγραπται, μὴ ἅψασθαι τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου·

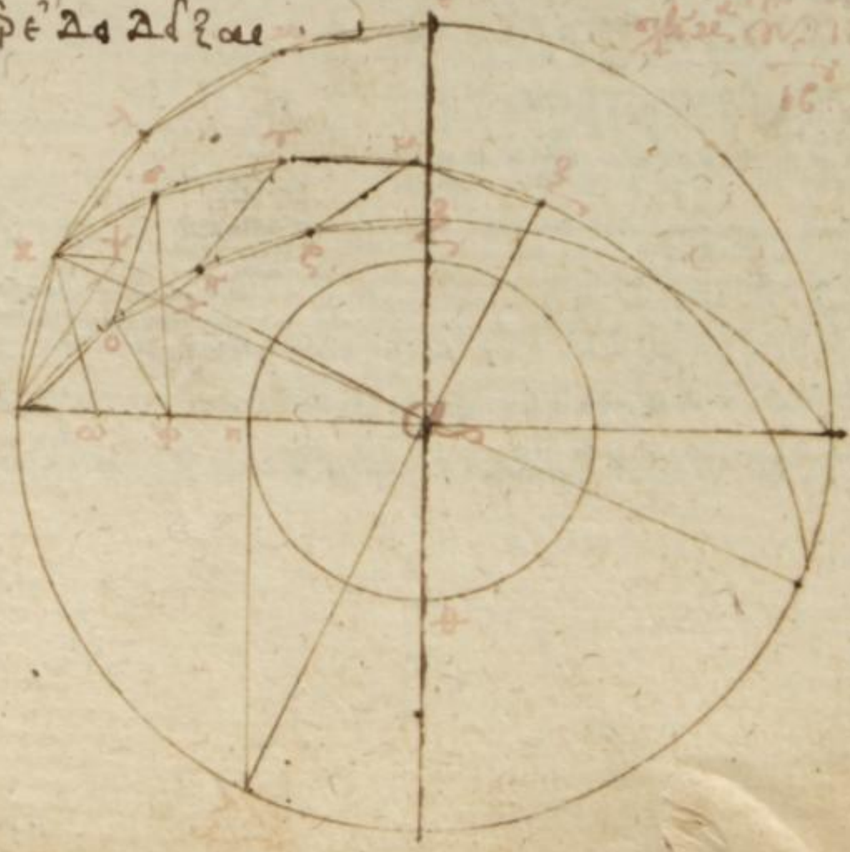
ἰσόπλευρόν τε καὶ ὀρθογώνιον τετράγωνον, ἐφ' ἑκάστης τῶν τοῦ ΖΗΒ· οὐ βάσεις ἐστὶν εὐθεῖα τετμημένη εἰς τὰ δ τμήματα, αἱ ΒΚ· ΚΛ· ΛΜ· ΜΕ· ΕΖ δὲ εἰς ἄνισα ἡ ΑΗ, ἧς μεῖζον μέν ἐστι τὸ ἀπὸ τοῦ ἡμίσους τῶν τοῦ ΒΓΔ ἐκκλουείου πλευρὰν προσορθίας, ἥτις ἐστὶ συμβαλλέτω τῇ ΗΘ φαντάσει τῆς σφαίρας κατὰ τὸ Ξ· καὶ διὰ τῆς ΑΞ καὶ ἑκατέρας τῶν ΒΚ· ΚΛ· ΛΜ· ΜΕ· ΕΖ πλευρῶν ἐκβεβλήσθω· ποιήσουσι δὴ διὰ μὲν τῆς ΚΞ φαντάσεως τῆς σφαίρας μείζους κύκλους· ποιήσουσι δὲ ὧν ἡμικύκλια ἐστὶ τὰ ΒΟΞΚ· ΚΠΡΛ· διὰ δὲ τῶν ΒΚ· ΚΛ, τὰ ΒΣΚ· ΚΤΛ· ἐλάττονα δὲ ἡμικυκλίου ὀρθογωνίου ἐστὶ τὰ προσεπόμενα τοῦ ΒΓΔ ἐκκλουείου πλευρὰν προσορθίας· ὥστε καὶ τὰ ΒΣΚ· ΚΤΛ ἐλάττονα ἡμικυκλίου ὀρθογωνίου ἐστὶν· ἴσα ἄρα ἐστὶν ἑκάτερα τῶν ΒΟΞΚ· ΚΠΡΛ ἑκατέρῳ τῶν

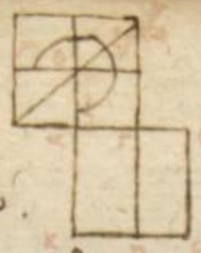
δ'θφα, ἐν τῷ αὐτῷ ἐστὶ περὶ ἐστὶ ταῖς παραλληλοις· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ
ἑκάτερον τῶν ΣΟΟΤ· τὸ ΡΥΤΕΤΡΑΓΩΝΟΝ, ἐν ᾧ ΥΙ ἐστὶν ἐπὶ τῇ ΡΩ·
ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ΡΥΞ τρίγωνον, ἐν ᾧ ΥΙ ἐπὶ τῇ ΡΩ· ἐὰν δὴ μονωθῶσι τὰ τῶν ΡΟΣ
ΩΤ· ΡΥΟΜΒΔ ἐπὶ τὸ δὲ ἐπὶ τῆς ΔΓΜΝΗΚΩΘΑΣ δ'θφα, σχηθήσεται τὸ σχῆμα
ΣΡΕΟΝ ΤΟΛΥΕΔΡΟΝ ΜΗΚΑΣΥ· τῶν ΒΞΚΞ ΤΕΡΙΦΕΡΕΙΩΝ, ΕΚ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ
ΣΥΝΚΕΙΜΕΝΟΝ· ὧν ΒΑΣΕΩΣ ΜΕΝ ΤΟ ΚΒ, ΟΣ· ΟΟ, ΩΤ· Τ Θ, ΡΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΝ,
καὶ τὸ ΥΡΞ, τρίγωνον· ὡρισθήσεται δὲ τὸ ΔΟΜΒΔ· ἐὰν δὴ καὶ ἐπὶ ἑκάστης
τῶν ΚΛ· ΛΜ· ΜΕ ΤΟΛΑΡΩΝ καθ' ὡσαύτως ἐπὶ τῆς ΒΧ τὰ αὐτὰ κατασκευάσωμεν,
δὲ ἐπὶ ἐπὶ τῶν ΛΟΙΠΩΝ ΤΡΙΩΝ ΜΕ ΤΕΤΡΑΤΗΜΟΡΙΩΝ, σχηθήσεται τὸ σχῆμα
ΤΟΛΥΕΔΡΟΝ ἐγγεγραμμένον εἰς τὴν ΣΦΑΙΡΑΝ, ἧς ΠΟΛΟΙ ΟΙ ΠΡΙΕΧΟΜΕΝΟΙ,
ὧν ΒΑΣΕΩΣ μὲν τὰ ΦΡΗΜΕΝΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ, καὶ τὸ ΥΡΞ τρίγωνον, καὶ
ὅμοια αὐτοῖς, ὡρισθήσεται δὲ τὸ ΔΟΜΕΔΟΝ· λέγω ὅτι τὸ ΦΡΗΜΕΝ ΤΟΛΥΕΔΡΟΝ,
ὃ ΚΕΦΑΛΗ ΤΗΣ ΔΗΛΩΘΕΙΣΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΦΗΣ ΕΣΤΙΝ
ΕΞΗΘΗΚΟΣ· ΑΠΤΕΤΑΙ ΔΕ ΤΟΥ ΔΟΜΕΔΟΥΣ ΕΠΙ ΤΟ ΤΟΥ ΚΒ ΟΣΤΕΡΑΤΟΛΑΡΟΥ
ΕΠΙΠΕΔΟΝ, ΚΑΘΕΤΟΣ ΗΝ ΑΨ· καὶ συμβαίνει ἐπὶ τῶν ΔΕ ΚΑΛΟΥΜΕΝΩΝ
ΔΕΚΑΕΔΡΩΝ· ΕΣΤΙ ΔΕ ΤΟΥ ΜΕΝ ΑΨ ΟΡΘΗ ΕΣΤΙ ΠΡΟΣ ΤΟ ΤΟΥ
ΚΒ ΟΣΤΕΡΑΤΟΛΑΡΟΥ ΕΠΙΠΕΔΟΝ, ΚΑΙ ΠΡΟΣ ΠΑΣΑΣ ΑΡΑ ΤΑΣ ΑΠΟ ΜΕΝ
ΑΥΤΗΣ ΔΙΑΦΑΣ ΚΑΙ ΟΙΟΥΣΑΣ ΑΥΤΩ ΤΟΥΤΕΤΡΑΤΟΛΑΡΟΥ ΕΠΙΠΕΔΟΥ, ΟΡΘΗ ΕΣΤΙ
ΚΑΙ ΑΨ ΑΡΑ ΟΡΘΗ ΕΣΤΙ ΠΡΟΣ ΕΚΑΤΕΡΑΝ ΤΩΝ ΒΨ· ΨΚ· καὶ ἔστιν
ΚΑΙ ΑΒ ΤΗ ΔΚ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΔΒΤΗΣ ΑΒ ΤΩ ΔΤΗΣ ΔΚ· καὶ ἐστὶ τῷ μὲν
ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΒ ἴσα, ΤΑ ΑΠΟ ΤΩΝ ΑΨ· ΨΒ· ΟΡΘΗ ΓΑΡ Η ΠΡΟΣ ΤΟ Ψ· ΤΩ ΔΕ ΑΠΟ ΤΗΣ
ΔΚ ἴσα ΤΑ ΑΠΟ ΤΩΝ ΑΨ· ΨΚ· ΤΑ ΑΡΑ ΑΠΟ ΤΩΝ ΑΨ· ΨΒ, ἴσα ἐστὶ τοῖς ΑΠΟ
ΤΗΣ ΑΨ ΨΚ· ΚΟΙΝΟΝ ΑΦΗΡΗΣΘΩ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΑΨ· λοιπὸν ΑΡΑ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ
ΒΨ, λοιπῷ τῷ ΑΠΟ ΤΗΣ ΨΚ ἴσον ἐστίν· ἴση ἄρα ἡ ΚΨ ΤΗ ΨΒ· ὁμοίως ΔΗ
ΔΕΔΟΜΕΝΟΝ, ὅτι καὶ αἱ ΔΟ ΤΟΥ Ψ ἐπὶ ΤΑΣ ΑΠΟ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ, ἴσαι
ΕΚΑΤΕΡΑ ΑΡΑ ΤΩΝ ΒΨ ΨΚ· ὁ ΑΡΑ ΚΕΝΤΡΩ ΤΩΝ Ψ, ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΙ ΔΕ ἑνὶ ΤΩΝ ΨΒ
ΨΚ ΓΡΑΦΟΜΕΝΟΣ ΚΥΚΛΟΣ, ΗΞΕΙ ΚΑΙ ΔΙΑ ΤΩΝ ΟΟ· καὶ ἐστὶν ΣΥΝΚΥΚΛΟΣ ΤΟ ΚΒ
ΟΣΤΕΡΑΤΟΛΑΡΟΝ· καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΚΒ ΤΗΣ ΧΦ, ἴση δὲ ἡ ΧΦ ΤΗ ΣΟ,
μείζων ἄρα καὶ ἡ ΚΒ ΤΗΣ ΣΟ· ἴση δὲ ἡ ΚΒ ἑκατέρα ΤΩΝ ΗΣ· ΒΟ· καὶ ἑκάτερα
ἄρα ΤΩΝ ΗΣ· ΒΟ, ΤΗΣ ΣΟ μείζων ἐστί· καὶ ἐστὶ συνκύκλω τετράπλευρον
ἐστὶ τὸ ΚΟΒΣ, καὶ ἴσαι αἱ ΚΒ· ΒΟ· ΧΣ, καὶ ἁπλατῶν ΝΟΣ, καὶ ἐκτοὺς ΧΣΝ ΤΡ·

τοῦ κ κ λ ἐστὶν ἴ β ψ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς κ β τοῦ ἀπὸ τῆς β ψ, μεῖζόν ἐστιν ιβ΄
ἀ πλασίον· ἐχέθω ἀπὸ τοῦ κ ε΄ ὡς τὸ β φ καθ ἑκάτερα τὰ κ ω· ὁ ε΄ ὡ ἄρα ἴ β ἀ
τῆς ἀ ω ἡμίσειά ἐστιν ἡ ἀ λ΄, καὶ ἐστιν ὅλη ἴ β ὅλη πρὸς ὅλην ἀ ω,
οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ἀ β β ω, πρὸς τὸ ὑπὸ ἀ ω ω β· καὶ μία ἄρα ἀφῃρέθη ἀπὸ τῆς β ω τε τρα
γώνου· καὶ ὁ λοιπὸς παραλληλόγραμμος, τουτέστι τὸ ὑπὸ ἀ β β ω ἄρα τοῦ ὑπὸ ἀ ω ω β, ἤτοι τοῦ ἀπὸ τῆς ω β, ἐστὶν ἀ πλασίον· ὁ δὲ ἐστὶ τῆς κ λ
ω ζ διπλασίων, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς β κ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν
ἀ ω ω β, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς κ ω· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς κ β τοῦ ἀπὸ τῆς κ ω, ἤτοι τὸ ἀπὸ τῆς
ιβ΄ ἀ πλασίον· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς κ β τοῦ ἀπὸ τῆς β ψ, μεῖζόν ἐστιν ἡ ἀ πλα
σίον· μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς κ ω, τοῦ ἀπὸ τῆς β ψ· καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ἴ α ἐστὶν ἡ β ἀ τῇ
κ ἀ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς β ἀ τῷ ἀπὸ τῆς ἀ κ· καὶ ἐστὶ τῶν μὲν ἀπὸ τῆς β ἀ ἴ α
τὰ ἀπὸ τῶν β ψ· ψ α· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς κ ἀ ἴ α, τὰ ἀπὸ τῶν κ ω· ω α· τὰ ἄρα ἀπὸ
τῶν β ψ· ψ α ἴ α ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν κ ω· ω ἀ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς κ ω, μεῖζον τοῦ ἀπὸ
τῆς β ψ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ω ἀ ἡμίσειά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ψ α· μεῖζον ἄρα
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ψ α ἢ τὸ ἀπὸ τῆς ἀ ω· τοιοῦτον γὰρ ἀπὸ τῆς ψ α ἀφῃρέθη τὸ ἀπὸ τῆς ἀ ω· καὶ ἐστὶν ἡ ψ α μείζων τῆς ἀ ω· καὶ ἐστὶν αὐτῇ ἴση ἡ ἀ ψ, ὥστε καὶ
μείζων τοῦ ἀπὸ τῆς ἀ ω· ἐπεὶ οὖν ἡ ἀ ψ τῆς ἀ ω μείζων ἐστὶν ἐλάσσονος ἢ ἐπιφανείας
ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ἀ ψ, ἀ ω περιεχόμενον ὀρθογώνιον παραβληθὲν παρὰ τὴν ἀ ω ὑπερβάλλειν
ἀφ᾽ ἑαυτοῦ τετραγώνῳ· ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ἀ ω, ω ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ε ἀ· καὶ ἐπεὶ ἡ ἀ ω
δίχα τέτμηται κατὰ τὸ ε, καὶ ἔστιν αὐτῇ προσκείμενον τὸ ὑπὸ τῶν ἀ ω, ω ε, ἤτοι τὸ ἀπὸ τῆς ε ω, τὸ ἀπὸ τῆς ε ἀ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ἀ ω, ω ε καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ε ω· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ἀ ω, ω ε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ε ω, τὸ ἀπὸ τῆς ω ἀ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἀ ψ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ε ἀ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἀ ψ· ἴση ἄρα ἡ ε ἀ τῇ ἀ ψ· ὥστε καὶ τῇ ἀ κ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ ε κέντρου τῇ ε ἀ ἴση κύκλου περιφέρεια διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ ἀ καὶ ἐφάψεται τῆς β ψ· ἀλλὰ τῆς κ β μείζων ἐστὶν ἡ β ψ· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς β ψ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡ ε· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς β ψ τοῦ ἀπὸ τῆς ε ἀ· ἀλλὰ τῆς κ β μείζων ἐστὶν ἡ ε ἀ



αὐτὸν σφαίρας τῆς ΗΘ καὶ τὸν τ ε' τῶν ΦΑΜΔΑΝ· ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εἰς τὸν ΑΒΓ σφαῖραν τῶν αὐτῶν πλευρῶν ἑξάεδρον στερεὸν πολυέδρου, ὅμοιον δηλονότι τῷ εἰς τὸν ΑΒΓ στερεὸν πολυέδρον· τὸ ἄρα τοῦ ΑΒΓ στερεὸν πολυέδρου, πρὸς τὸ τοῦ ΔΕΖ στερεὸν πολυέδρον, τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ΗΒΓ πρὸς τὴν ΔΕΖ· ἔχει δὲ καὶ ἡ ΑΓ σφαῖρα πρὸς τὴν ΗΘ σφαῖραν τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ΗΒΓ πρὸς τὴν ΔΕΖ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς τὴν ΗΘ σφαῖραν, οὕτως τὸ τοῦ ΑΒΓ στερεὸν πολυέδρον, πρὸς τὸ τοῦ ΔΕΖ στερεὸν πολυέδρον· ἀναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓ πολυέδρου, οὕτως ἡ ΗΘ σφαῖρα πρὸς τὸ τοῦ ΔΕΖ στερεὸν πολυέδρον· μείζων δὲ ἡ ΑΒΓ σφαῖρα τοῦ ἐν αὐτῇ πολυέδρου· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΗΘ σφαῖρα τοῦ ἐν αὐτῇ πολυέδρου· ἀνάπαλιν ἄρα καὶ ἡ ΗΘ σφαῖρα τοῦ ἐν αὐτῇ πολυέδρου ἐλάττων ἐστὶ τῆς ΑΒΓ σφαίρας τετραπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ΗΒΓ κύκλος πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον· ὅμοιος δὲ ὁ ΗΒΓ κύκλος τῷ ΔΕΖ· ὁ ἄρα ΗΒΓ κύκλος πρὸς μείζονά τινα τῆς ΔΕΖ σφαίρας τετραπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον· ἐναλλὰξ ἄρα ὁ ΗΒΓ κύκλος πρὸς τὸν ἐν τῇ ΔΕΖ σφαίρᾳ μείζονά τινα τῆς ΔΕΖ κύκλου τετραπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ΗΒΓ κύκλος πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον· ὁ ΗΒΓ ἄρα κύκλος τοῦ ἐν τῇ ΔΕΖ σφαίρᾳ μείζονός τινος τῆς ΔΕΖ κύκλου ἐλάττων ἐστίν· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ΑΒΓ σφαῖρα τοῦ ἐν αὐτῇ πολυέδρου ἐλάττων ἐστὶ τῆς ΔΕΖ σφαίρας τετραπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ΗΒΓ κύκλος πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΗΒΓ κύκλος πρὸς τὸν ΔΕΖ, οὕτως ἡ ΑΒΓ σφαῖρα πρὸς τὸ τοῦ ΔΕΖ στερεὸν πολυέδρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.





Εὐκλείδου στοιχεῖον ιγ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ μεῖζον τμῆμα
τῷ ἡμισείᾳ τῆς ὅλης, ᾗ ἐστὶ πλεῖον ἢ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετράγωνον
εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω κατὰ τὸ Γ σημεῖον· καὶ
ἐστω μεῖζον τμῆμα τὸ ΑΓ· καὶ συνεστάτω ἐπὶ τὴν ΓΑ τὸ ΑΓ
καθ' ὃ τῆς ΑΒ ἡμίσεια ἐλάσσων ἐστίν· ἐστω οὖν τὸ ἀπὸ τοῦ ΑΔ· καὶ
καταγεγράφθω τὸ αὐτῷ ΑΖ σχῆμα· καὶ διήχθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Η· καὶ ἐπεὶ
εὐθεῖα ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ, τὸ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· καὶ ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ· Γ τὸ ΓΕ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΓ, τὸ ΖΘ·
ἴσον ἄρα τὸ ΓΕ τῷ ΖΘ· καὶ ἐστὶ μὲν ἡ ΑΒ τῆς ΑΔ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΒ τῇ
ΚΔ· ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΔΘ, ἡ δὲ ΑΔ καὶ ἡ ΚΔ τῇ ΔΘ· ὡς δὲ ἡ ΚΔ πρὸς τὴν ΔΘ, οὕτως
τὸ ΚΓ πρὸς τὸ ΓΘ· καὶ πλαγιόγραμμον ἄρα τὸ ΚΓ τοῦ ΓΘ· φανερὸν δὲ ὅτι καὶ τὸ ΑΗ τῷ ΓΘ
καὶ πλαγιόγραμμα· ἴσον ἄρα τὸ ΚΓ τοῖς ΑΗ, ΓΘ· ἀλλὰ τὸ ΚΓ τὸ ΓΕ ἐστὶ τῷ ΘΖ ἴσον·
τὸ ἄρα ΑΕ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τῷ μεῖζονι· καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστὶν ἡ ΑΒ
τῆς ΑΔ, τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ, τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ· τουτέστι τὸ ΔΕ,
τοῦ ΔΘ· ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΕ τῷ μεῖζονι· καὶ ὅμοιόν γε τῷ ΓΗ· τετράγωνον δὲ ἐστὶ
τοῦ ΑΘ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ ὅμοιόν ἐστι τοῦ ΑΘ· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΖ τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΓ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΘ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ
ὅμοιόν ἐστι· ἐὰν ἄρα ἀπὸ ἀπὸ εὐθείας ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθείσης τὸ μεῖζον τμῆμα
μέσον λόγον τέμνωμεν, τὸ μεῖζον τμῆμα
τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ὅλης εὐθείας· ἡ δὲ ΑΔ εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΑΒ τμήματος
ἑαυτῆς τοῦ ΑΓ τὸ ἀπὸ αὐτῆς πλαγιόγραμμον ἴσον παρήκται· τῆς δὲ ΑΓ διπλῆ ἐστιν ἡ ΓΒ· ἀναγέγραπται
τῆς ΓΑ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ΓΒ· ἀναγ-
γεγράφω γὰρ ἀφ' ἑκατέρας τῶν ΑΒ, ΓΑ τὰ τετράγωνα, τὰ ΑΖ, ΓΗ· καὶ καταγεγράφω
τὸ αὐτῷ ΑΖ σχῆμα· καὶ διήχθω ἡ ΒΕ· καὶ ἐπεὶ πλαγιόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΖ τοῦ ΑΘ,
τετράγωνον δὲ ὅμοιόν ἐστι τοῦ ΑΘ τὸ ΓΗ· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ· τῆς ΓΑ,

τετράπλασιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ, τοῦ ἀπὸ ΓΔ. τοῦτ' ἐστὶ τὸ ΓΗ τοῦ ΑΘ· ἐδείχθη δὲ
καὶ ὅλη μὲν ἡ γνώμων τετράπλασιος τοῦ ΑΘ· ἴσος ἄρα ὅλη μὲν ἡ γνώμων τῷ ΓΗ
ὅλῃ δὲ τῷ ΔΗ ὅλη ἐστὶν ἴσον ἄρα τὸ ΓΗ τῷ ΔΗ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΘ, ὅλον ἄρα
τὸ ΔΘ ὅλῳ καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΓ τῷ ΓΘ· ἀλλὰ μὴν τὸ ΔΘ τετράπλασιόν ἐστι τοῦ ΑΘ·
τοῦ ΘΒ ἄρα τετράπλασιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΒ τοῦ ΒΘ· διπλοῦν δὲ καὶ τὸ ΛΘ ΘΕ
τοῦ ΘΒ διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΒ τοῖς ΛΘ ΘΒ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὅλος ὅλου γνώμων
ὅλῳ τῷ ΓΗ ἴσος· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΖΘ, τῷ ΘΗ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΒΗ, τὸ ὑπὸ
ΓΓ ΛΒ· ἴσα γὰρ ἐστὶ τῇ ΔΗ· τὸ δὲ ΘΖ, τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΛΒ, ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ· ἐστὶ μὲν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΛ·
μείζων δὲ ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΓΒ τῆς ΒΛ· τῆς ΓΛ ἄρα διῃρημένης
μέσον λόγον τομὴ ἐστὶν ἡ Β· τὸ μείζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ ΓΒ· ἐὰν ἄρα διῃρημένης
τμήματος ἑαυτῆς ὅλη πολλαπλασιονομηθῇ, τῆς ΔΓ πολλαπλασιονομηθείσης τοῦ ΓΗ τμή-
ματος τῆς ΓΔ ὅλη ἡ ΑΓ πολλαπλασιονομεῖται, τῆς ΔΓ πολλαπλασιονομηθείσης τοῦ ΓΗ
μήκους τῆς ΓΔ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΓ πολλαπλασιονομεῖται· τὸ δὲ καὶ ἐξῆς ὅτι ἡ ΓΒ τῆς ΒΛ
ἐστὶ μείζων, δείκνυται οὕτως· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΓ τῆς ΓΔ μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ, ἡ ΓΔ ἄρα
τῆς ΔΛ ἐλάττων ἐστὶν ἢ διπλῆ· ἡ ΔΛ ἄρα τῆς ΛΓ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια· ἡ ΓΒ ἄρα
τῆς ΒΛ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τοῦ δοθέντος ἄρα εὐθέος ἡ μείζων τμῆμα ἐστὶν ἡ ἐλάσσων τοῦ ὅλου καὶ μέσου λόγου
τετραπλασιονομεῖται, τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραπλασιονομεῖται τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ· ἡ δὲ ΓΑ
ἐστὶ καὶ ἡ ΓΔ καὶ ἡ ΓΗ καὶ ἡ ΚΓ καὶ ἡ ΓΘ· τοῦ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραπλασιονομεῖται
τὸ ἀπὸ τῆς ΓΗ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΓ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΘ· ἀλλὰ τὸ μὲν
ἀπὸ τῆς ΓΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΗ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΗ ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΘ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΚ· τοῦ ἄρα
ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραπλασιονομεῖται τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΘ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

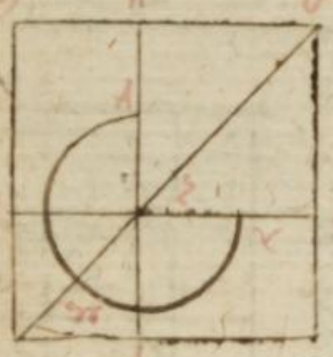
Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον
λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα
πρὸς λαβόντα τὴν ἥμισυ τοῦ μεί-
ζονος τμήματος, πενταπλάσιον
δύναται τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεως τοῦ μεί-

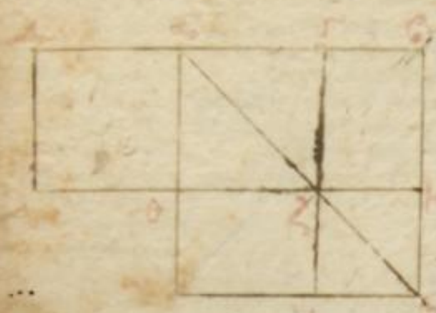
ζονος τμήματος τετράγωνον. Εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω
κατὰ τὸ Γ σημεῖον· καὶ ἔστω μείζων τμῆμα τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ
ἀπὸ τῆς ΓΒ· εἰλήφθω γὰρ τοῦ ΓΒ ἥμισυ τὸ Δ· καὶ κείσθω τῇ ΓΑ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΕ· καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΔ· καὶ κείσθω τῇ ΕΔ ἴση ἡ ΔΖ· καὶ τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΖΗ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ·
ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΔ τῆς ΔΕ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ, ἡ ΓΔ ἄρα τῆς ΔΕ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΔΕ
ἄρα τῆς ΕΓ ἐστὶ μείζων ἢ ἡμίσεια· ἡ ΔΖ ἄρα τῆς ΕΓ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ, ἡ ΓΒ ἄρα τῆς ΒΑ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ
ἄρα τῆς ΑΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ ἄρα τῆς ΑΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ ἄρα τῆς ΑΒ
ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ ἄρα τῆς ΑΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ ἄρα τῆς ΑΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ·
τῆς ΓΑ ἄρα διῃρημένης μέσον λόγον τομὴ ἐστὶν ἡ Β· τὸ μείζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ ΓΒ· ἐὰν ἄρα
διῃρημένης τμήματος ἑαυτῆς ὅλη πολλαπλασιονομηθῇ, τῆς ΔΓ πολλαπλασιονομηθείσης τοῦ ΓΗ
μήκους τῆς ΓΔ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΓ πολλαπλασιονομεῖται· τὸ δὲ καὶ ἐξῆς ὅτι ἡ ΓΒ τῆς ΒΛ
ἐστὶ μείζων, δείκνυται οὕτως· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΓ τῆς ΓΔ μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ, ἡ ΓΔ ἄρα
τῆς ΔΛ ἐλάττων ἐστὶν ἢ διπλῆ· ἡ ΔΛ ἄρα τῆς ΛΓ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια· ἡ ΓΒ ἄρα
τῆς ΒΛ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τοῦ δοθέντος ἄρα εὐθέος ἡ μείζων τμῆμα ἐστὶν ἡ ἐλάσσων τοῦ ὅλου καὶ μέσου λόγου
τετραπλασιονομεῖται, τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραπλασιονομεῖται τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ· ἡ δὲ ΓΑ
ἐστὶ καὶ ἡ ΓΔ καὶ ἡ ΓΗ καὶ ἡ ΚΓ καὶ ἡ ΓΘ· τοῦ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραπλασιονομεῖται
τὸ ἀπὸ τῆς ΓΗ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΓ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΘ· ἀλλὰ τὸ μὲν
ἀπὸ τῆς ΓΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΗ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΗ ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΘ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΚ· τοῦ ἄρα
ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραπλασιονομεῖται τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΘ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον
λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα
πρὸς λαβόντα τὴν ἥμισυ τοῦ μεί-
ζονος τμήματος, πενταπλάσιον
δύναται τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεως τοῦ μεί-

ζονος τμήματος τετράγωνον. Εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω
κατὰ τὸ Γ σημεῖον· καὶ ἔστω μείζων τμῆμα τὸ ΑΓ· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ πενταπλάσιόν ἐστι τοῦ
ἀπὸ τῆς ΓΒ· εἰλήφθω γὰρ τοῦ ΓΒ ἥμισυ τὸ Δ· καὶ κείσθω τῇ ΓΑ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΕ· καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΕΔ· καὶ κείσθω τῇ ΕΔ ἴση ἡ ΔΖ· καὶ τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΖΗ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ·
ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΔ τῆς ΔΕ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ, ἡ ΓΔ ἄρα τῆς ΔΕ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΔΕ
ἄρα τῆς ΕΓ ἐστὶ μείζων ἢ ἡμίσεια· ἡ ΔΖ ἄρα τῆς ΕΓ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ, ἡ ΓΒ ἄρα τῆς ΒΑ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ
ἄρα τῆς ΑΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ ἄρα τῆς ΑΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ ἄρα τῆς ΑΒ
ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ ἄρα τῆς ΑΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ· ἡ ΓΑ ἄρα τῆς ΑΒ ἐστὶ μείζων ἢ διπλῆ·





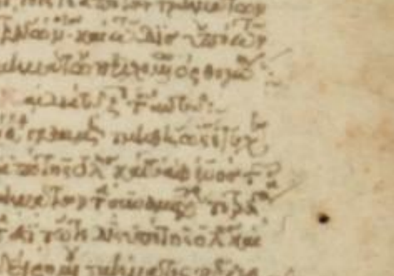
ἐστὶν· ἡ δὲ ΑΧ τῶν ΑΔ, ΔΘ ἑκατέρας μείζων ἐστίν· ἡ ΑΧ ἄρα τῶν ΑΔ, ΔΘ μείζων ἐστίν· ἡ ΑΧ ἄρα τῶν ΑΔ, ΔΘ ἑκατέρας

ἡ ΑΒ ἀρα ἀκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Α. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα
ἐστὶν ἡ ΒΑ. ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΑΒ. ὅπερ ἔδει.

Ἄλλως.

Ἐὰν ἡ ὅλη τῆς τμηθείσης ἀκρον καὶ μέσον λόγον τὸ μεῖζον τμῆμα
ἐστὶν ἡ ἀφαιρεθεῖσα, καὶ ἡ ἀφαιρεθεῖσα τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν τῆς
ὅλης τῆς τμηθείσης ἀκρον καὶ μέσον λόγον.

Ἔστω γὰρ τῆς ΑΒ ἀκρον καὶ μέσον λόγον τμηθείσης τὸ μεῖζον τμῆμα
ἡ ΑΓ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Δ, καὶ κείσθω τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΓΔ. λέγω
ὅτι ἡ ΑΔ ἀκρον καὶ μέσον λόγον τμηθεῖσα τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ΓΔ.
ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, ἴση δὲ
ἡ ΑΓ τῇ ΓΔ, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ.
καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΔΓ. ἀλλ'
ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς
τὴν ΓΒ οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΔΓ. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ
οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΔΓ, ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ
οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΒ. καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως
ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ. ἀλλ' ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ.
καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ. μείζων δὲ ἡ ΑΓ
τῆς ΓΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΓΒ τῆς ΒΔ. καὶ ἐστὶν ἡ ΓΒ τῆς ΓΔ μείζων
κατὰ τὴν ΑΓ. ἡ ΓΔ ἄρα ἀκρον καὶ μέσον λόγον τμηθεῖσα τὸ μεῖζον τμῆμα
ἐστὶν ἡ ΑΓ. ὅπερ ἔδει.



Τοῦ δὲ πέντε θεωρήματος καὶ ἑνὸς καὶ ἑξήκοντα στοιχείου καὶ ἑβδόμης
ὑποθέσεως αὐδὴ καταγραφῆς·

Ὑποθέσθαι τὴν τμήματος ἑαυτῆς τοῦ ΑΔ, ὡσοῦτα πλάσια ὁλὴ ἀφῇ· ἡ δὲ ΑΔ
διπλῆ ἀφῇ τῆς ΑΒ. λέγω ὅτι ἡ ΑΒ ἀκρον καὶ μέσον λόγον τμηθεῖσα τὸ μεῖζον
τμῆμα καὶ τὸ ἥμισυ ἐστὶν ἡ ΑΔ. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ΔΕ. κείσθω
γὰρ τῇ ΑΔ ἴση ἡ ΔΕ. ἐστὶν ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΑΔ διπλῆ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΒ
τῆς ΑΔ διπλῆ· ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΑΕ. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΑΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ
ΔΒ λοιπῇ τῇ ΕΔ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἀκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται ἡ ΑΒ
καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς ἐστὶν ἡ ΑΔ, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ οὕτως ἡ
ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ. ἀλλ' ἴση ἡ ΔΑ τῇ ΔΕ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ
οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΑΒ. ἀλλ' ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ
πρὸς τὴν ΔΒ οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΑΒ. καὶ ἐναλλάξ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν
ΒΔ οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΑΔ. ἀλλ' ἡ ΒΔ τῆς ΑΔ μείζων· μείζων ἄρα καὶ ἡ
ΑΒ τῆς ΒΔ. καὶ ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΒΔ μείζων κατὰ τὴν ΑΔ. ἡ ΑΒ ἄρα ἀκρον καὶ
μέσον λόγον τμηθεῖσα τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ΑΔ. καὶ τὸ ἥμισυ τῆς ΑΒ
ἐστὶν ἡ ΑΔ. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ΔΕ. ἐστὶν δὲ καὶ ὅλη ἡ ΑΕ τῆς
ΑΒ διπλῆ. ἡ δὲ ΑΔ τῆς ΑΒ ἐστὶν ἡμίσεια. ἐὰν ἄρα ἡ ὅλη τῆς τμηθείσης
ἀκρον καὶ μέσον λόγον τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ἀφαιρεθεῖσα, καὶ ἡ ἀφαιρεθεῖσα
τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν τῆς ὅλης τῆς τμηθείσης ἀκρον καὶ μέσον λόγον.

ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ἀπὸ ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΓ· ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΓ· ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ· τῷ γὰρ ὑπὸ ΔΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΓ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΑΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ἄνισα καὶ μετὰ τοῦ ὅλου ἑνὸς τῶν τμημάτων ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται καὶ τὸ ἐλάσσονα τμῆμα ἐστὶν ἡ ΑΒ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται καὶ τὸ ἐλάσσονα τμῆμα ἐστὶν ἡ ΑΒ· ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστι

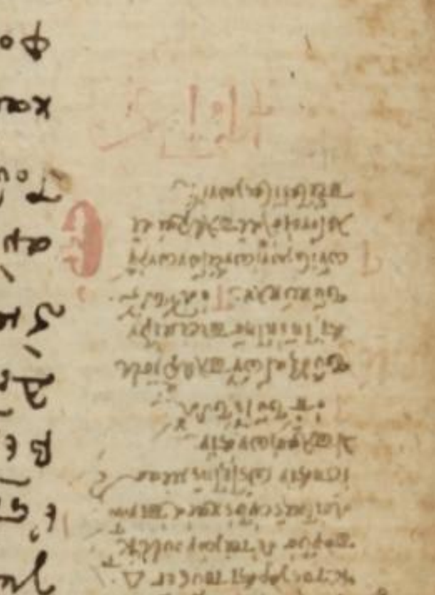
προσ τοῖς ΑΓ ἴα ἐστὶ διὰ τοῦτα δὴ καὶ ἡ ΑΒΓ ἴα ἐστὶ τοῖς πρὸς
ἀπηωνίαις· ἰσογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνα· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς δύο γωνίας εὐθεῖαι ὑποτείνωσιν, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἑκατέρα ἑαυτῶν τὴν μείζονα πλευράν, ἴσα ἐστὶ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ.

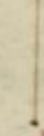
πενταγώνου γὰρ ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τοῦ ΑΒΓΔΕ δύο γωνίας τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς τὰς πρὸς τοῖς ΑΒ, ὑποτεινέτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΑΖ, ΒΕ· τέμνουσι δὲ αὗται ἀλλήλας κατὰ τὰ Η, Θ σημεῖα· λέγω ὅτι ἑκατέρα αὐτῶν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηκε τὴν μείζονα, τὴν ΑΗ μείζονα οὖσαν τῆς ΗΖ καὶ τὴν ΒΘ μείζονα οὖσαν τῆς ΘΕ, καὶ ἔστιν ἑκατέρα τῶν ΑΗ, ΒΘ ἴση τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ.

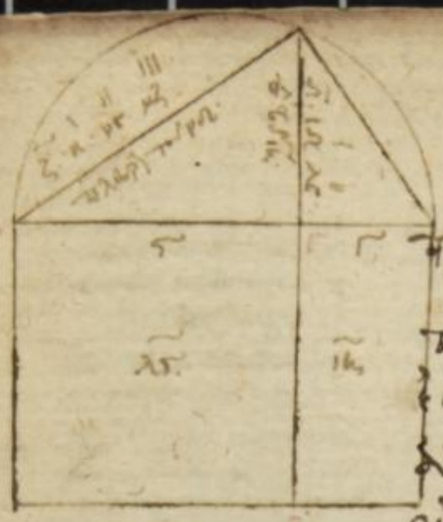
γεγράφθω γὰρ περὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΒΔ, ΒΓ, ΑΓ· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΑΔ, ΒΓ διὰ τὸ ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου εἶναι τοῦ ΑΒΓΔΕ πενταγώνου ἰσογωνίους εἶναι τὰς ΑΒΓ, ΒΑΔ γωνίας καὶ ἴσας εἶναι τὰς ΑΒΓ, ΒΑΔ γωνίας ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· ἔστι δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΕ· δίχα ἄρα τέτμηται ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΑΔ γωνιῶν ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΑΓ εὐθειῶν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΒΓ, ἴση δὲ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΕΒΓ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΒΕ ἐστὶν ἡμίσεια καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΒ, ἡμίσεια δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΑΒΕ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ βάσις ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΑΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΑΓ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΓΒΗ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΗ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΒΗΑ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ βάσις ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΑΗ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΑΗ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΓΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΗΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΗ τῆς ὑπὸ ΑΗΓ ἐστὶν ἡμίσεια· ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΑΗΓ τῇ ὑπὸ ΓΒΗ· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΗ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΓΗ ἐστὶν ἡμίσεια· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΗ τῇ ὑπὸ ΓΒΗ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΓ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΗ τῇ ὑπὸ ΒΗΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΓΗ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ· καὶ ἡ ΒΑ ἄρα τῇ ΓΗ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΑ, καὶ ἐστὶν ἴση ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΒΕ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΕ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΕΒ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΒΕ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΕ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΕΒ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ βάσις ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΑΕ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ ἴση· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΑΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΕ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΗ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΘ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΒΗ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσὶν αὐτῶν ἐναλλὰξ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ τῇ ὑπὸ ΒΘΑ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΑΘ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ βάσις ἡ ΑΘ βάσει τῇ ΒΗ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΗ τῇ ΑΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΑΘ ἄρα τῇ ΑΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΑΘ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΘ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΒΓΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΘΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ βάσις ἡ ΒΘ βάσει τῇ ΓΘ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ ἡ ΓΘ τῇ ΒΕ ἐστὶν ἴση· διὰ τὸ καὶ τὴν ΓΒ τῇ ΓΕ ἴσην εἶναι· καὶ ἡ ΒΘ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ ἐστὶν ἴση ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΘ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ, καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΕΒ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τῶν ΑΒΕ, ΒΑΘ ἡ ὑπὸ ΑΒΕ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΘΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΑΕ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΒΘ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΘ· μείζων δὲ ἡ ΕΑ τῆς ΑΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΘ· ἡ ἄρα ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Θ· καὶ τὸ μείζον αὐτῆς τμῆμα τὸ ΒΘ ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΑΖ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Η· καὶ τὸ μείζον αὐτῆς τμῆμα τὸ ΑΗ ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν εἰς κύκλον ἑξαγώνου τοῦ



ج
ب
ا
د
ه
ز
ح
ط
ك
ل





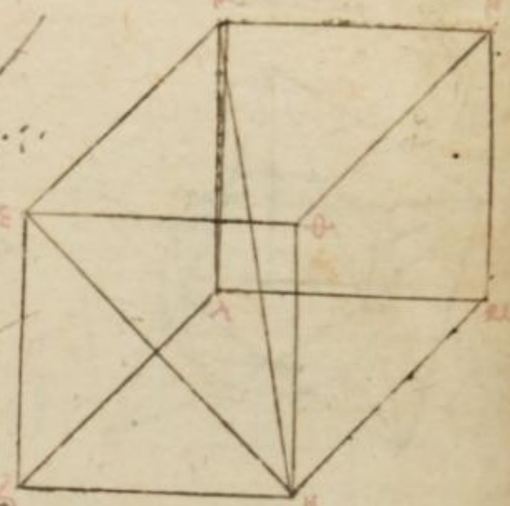
ἥκω βε· ἰ α^η ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αε, τοῖς ἀπὸ τῶν αβ βε· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αβ βε, τε
τράπλασιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς βε· διῃρήσθω τὰ ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς αβ, τετράπλασιον
ἐστι τοῦ ἀπὸ βε· ἰ α^η ὅτε ἡ βε τῇ αε· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετραπλάσιον ἐστι τοῦ
ἀπὸ τῆς αε· καὶ ἐπεὶ τοῦ ζωνου τὰ ἀπὸ δυο πλευρὰ τριπλάσιά ἐστι τῆς
σὺν τοῦ κέντρου· ὅπερ :

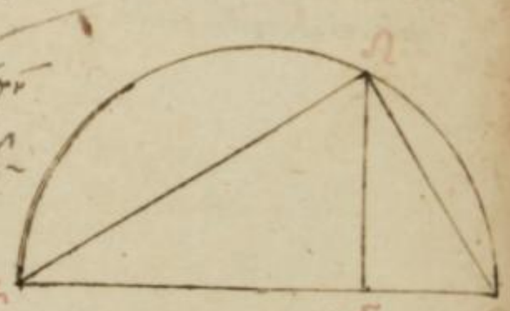
Τριγώνου ἰσοπλεύρου δοθέντος ἐκτὸς ἀνδρῶν τριγώνων
ἴσον πλάτωνι καὶ ὀφείλοντα τῇ δο
θέντι ἀ^η. καὶ δεῖ ἐκθέσθαι τὴν τοῦ ἀ^η κύκλου περιφέρειαν
ὁμοίαν ἐστὶ τῇ τοῦ τριγώνου τοῦ δοθέντος. εἰλήφθω τοῦ δοθέντος
ὀφείλοντος διάμετρος ἡ αβ· καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ ε σημεῖον· ὥστε δι' ὅλου τὴν
ὅλην ἓν μέρος εἶναι τῆς γβ· καὶ κατὰ τὸ ε τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ εζ· καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ζβ· καὶ περὶ τὸ ζβ τμῆμα κύκλου γεγράφθω τὸ ζβη· καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ζη· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ζβη κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ζβη· καὶ ἀνήχθω
τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ θ σημεῖον· καὶ ἐπεζεύχθω ἀφ' οὗ εἰλήφθω τὰ θ ζ· θη· καὶ
διήχθω ἐπὶ τὸ τοῦ ζβη κύκλου περιφέρειαν ἐπὶ τὸ κ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ κβ· καὶ
ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆς θκ τῇ δοθείσῃ ἴσῃ τῇ δ· ἡ δὲ θλ τῇ δ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ λβ· καὶ
ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ζβη κύκλον τριγώνῳ ἰσογωνίῳ τῷ
θβε· θζ· θη· ἡ θκ ἄρα πρὸς ἑκάστῳ τῶν μθε· θζ· θη ὀρθή ἐστι· καὶ ἐπεὶ ἡ α^η
ἐστὶν ἴση τῇ θκ· ἡ δὲ γλ τῇ θε, καὶ ὀρθὰς γωνίας περιέχουσι, βάσις
ἄρα ἡ δβ βάσει τῇ κε ἐστὶν ἴση α^η. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάτερα τῶν μζ· κη,
τῇ ὅλῃ ἐστὶν ἴση α^η. αἱ τρεῖς ἄρα αἱ κε· κζ· κη, ἴσαι α^ις ἀλλήλαις εἰσί· καὶ ἐπεὶ
διὰ τῶν ἐ ἐστὶν ἴση ἡ αβ τῇ γβ, τῇ δὲ ἡ αβ τῇ βε· καὶ τῇ γβ ἄρα ἡ βε ἐστὶν ἴση· ὡς δὲ ἡ
γβ πρὸς βε, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς γλ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς λε· ἐπὶ μὲν γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ γβ πρὸς
βε, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς γλ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς λε· ἐπὶ δὲ ἐστὶν ὡς ἡ βε πρὸς
βγ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς λε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς λγ· ἐπὶ δὲ ἐστὶν ὡς ἡ βγ πρὸς
δλ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς λγ πρὸς τὸ ἀπὸ δλ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ αβ πρὸς
βγ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς δλ πρὸς τὸ ἀπὸ δλ· ἐπὶ δὲ ἐστὶν ὡς ἡ αβ πρὸς βγ,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς δλ πρὸς τὸ ἀπὸ δλ· ὡς δὲ ἡ αβ πρὸς βγ, οὕτως ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
τὸ ἀπὸ τῆς δλ τοῦ ἀπὸ τῆς λγ· ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζε, τοῦ ἀπὸ τῆς εθ τρι
πλάσιον· καὶ ἐστὶν ἴση α^η ἡ δλ τῇ εθ· ἰ α^η ἄρα καὶ ἡ δβ τῇ εζ· ἀλλὰ ἡ δα
ἑκάτερα τῶν κε· κζ· κη ἐδείχθη ἴση α^η. καὶ ἑκάτερα ἄρα τῶν εζ· ζη· ἑκάτερα τῶν

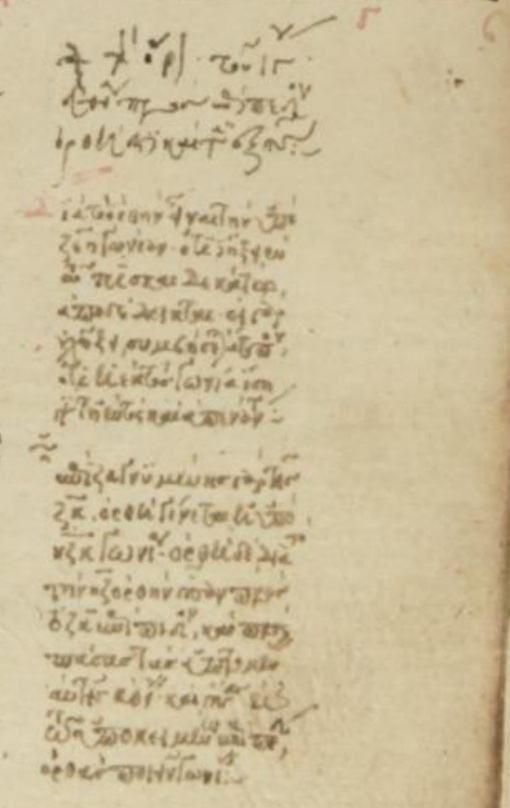
ιβ̄

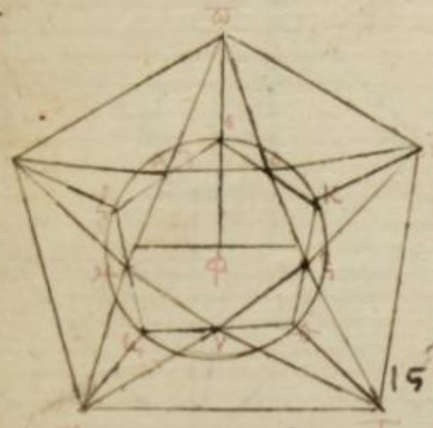
πρό. πεντάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τὸν ΑΒΓΔΕ, οὗ ἡ διάμετρος ἔστω ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ διάμετρος ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ εἰς τὰ Η, Θ, ὥστε τὴν μὲν ΑΗ τῆς ΗΒ τριπλασίαν εἶναι, τὴν δὲ ΑΘ τῆς ΘΒ πενταπλασίαν, καὶ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΔ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΑ, ΓΒ, καὶ τετμήσθω ἡ ΓΔ δίχα κατὰ τὸ Κ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Κ διαστήματι δὲ τῷ ΚΓ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΛΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΑ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΘΜ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΑ, ΜΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΝ παράλληλος οὖσα τῇ ΑΒ, καὶ ἀπὸ τοῦ Μ σημείου ἐπὶ τὴν ΜΒ εὐθεῖαν καὶ πρὸς τῷ Μ τῇ ΜΒ γωνίαν ἴσην συνεστάτω γωνία ἡ ΜΒΞ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΜΝ ἐπὶ τὸ Ξ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΞΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΜΝ ἐπὶ τὸ Ο, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΟΑ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΜΝ ἐπὶ τὸ Π, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΠΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΜΝ ἐπὶ τὸ Ρ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΡΑ.

ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΗ τῆς ΗΒ ἐστὶ τριπλασίων, ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΒΗ ἐστὶ τετραπλασίων. καὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐστὶ τετραπλάσιον. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΚ τετραπλάσιον· ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΚ· ἴση ἄρα ἡ ΒΚ τῇ ΒΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΓ τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ΒΛ ὅλης τῆς ΒΓ ἐστὶ διπλασίων. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΛ τῇ ΑΡ, καὶ ἡ ΑΡ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστὶ διπλασίων. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΡ τῇ ΡΝ, καὶ ἡ ΡΝ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστὶ διπλασίων. ἀλλὰ καὶ ἡ ΜΝ τῆς ΜΞ ἐστὶ διπλασίων· ἴση ἄρα ἡ ΜΞ τῇ ΒΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΜΒ τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ΒΜ ὅλῃ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΜΒΓ γωνία· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΔΓΒ. ἡ ΒΓ ἄρα τῆς ΓΔ ἐστὶ διπλασίων. ἀλλὰ ἡ ΓΔ τῇ ΒΜ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΒΜ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστὶ διπλασίων. ἀλλὰ καὶ ἡ ΜΝ τῆς ΜΞ ἐστὶ διπλασίων· ὅλη ἄρα ἡ ΒΝ ὅλης τῆς ΒΞ ἐστὶ διπλασίων. ἀλλὰ ἡ ΒΝ τῇ ΟΑ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΟΑ ἄρα τῆς ΒΞ ἐστὶ διπλασίων. ἀλλὰ καὶ ἡ ΟΠ τῆς ΟΑ ἐστὶ διπλασίων· ἴση ἄρα ἡ ΟΠ τῇ ΒΞ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΠΡ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῆς ΒΞ ἐστὶ διπλασίων. ἀλλὰ καὶ ἡ ΡΑ τῆς ΑΒ ἐστὶ διπλασίων· ἴση ἄρα ἡ ΡΑ τῇ ΒΓ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΓΔ ἄρα τῆς ΑΒ ἐστὶ διπλασίων. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΞ ἐστὶ διπλασίων· ἴση ἄρα ἡ ΓΔ τῇ ΒΞ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΞ τῇ ΟΠ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΟΠ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΡΑ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΡΑ ἄρα τῇ ΟΠ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΟΠ



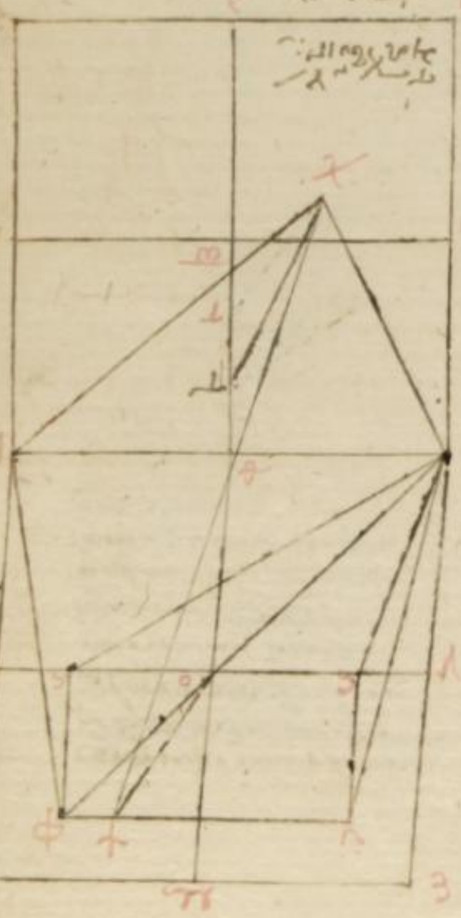






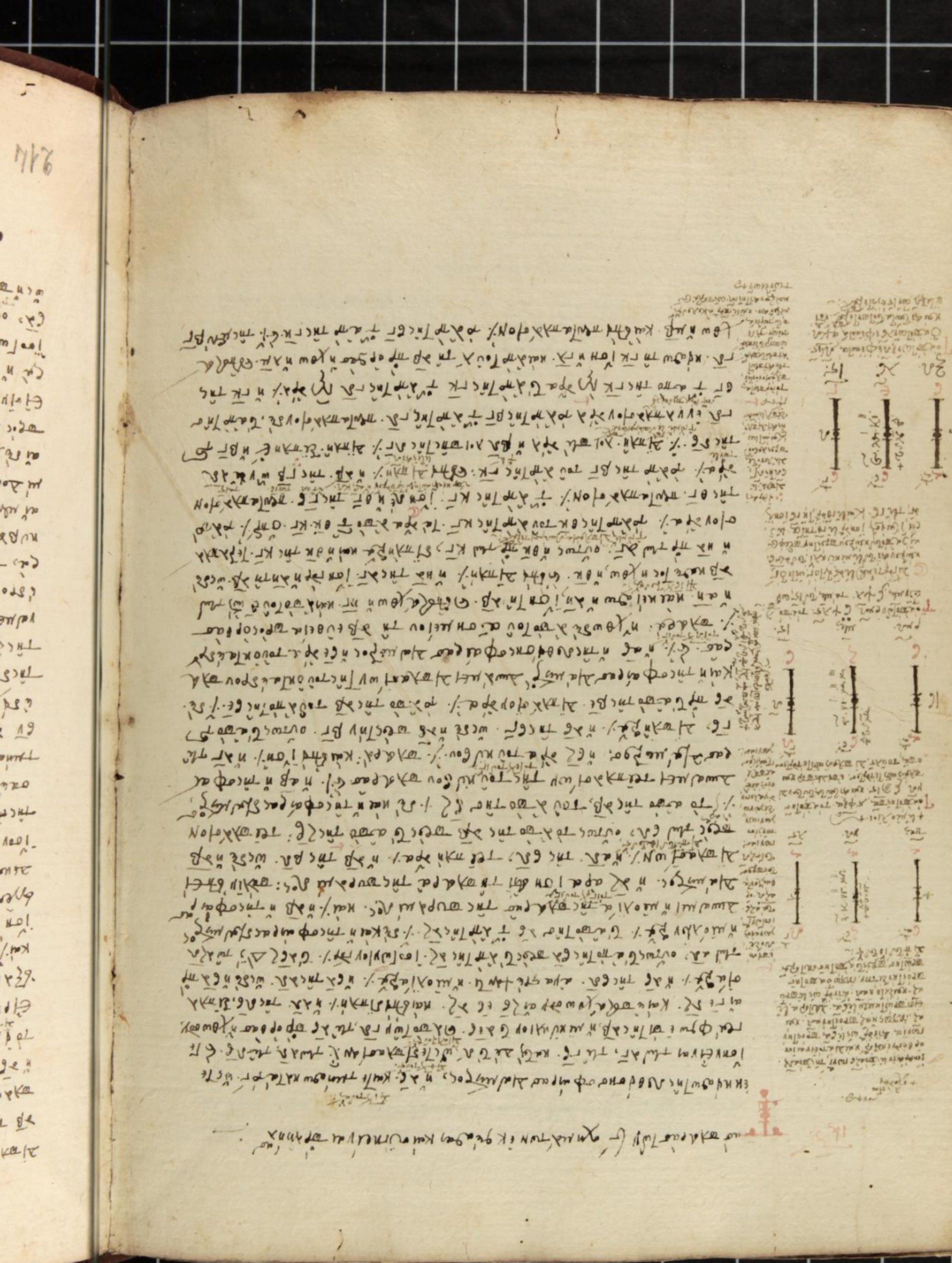
τὸ δὲ α ὠστὸ τῆς ε̄ π̄, διπλάσιόν ϛ. τοῦ δὲ πότ τῆς ε̄π̄. ὥστε τὸ ὠστὸ τῶν ε̄π̄ τὸ
τότ τὸ ὠστὸ τοῦ ῑη̄, τετραπλάσιόν ϛ. τοῦ ὠστὸ τῆς ε̄π̄. ἐστὶ τετραπλάσιον ἡ αβ. τῆ βγ,
ὥς δὲ ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς αβ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βγ. τετραπλάσιον
ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς αβ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ. ἐδείχθη δὲ τὸ ἀπὸ τῆς κπ τοῦ ἀπὸ τῆς κε
τετραπλάσιον. καὶ κεῖται τὰ ἴσα ἡ κε τῆ βγ. ἴσον ἄρα ἡ κπ τῆ αβ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ αβ τῆς
δοθείσης σφαίρας διάμετρος. διάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ κπ τῆς δοθείσης
σφαίρας. διαμετρῶ. τὴν ἄρα σφαῖραν τὴν περὶ τὸ ε̄ῑκ̄ σχῆμα ἴσην ἐστὶ τῆ δοθείσῃ
σφαίρᾳ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

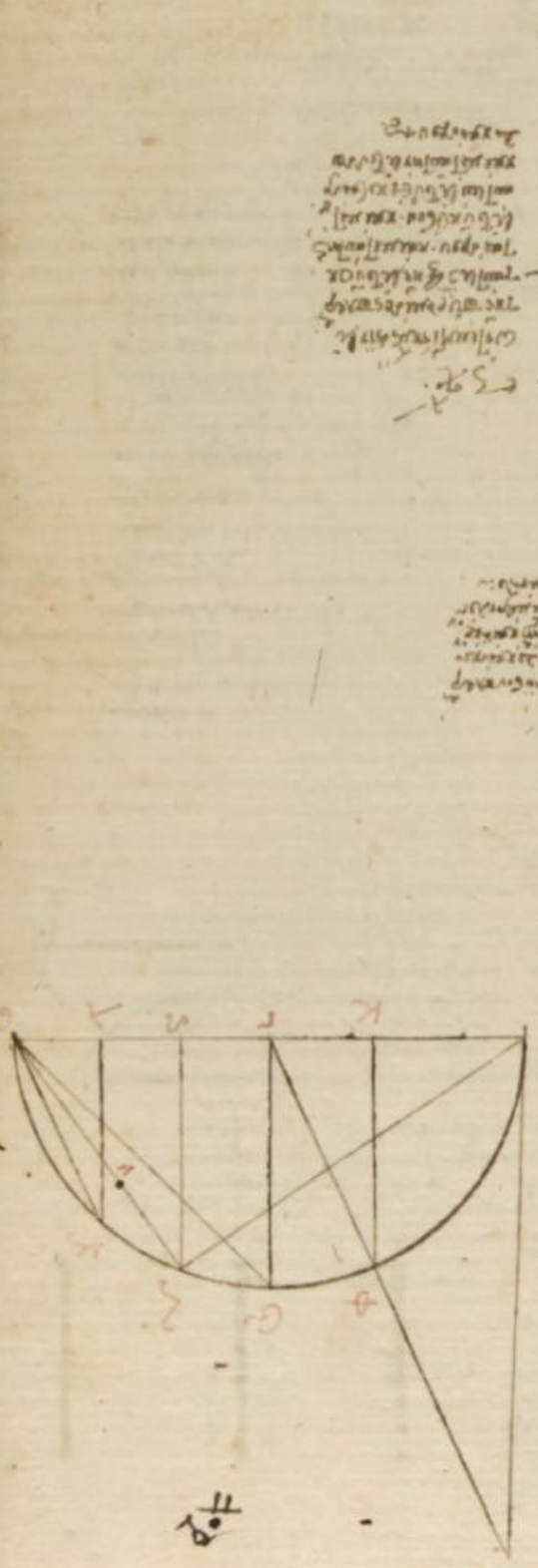
ιϛ΄ Κοσάεδρον οὖν εἰς σφαῖραν ἐγγράψαι καὶ σφαῖραν δοθεῖσαν ἐφ' ἣν λαβεῖν, ἣ καὶ τὸ δωδεκάεδρον
καὶ ὁποῖόν τί ἐστι τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ. ἐκκείσθω
ἡ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος, ἡ αβ. καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ γ. ὥστε τὴν
μὲν αγ εἶναι τοῦ ε̄ῑκ̄ πλευρὰν ἐκ δ̄ ϛ̄ β̄. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αβ, ἡμικύκλιον, τὸ αδβ.
καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ γ τῆ αβ πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἡ γδ. καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ αδ. καὶ ἐκκείσθω ὁ ὁ̄ ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄. οὗ ἡ ικ̄τ̄ ν̄ ἴσον ἐστὶ τῆ αδ.
καὶ γεγράφθω ἐπὶ τοῦ ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄ ὁ ὁ̄ ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄ ὁμοιοσχήμων τῷ ὁ̄ ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄. ὁμοίως
λαμβανόμενον σημεῖον. καὶ βεβαιούσθω ὁ ὁ̄ ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄ μήτε ἐπιφάνειαν ἐπὶ μήτε
ἀρμὸν ἢ τὸ λαμβανόμενον σημεῖον. ὡς δὲ κατὰ τὰ γεγραμμένα ἡ θεωρία ἔσται
ἀπὸ τῶν ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄ σημείων, τῶν τοῦ ὁ̄ ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄ πρὸς ὀρθὰς γωνίας. ἀφείσθω
αὐ ε̄π̄. ζ̄ρ̄. ν̄ς̄ θ̄τ̄. κ̄ῡ. ἴσον οἷον τῆ ικ̄τ̄ ν̄ κ̄ τ̄ ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄. ὃ καὶ ἐπὶ τοῦ
κέντρου αὐ π̄ρ̄ ρ̄ς̄ σ̄τ̄. τ̄ῡ. ῡπ̄. πλ̄ρ̄. ρ̄μ̄. μ̄ς̄. σ̄ν̄. ν̄τ̄. τ̄ξ̄. ξ̄ῡ. ῡο̄. ο̄π̄. ὡσαύτως
ἑκατέρα τῶν ε̄π̄ κ̄ῡ. τῷ αὐτῷ ἐοικότως πρὸς ὀρθὰς. πεντάγωνα δ' ἴσα καὶ
ἐπὶ τῆ κ̄ῡ. δὲ καὶ αὐτῆ καὶ ἴσον. αὐδὲ τὰ ἴσα ἐστὶ τὰ ὑπὸ τῶν
γωνιῶν ἐοικότα μέρη ἀλλήλοις ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ε̄π̄ κ̄ῡ. τῷ αὐτῷ ἐστὶ καὶ ἴσον.
καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ε̄π̄ κ̄ῡ. ἑκατέρᾳ τῶν ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄. ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ μὴν καὶ
ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐστὶν ἡ ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄. ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἄρα σφαίρας ἐστὶ καὶ ἡ ε̄π̄ κ̄ῡ. ἐπὶ τῆς
κ̄ῡ. ἐστὶ δὲ καὶ αὐτῆ καὶ ἴσον. αὐδὲ τὰ ἴσα ἐστὶ τὰ ὑπὸ τῶν
γωνιῶν ἐοικότα μέρη ἀλλήλοις ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ε̄π̄ κ̄ῡ. ἑκατέρᾳ τῶν ε̄ζ̄η̄θ̄κ̄. ἴσον ἐστίν

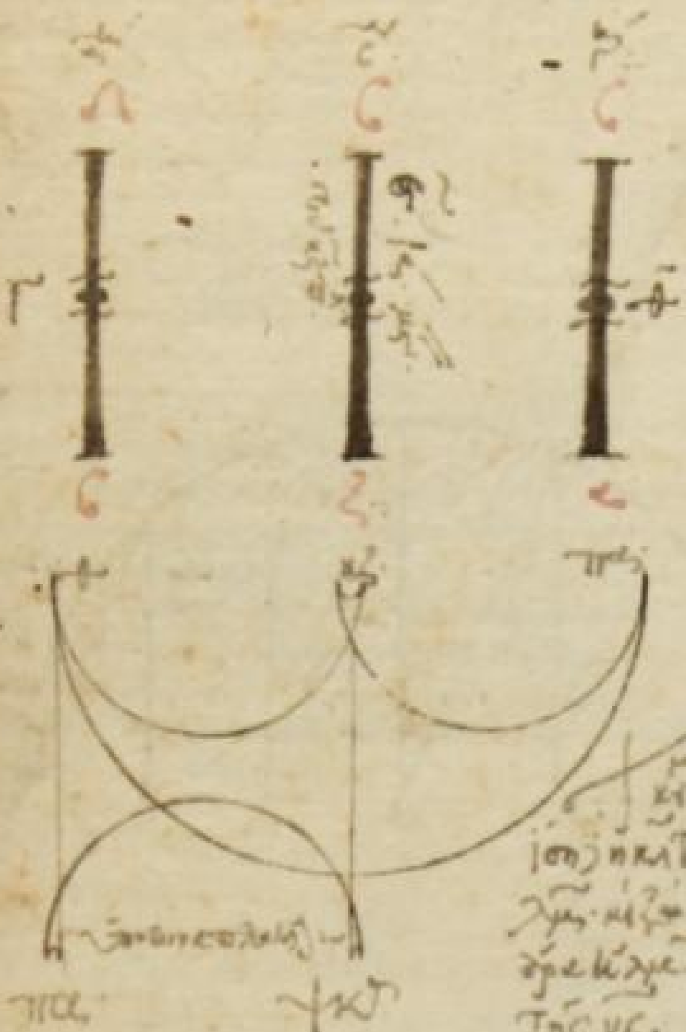


Bz · 1111

213




A
B
C
D
E
F
G
H

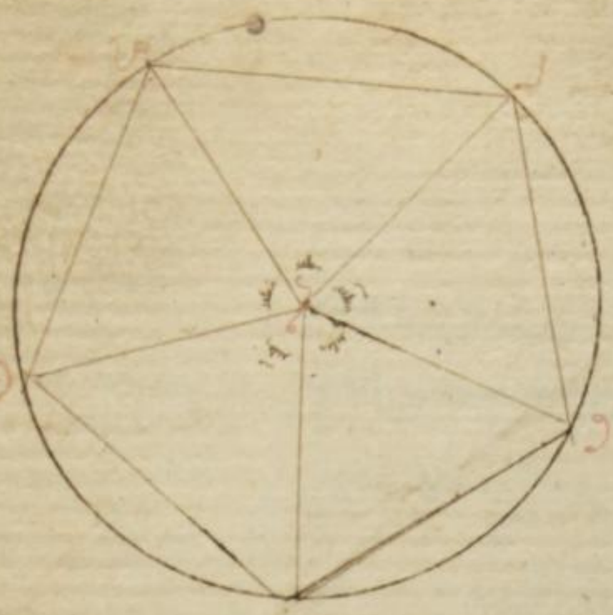


διπλάσιον. ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς ΒΖ. ἀνάπαλιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ. τριπλῆ δὲ ἡ ΑΒ τῆς ΒΔ. τριπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς
ΖΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΔ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ τετραπλά-
σιον. διπλῆ γὰρ ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ. μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΒ.
μείζων ἄρα ἡ ΑΔ τῆς ΖΒ. πολλῷ ἄρα ἡ ΑΛ τῆς ΖΒ μείζων ἐστί. καὶ τῆς μὲν ΑΛ ἄκρον
καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΚΛ. ἐπειδήπερ ἡ μὲν ΛΚ
ἑξαγώνου, ἡ δὲ ΚΑ δεκαγώνου. τῆς δὲ ΖΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον
τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΝΒ. μείζων ἄρα ἡ ΚΛ τῆς ΝΒ. τῆς δὲ ΛΜ
ἐστὶν ἡ ΜΒ. πολλῷ ἄρα ἡ ΜΒ πλευρὰ οὖσα τοῦ εἰκοσαέδρου μείζων ἐστὶ τῆς ΝΒ
πλευρᾶς οὔσης τοῦ δωδεκαέδρου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

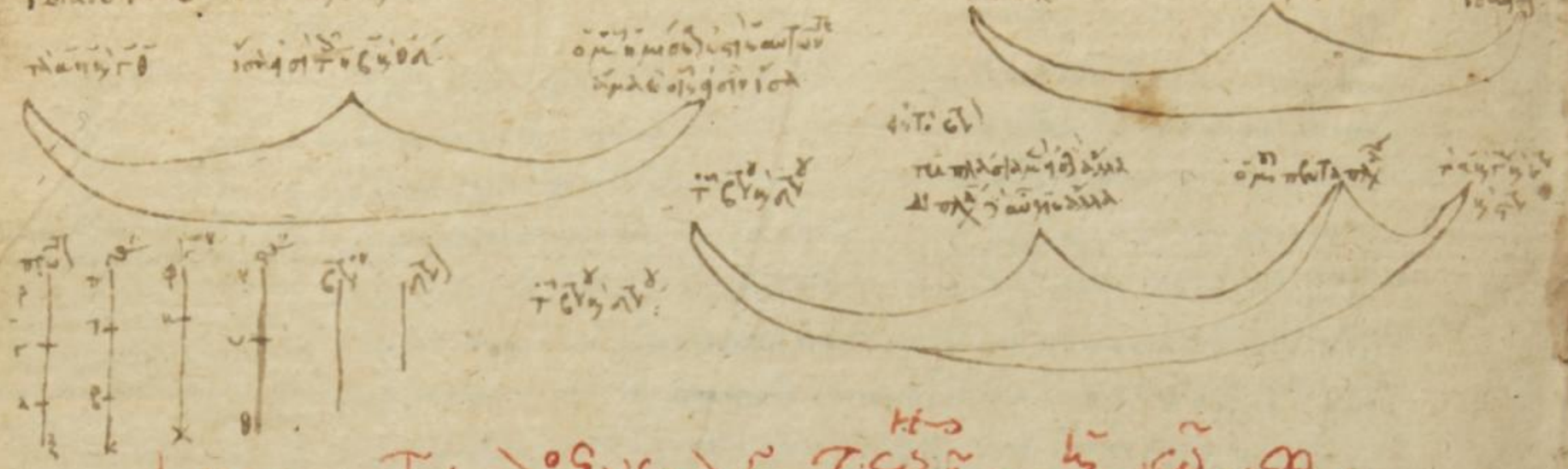
ἄλλως ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΜΒ τῆς ΝΒ:-

ἐπεὶ γὰρ διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΔ τῆς ΔΒ, τριπλῆ ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΒΔ. ὡς δὲ ἡ ΑΒ
πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ διὰ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ
ΖΑΒ τῷ ΖΑΒΔ τριγώνῳ. τριπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΖ.
ἐδείχθη δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ, τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΛ πενταπλάσιον. πέντε ἄρα
τὰ ἀπὸ τῆς ΚΛ, τρία ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσα. ἀλλὰ τρία τὰ ἀπὸ τῆς ΖΒ, ἓξ τῶν
ἀπὸ τῆς ΝΒ ἐστί. ὥστε καὶ ἓν τὸ ἀπὸ τῆς ΚΛ μεῖζον ἑνὸς τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΒ ἐστί.
μείζων ἄρα ἡ ΚΛ τῆς ΝΒ. ἴση δὲ ἡ ΚΛ τῇ ΛΜ. μείζων ἄρα ἡ ΛΜ τῆς ΝΒ. πολλῷ
ἄρα ἡ ΜΒ τῆς ΝΒ ἐστί. ~~ἄρα ἡ ΛΜ~~. ὅτι δὲ ἐὰν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνηται
ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Ν· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης· ὅτι
διπλάσια τὰ ἀπὸ τῶν ΕΖ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΝ ἐστί, δείξομεν οὕτως. ἐπεὶ
γὰρ ἡ ΜΒ τῆς ΝΖ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΖΕΝ ἐστί τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΖΝ. τὸ ἐπὶ
ὑπὸ τῶν ΖΕΝ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΕΖΝ ἐστί. ἡ διπλάσιον τοῦ ὑπὸ ΕΖΝ
ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΖΕΝ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΕΖΝ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἐστί. τὸ δὲ ὑπὸ
ΕΖΝ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΝΕ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΖΕ, τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΝ ἐστὶν ἡ δι-
πλάσιον. ἓν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ, δύο τῶν ἀπὸ ΕΝ ἐστί. ὥστε πέντε
τὰ ἀπὸ τῆς ΖΕ, δέκα τῶν ἀπὸ ΒΝ ἐστί. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Λέγω δὴ ὅτι παρὰ τὰ εἰρημένα πέντε σχήματα οὐ συσταθήσεται ἕτερον
σχῆμα περιεχόμενον ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων ἴσων ἀλλήλοις. ὑπὸ
μὲν γὰρ δύο Δ, ἢ ὅλως δὲ ἐπιπέδων δύο ἐπιπέδων, στερεὰ γωνία οὐ συνίσταται.



ἐστὶν ἄρα καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΒΓ



ἀφίκετο ὡς Ἡρακλέα Πρίλαος ὁ Πλάτωνος Ὑμηττόθεν, ὡς Ἀθηναῖοι λέγουσι, τὸν Κατασκλεῖ φόνου τοῦ Κατασκλέως ἑκόντος μὲν ἀφέντος, ἀκόντος δὲ ληφθέντος· καὶ ἐπειδὴ ἀφίκετο, ἐπεδείκνυτο τὴν ἀρετὴν καὶ τὴν ἰσχὺν καὶ τὴν ἀνδρείαν τοῦ Κατασκλέως, ὡς ἀπὸ τοιούτου ἀνδρὸς ἀποθανόντος· καὶ ἐπειδὴ ἐπεδείκνυτο, ἐπεθύμησε καὶ αὐτὸς τοιοῦτος γενέσθαι· καὶ ἐπειδὴ ἐθύμησε, ἐπεθύμησε καὶ τὸν θάνατον τὸν Κατασκλέως ἀποθανεῖν· ἐπεθύμησε δὲ καὶ τὸν Ἡρακλέα ἰδεῖν καὶ ἐντυχεῖν αὐτῷ

216

B.E.

cc. 216

G. 142
Ms. ~~H. E. 9~~
L. T. 8, 21.